CONTROLE DE SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA POR COMPUTADOR: ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO CONSIDERANDO ATRASO NA AQUISIÇÃO DE DADOS

UILIAM NELSON L. T. ALVES¹, JOSÉ PAULO F. GARCIA¹, GISELE C. APOLINÁRIO¹, UESLEI B. FERNANDES¹, FERNANDO B. RODRIGUES¹.

1. Laboratório de Pesquisa em Controle, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia, UNESP – Universidade Estadual Paulista, Campus de Ilha Solteira Avenida Carlos Rossi, n°1370, 15.385-000

E-mails: uiliamlendzionalves@gmail.com, jpaulo@dee.feis.unesp.br, giapolinario@yahoo.com.br, ueslei_@hotmail.com, f.barrosrodriques@gmail.com.

Abstract—This paper addresses the problem of control of an active suspension system accomplished using a computer, considering delays in the acquisition and measured data in the system transfer. The control strategy proposed uses state predictors along with variable structure with sliding mode control technique. Two approaches are made: a continuous-time and a discrete-time control project. The projects, continuous-time and discrete-time, are applied to the active suspension module simulator from Quanser. Results from computer simulations and experimental are analyzed to show the efficiency of the control strategy proposed, both in continuous and in the discrete case.

Keywords—Sliding mode control, delay-time systems, state predictors, active suspension, data acquisition.

Resumo— Este trabalho trata do problema de controle de um sistema de suspensão ativa via computador, considerando atrasos na aquisição e na transferência de dados medidos no sistema. A estratégia de controle proposta utiliza preditores de estado juntamente com a técnica de controle com estrutura variável e modos deslizantes. Duas abordagens são feitas: um projeto de controle continuo no tempo e um projeto de controle discreto. Os controladores, continuo e discreto, são aplicados no modulo simulador de suspensão ativa da Quanser. Resultados obtidos através de simulações computacionais e experimentalmente são analisados de forma a mostrar a eficácia da estratégia de controle proposta, tanto no caso contínuo quanto no discreto.

Palavras-chave— Controle com modos deslizantes, sistemas com atraso, preditores de estado, suspensão ativa aquisição de dados.

1 Introdução

Existem diferentes abordagens para o controle de suspensão ativa de veículos. Dentre elas: controle H_{∞} (Yamashita et al. 1994), com modos deslizantes proporcional integral (Sam et al. 2008), reguladores quadráticos ótimos (Nagarkar et al. 2011), entre outras. Contudo, pouco foco é dado a problemas que podem surgir no controle quando é realizado por computador. Neste contexto, o tempo de amostragem envolvido no processo e possíveis atrasos nos sinais amostrados podem deteriorar o desempenho do controle.

A principal vantagem na utilização de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) é sua robustez em relação a incertezas casadas (Decarlo et al. 1988). Quando o sinal de controle é gerado por microprocessadores, o tempo de amostragem e atrasos, quando ocorrem, tanto na aquisição e transmissão de dados quanto no sinal de controle, podem prejudicar o desempenho do sistema. No CEV/MD, esta questão é ainda mais importante. Por utilizar uma lei de controle chaveada em alta velocidade com a finalidade de levar a trajetória de estados a uma superfície de deslizamento dependente dos estados atuais, se os estados utilizados forem atrasados, a lei de controle pode não direcionar

os estados a esta superfície, o que pode, inclusive, levar o sistema a instabilidade (Lee & Lee, 1999).

Tendo em vista este cenário, propõe-se neste trabalho uma estratégia que utiliza preditores de estado em conjunto com CEV/MD para se efetuar o controle de um sistema de suspensão ativa. Para fins de comparação, são propostos dois projetos: um contínuo e outro discreto. Em ambos os casos o sinal de controle é gerado a partir de computador, com período de amostragem e tempo de atraso na aquisição de dados constantes. As estratégias de controle propostas, tanto no projeto contínuo quanto no discreto, tem resultados comparados com os resultados de um controlador regulador quadrático linear (LQR, do inglês "Linear Quadratic Regulator") (Ogata, 2010). São analisados resultados de simulações e de experimentos práticos utilizando o sistema de suspensão ativa de bancada da Quanser junto com o software MatLab/Simulink.

2 Estratégias de controles propostas

Neste item duas propostas de projetos de controladores são apresentadas: uma utiliza equações contínuas no tempo e outra utiliza equações discretizadas no tempo, ou seja, o período de amostragem do computador é levado em consideração. Em ambos os projetos, a estratégia de controle proposta consiste em utilizar um preditor para estimar os estados atuais, os quais compõe a lei de controle de estrutura variável com modos deslizantes. Neste trabalho o período de amostragem assim como o atraso na aquisição de dados são considerados conhecidos. Também, todos os estados da planta são considerados acessíveis.

2.1 Projeto de Controle com Modos Deslizantes Contínuo (CMDC)

Considere o sistema a seguir:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \qquad (1)$$

sendo $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ o vetor de controle. As matrizes A e B são constantes e com dimensões adequadas.

Neste trabalho, considera-se que os sinais de controle são gerados por microprocessadores e que a realimentação dos estados é feita através um sistema de aquisição de dados, incluindo conversores analógico/digitais. Na aquisição e transmissão de dados podem ocorrer atrasos no tempo considerados conhecidos e constantes, h. Na Fig. 1 é apresentado um esquema que ilustra esta condição através de emulação, ou seja, utilizando-se períodos de amostragens pequenos de modo que o sistema possa ser aproximado como contínuo no tempo.

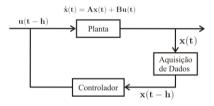


Figura 1 - Representação de atraso na aquisição de dados utilizando emulação.

A representação da dinâmica do sistema a partir dos estados amostrados com atraso de tempo h é dada pela Eq. (2).

$$\dot{x}(t-h) = Ax(t-h) + Bu(t-h). \tag{2}$$

Caso os sinais de controle sejam gerados a partir dos estados amostrados x(t-h), então, a lei de controle será u(t-h), ou seja, a planta controlada (1) que era livre de atraso passa a ser uma planta com atraso h no controle.

Em geral, atrasos no controle deterioram o desempenho dos sistemas, seja qual for o método de controle utilizado. Em particular, sob o enfoque do CEV/MD, a eliminação do atraso de aquisição de dados torna-se fundamental, pois o mesmo é muito sensível a qualquer tipo de atraso (Lee & Lee, 1999).

Para estimar os estados atuais, um estimador na forma da Eq. (3), adaptado de Furukawa & Shimemura (1983), será utilizado, sendo $x_p(t)$ a estimativa do estado atual (x(t-h+h) = x(t)).

$$x_p(t) = e^{Ah}x(t-h) + \int_{-h}^{0} e^{-A\theta}Bu(t+\theta)d\theta.$$
 (3)

A dinâmica do estado preditivo $x_p(t)$ é livre de atraso como pode ser visto pela Eq. (4), o que pode ser comprovado a partir da derivação no tempo de $x_p(t)$.

$$\dot{x}_{p}(t) = Ax_{p}(t) + Bu(t). \tag{4}$$

Desta forma, pode-se desenvolver o projeto CEV/MD convencional a partir dos estados preditivos $x_p(t)$. A superfície de deslizamento é dada por

$$\sigma(t) = Sx_{p}(t), \qquad (5)$$

sendo $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ uma matriz constante, a qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento.

O propósito do CEV/MD é encontrar uma lei de controle que garanta a existência do modo deslizante. Uma lei de controle que atinge este objetivo é composta por uma parte contínua e outra descontínua como proposto em Decarlo et al.(1988):

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t),$$
 (6)

sendo $u_{eq}(t)$ o controle equivalente e $u_N(t)$ o controle descontínuo.

O controle equivalente, responsável por manter a trajetória de estados sobre a superfície de deslizamento, é dada por

$$u_{eq}(t) = -(SB)^{-1}(SA) x_p(t)$$
 (7)

A parte descontínua do controle responsável por levar a trajetória de estados do sistema até a superfície de deslizamento é $u_N(t) = \left[u_{N1}(t) \quad ... \quad u_{Nm}(t)\right]^T$, em que $u_{Ni}(t)$ é dado por

$$u_{Ni}(t) = \rho \frac{\sigma_i(t)}{|\sigma_i(t)|}, \quad \rho < 0 \quad i = 1,...,m.$$
 (8)

A lei de controle dada em (8) insere trepidação ao sistema. Uma modificação para reduzir este efeito é proposta em Spurgeon & Davies (1993) e apresentada em (9).

$$u_{Ni}(t) = \rho \frac{\sigma_i(t)}{|\sigma_i(t)| + \delta}, \ \rho < 0, \ \delta \to 0^+, \ i = 1, ..., m.$$
 (9)

2.2 Projeto de Controle com Modos Deslizantes Discretos (CMDD)

No esquema de controle representado pela Fig. 1, é agora levado em consideração que os sinais são amostrados num período de amostragem T_a . Desta forma, a representação dinâmica da planta controlada no espaço de estados discretizado é dada por

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma v(k), \qquad (10)$$

sendo x(k) o vetor de estados amostrado no instante kT_a e v(k) o vetor de controle gerado na amostragem k. As matrizes Φ e Γ são constantes e dependem do período de amostragem T_a .

Agora, leva-se em consideração que a aquisição e transmissão de dados referentes aos estados têm

atraso de tempo dado por $h = H T_a$. Assim, a representação da dinâmica do sistema amostrado com atraso é dada por

$$x(k-H+1) = \Phi x(k-H) + \Gamma v(k-H)$$
. (11)

Da mesma forma que no caso contínuo, caso os sinais de controle sejam gerados a partir dos estados amostrados x(k-H), então, a lei de controle será v(k-H), ou seja, a planta controlada (10), que era livre de atraso, passa a ser uma planta com atraso de H amostras no controle.

Para estimar os estados amostrados atuais, um estimador na forma da Eq. (12), adaptado de Xia et al.(2007), será utilizado, sendo $x_p(k)$ a estimativa do estado atual

$$x_p(k) = \Phi^H x(k-H) + \sum_{i=-H+1}^{0} \Phi^{-i} \Gamma \nu(k-1+i)$$
. (12)

A dinâmica do estado preditivo $x_p(k)$ é livre de atraso como pode ser observado pela Eq. (13), a partir do cálculo de $x_p(k+1)$,

$$x_p(k+1) = \Phi x_p(k) + \Gamma \nu(k). \tag{13}$$

Novamente, pode-se desenvolver o projeto CEV/MD a partir dos estados preditivos $x_p(k)$. A superfície de deslizamento discreta é dada por

$$\sigma(k) = Gx_p(k), \qquad (14)$$

sendo $G \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ uma matriz constante, a qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento.

A lei de controle discreta que estabelece um modo deslizante é composta por uma parte contínua e outra descontínua como proposto em Garcia et al. (2005):

$$v(k) = v_{eq}(k) + v_N(k)$$
, (15)

sendo $v_{eq}(k)$ o controle equivalente, responsável por manter o sistema na superfície de deslizamento, e $v_N(k)$ a parte chaveada do controle, responsável por levar o sistema até o deslizamento.

O controle equivalente é dado por

$$v_{eq}(k) = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) x_p(k)$$
. (16)

O controle $\nu_N(k)$ é escolhido de modo a garantir a convergência da trajetória de estados para a superfície de deslizamento e é dado por

$$v_N(t) = [v_{N1}(t) \dots v_{Nm}(t)]^T \text{ com}$$

 $v_{Ni}(k) = \gamma_i \ \sigma_i(k), -2 < \gamma_i < 0.$ (17)

3 Aplicação no sistema de suspensão ativa

3.1 Modelagem matemática

Neste trabalho utiliza-se um modelo linear no espaço de estados de um quarto de veículo corres-

pondente ao sistema de suspensão ativa de bancada Quanser. Seu diagrama é apresentado na Fig. 2 (Quanser Innovate Educate 2010).

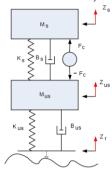


Figura 2 - Diagrama do sistema de suspensão ativa de bancada Quanser.

O sistema de suspensão ativa pode ser modelado como um sistema massa-mola-amortecedor duplo (Quanser Innovate Educate 2010). Desta forma, as duas entradas do sistema são a força de controle F_c e a derivada da superfície da estrada $\dot{z}_r(t)$.

A coordenada $z_{us}(t)$ representa o deslocamento do pneu, que tem massa M_{us} , a coordenada $z_s(t)$ representa o deslocamento do corpo do veículo, que tem massa M_s . Os movimentos estão relacionados com o movimento imposto pelo terreno no qual o veículo se desloca $(z_r(t))$.

As equações de movimento do sistema são obtidas utilizando o método de "diagrama de corpo livre", e podem ser descritas no espaço de estados na forma da Eq. (18). Em Quanser Innovate Educate (2010) é apresentada uma dedução detalhada.

$$\dot{x} = Ax(t) + B_1 e(t) + B_2 u(t)$$
, (18)

sendo B_1 a matriz relacionada com a derivada da superfície da estrada (\dot{z}_r) e B_2 a matriz relacionada com a força de controle F_c .

Os quatro estados, considerados acessíveis, são definidos na Eq. (19):

$$x = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \dot{z}_s(t) \\ z_{us}(t) - z_r(t) \\ \dot{z}_{ue}(t) \end{bmatrix}.$$
 (19)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{B_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, (20)$$

$$B_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, B_{2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_{s}} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix}.$$

O primeiro estado é a deflexão, ou viagem, da suspensão. O segundo estado representa a velocidade vertical do corpo do veículo. O terceiro estado é a deflexão do pneu. O quarto estado é a velocidade vertical do conjunto da roda. A primeira entrada do sistema, e, é a velocidade da superfície da estrada (\dot{z}_r). A segunda entrada, u, é a ação de controle (F_c). As matrizes A, B_1 e B_2 da representação no espaço de estados são apresentadas na Eq. (20).

3.2 Aplicação do controle proposto na suspensão ativa considerando atraso na aquisição de dados

Os valores numéricos das matrizes de estado A, B_1 e B_2 , nas Eq. (18) e (20), são calculados a partir dos valores numéricos fornecidos pelo fabricante (Quanser Innovate Educate 2010), apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros físicos do sistema de suspensão ativa de bancada Ouanser.

Descrição	Símbolo	Valor
Constante de Rigidez entre o corpo do veículo e o pneu	K_s	900 N/m
Constante de Amortecimento entre o corpo do veículo e o pneu	B_s	7,5 [N/m].s
Massa do corpo do veículo	M_s	2,45 Kg
Constante de Rigidez entre o pneu e a estrada	K _{us}	2500 N/m
Constante de Amortecimento entre o pneu e a estrada	B_{us}	5 [N/m].s
Massa do pneu	M_{us}	1 <i>Kg</i>

Para o projeto de controle contínuo no tempo, Eq. (6), (7) e (9), a matriz S da superfície de deslizamento da Eq. (5) foi calculada tal que os polos do sistema no deslizamento sejam: $p_1 = -23,0114$, $p_2 = -24,0955 + 25,1044$ ie $p_3 = -24,0955 - 25,1044$ i.

Os demais valores numéricos utilizados são $\rho = -25$ e $\delta = 0.06$. O tempo de amostragem para este controle foi escolhido ser de 1 ms de modo que a emulação apresentasse bons resultados.

Para o projeto de controle discreto, Eq. (15)-(17), considerou-se período de amostragem de 3 ms e projetou-se a superfície de deslizamento G tal que os polos do sistema em deslizamento no plano z fossem $z_1 = 0.9333$, $z_2 = 0.9276 + 0.0700i$ e $z_2 = 0.9276 - 0.0700i$. Também utilizou-se $\gamma = -0.3$.

Nas simulações computacionais, e também na bancada, o controle proposto neste artigo foi comparado com o controle LQR convencional proposto pelo fabricante (Quanser Innovate Educate 2010), que tem como matrizes de projeto $Q = \text{diag}([450 \ 30 \ 5 \ 0.01]) e R = 0.01$. Os experimentos práticos foram realizados no sistema de suspensão ativa de bancada da Quanser, seguindo o esquema apresentado na Fig. 3. Nele, o computador provido com MatLab/Simulink Real-Time implementa os controles utilizados: LQR, preditor contínuo-CMDC, preditor discreto-CMDD. Conversores analógicos-digitais são utilizados na comunicação com o sistema de bancada.

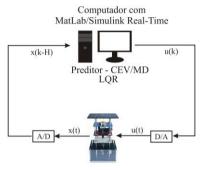


Figura 3 - Esquema do experimento.

O formato da pista de teste foi escolhido com base no trabalho de Sam et al. (2008). Esse formato é apresentado na Fig. 4.

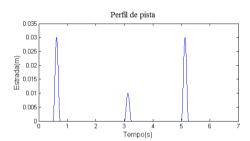


Figura 4 - Perfil de pista para testes.

Para a verificação da robustez dos controles CMDC e CMDD introduziu-se, em alguns testes, uma perturbação no sinal de controle do atuador. A perturbação utilizada foi uma senóide com frequência 0,2 Hz e amplitude igual a 4 Newtons.

4 Resultados Obtidos e Discussões

4.1 Necessidade do preditor

Na Fig. 5 apresenta-se resultados de simulações para os controles CMDC e CMDD com períodos de amostragem de 1 *ms* e 3 *ms*, respectivamente, e com atraso de 12 períodos de amostragem (12 *ms* e 36 *ms*), sem a utilização de preditores.

Como é possível observar, os atrasos na aquisição de dados tornam o desempenho do sistema ruim. Deste modo mostra-se a necessidade de utilização de preditores de estado nas estratégias CMDC e CMDD quando o sistema sofre atrasos na aquisição de dados.

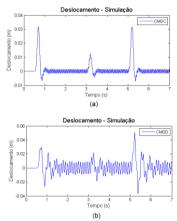


Figura 5 - Resultados de simulação com atraso na aquisição de dados de 12 períodos de amostragem, sem utilização de preditores. (a) CMDC (b) CMDD.

4.2 Resultados para o controle contínuo CMDC

Na Fig. 6 mostra-se a resposta do sistema com controle CMDC e preditor em comparação com resultados do controlador LQR proposto pelo fabricante. Nesta simulação, o sistema sofre atraso de 12 períodos de amostragem (12 ms) e ocorre perturbações na entrada de controle. Percebe-se que a principal vantagem do controle CMDC, a rejeição de incertezas casadas (neste caso apresentada na forma de perturbações na entrada de controle), manteve-se mesmo na presença de atrasos na aquisição de dados, quando aplicado junto ao preditor de estados.

Na Fig. 7 mostram-se os resultados obtidos quando a aquisição de dados sofre 60 períodos de amostragem de atraso (60 *ms*). Mesmo nesta condição extrema, o controle composto pelo par preditor-CMDC mantem o sistema com bom desempenho, enquanto o controle LQR apresentou desempenho bastante ruim.

A partir dos gráficos nas Fig. 6-7 comprova-se a eficácia do controle contínuo preditor-CMDC quando em pequenos períodos de amostragem (no caso 1 ms). Quando este período de amostragem aumenta, o controle contínuo apresenta deterioração em seu desempenho, como pode ser comprovado na Fig. 8, onde mesmo na ausência de perturbação no sinal de controle o desempenho do controle preditor-CMDC é insatisfatório quando o período de amostragem é de 3 ms.

4.3 Resultados para o controle discreto CMDD

Nesta fase de testes utiliza-se períodos de amostragem de 3 *ms*, período no qual o controle contínuo apresentou resultados ruins.

Nas Fig. 9 e 10 são apresentados os resultados de simulação e de bancada com atrasos na aquisição de dados de, respectivamente, 12 e 60 períodos de amostragem (36 ms e 180 ms) e com perturbação na entrada de controle do sistema. Os resultados são confrontados com os resultados apresentados pelo controle LQR proposto pelo fabricante do sistema de suspensão ativa de bancada Quanser.

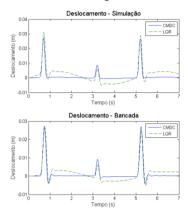


Figura 6 - Deslocamento do corpo do veículo com atraso de 12 períodos de amostragem na aquisição de dados e perturbação na entrada de controle.

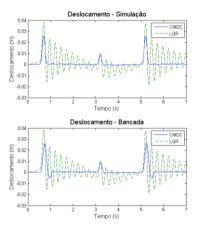


Figura 7 - Deslocamento do corpo do veículo com atraso de 60 períodos de amostragem na aquisição de dados e perturbação na entrada de controle.

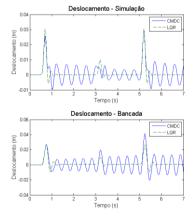


Figura 8 - Deslocamento do corpo do veículo com atraso de 12 períodos de amostragem na aquisição de dados, sem perturbação na entrada de controle, com tempo de amostragem de 3 ms.

Observa-se que o par preditor discreto-CMDD manteve o sistema com bons resultados mesmo quando o sistema sofre grande atraso na aquisição de dados. No entanto, o controlador LQR desestabilizou o sistema para o caso em que o atraso foi de 60 períodos de amostragem, impossibilitando sua implementação prática, conforme mostrado na Fig. 10.

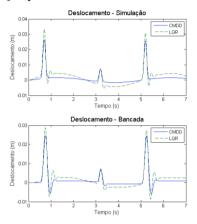


Figura 9 - Deslocamento do corpo do veículo com atraso de 12 períodos de amostragem na aquisição de dados e perturbação na entrada de controle.

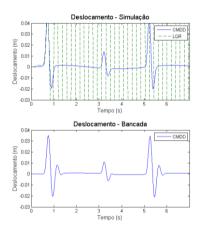


Figura 10 - Deslocamento do corpo do veículo com atraso de 60 períodos de amostragem na aquisição de dados e perturbação na entrada de controle.

5 Conclusão

Neste trabalho foi proposta uma estratégia de controle com modos deslizantes (CEV/MD) para sistemas com atraso na aquisição de dados. Através de resultados em simulações e de bancada no sistema suspensão ativa da Quanser foi mostrado que estes atrasos comprometem muito o desempenho deste tipo de controle, caso não sejam levados em consideração. Foi proposto o uso de preditores de estados em conjunto com CEV/MD. Dois projetos foram realizados, um contínuo no tempo (preditor-CMDC) e outro discreto (preditor-CMDD). Foram comparados resultados de simulações e experimentais entre preditor-CMDC e preditor-CMDD com um controlador LQR convencional. Comprovou-se a eficácia do con-

trole proposto em rejeitar perturbações, mesmo na presença de atrasos nos estados do sistema.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo número 2011/17610-0.

Referências Bibliográficas

- Decarlo, R.A., Zak, S.H. & Matthews, G.P., 1988.

 Variable Structure Control of Nonlinear

 Multivariable Systems: A Tutorial.

 Proceedings of the IEEE, 76(3), pp.212–232.
- Furukawa, T. & Shimemura, E., 1983. Predictive Control for Systems with Time Delay. International Journal of Control, 37(2), pp.399–412.
- Garcia, J.P.F. et al., 2005. Continuous-Time and Discrete-Time Sliding Mode Control Accomplished Using a Computer. IEE Proceedings Control Theory and Applications, 152(2), pp.220–228.
- Nagarkar, M.P. et al., 2011. Active Control of Quarter-Car Suspension System Using Linear Quadratic Regulator. International Journal of Automotive and Mechanical Engineering (IJAME), 3(6), pp.364–372.
- Quanser Innovate Educate, 2010. Active Suspension LQG Control Using QUARC Instructor Manual, p.48.
- Sam, Y. M., Suaib, N.M. & Osman, J. H. S., 2008. Proportional Integral Sliding Mode Control for the Half-Car Active Suspension System with Hydraulic Actuator. In Hangzhou, China, pp. 52–57.
- Spurgeon, S.K. & Davies, R., 1993. A Nonlinear Control Strategy for Robust Sliding Mode Performance in the Presence of Unmatched Uncertainty. International Journal of Control, 57(5), pp.1107–1123.
- Xia, Y. et al., 2007. Sliding Mode Control of Uncertain Linear Discrete Time Systems with Input Delay. IET Control Theory & Applications, 1(4), pp.1169–1175.
- Yamashita, M. et al., 1994. Application of $H\infty$ Control to Active Suspension Systems. Automatica, 30(11), pp.1717–1729.