

# UM CONTROLADOR DE SEGUIMENTO DE CAMINHOS E POSICIONAMENTO PARA ROBÔS MÓVEIS UNICICLO

CASSIUS Z. RESENDE<sup>‡\*</sup>, R. CARELLI<sup>†</sup>, MÁRIO SARCINELLI-FILHO\*

\**Dep. Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES  
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória - ES - Brasil. 29075-910*

<sup>†</sup>*Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan - UNSJ  
Av. San Martín Oeste 1112, J5400ARL, San Juan, Argentina*

<sup>‡</sup>*Coordenação de Automação Industrial, Campus Serra, Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia do Espírito Santo - IFES  
Rodovia ES-010, Km 6,5, Mangueiras - Serra - ES - Brasil. 29173-087*

Emails: cassius@ifes.edu.br, rcarelli@inaut.unsj.edu.ar, mario.sarcinelli@ufes.br

**Abstract**— This paper presents a new motion controller for unicycle mobile robots that is capable of accomplishing both positioning and path-following tasks. The proposed controller has the advantage of simultaneously performing the approximation of the robot to the proposed path by the shortest route and limiting its velocity. Such features are achieved by the continuous variation of the controller gains, whose values are determined by fuzzy rules.

**Keywords**— Path Following, Positioning Task, TS *Fuzzy* Model, Mobile Robots.

**Resumo**— Este trabalho apresenta um novo controlador de movimento de robôs uniciclo que é capaz de realizar tanto a tarefa de posicionamento como a tarefa de seguimento de caminhos. O controlador proposto possui a vantagem de realizar a aproximação do robô ao caminho proposto pelo trajeto mais curto, e, simultaneamente, limitar sua velocidade. Tais características são alcançadas pela variação contínua dos ganhos do controlador, cujos valores são determinados por regras *fuzzy*.

**Palavras-chave**— Seguimento de Caminho, Posicionamento, Modelo *Fuzzy* TS, Robôs Móveis.

## 1 Introdução

Este trabalho apresenta um novo controlador de movimento para robôs uniciclo que é capaz de realizar tanto a tarefa de posicionamento como a tarefa de seguimento de caminhos.

Inicialmente, a solução do problema de seguimento de caminhos foi apresentada no trabalho de Canudas de Wit et al. (1997). Esta solução possui dois inconvenientes: apresenta singularidade e não permite que o robô assuma velocidade igual a zero durante o seguimento do caminho. Isto impede que o robô móvel pare devido a uma sinalização de controle de tráfego, por exemplo, o que é uma situação verossímil.

Uma nova abordagem, sem apresentar o inconveniente da singularidade, foi apresentada por Soetanto et al. (2003). Contudo, Celeste et al. (2013) explica que quando há valores elevados de erros essa solução satura os atuadores do robô, ocasionando instabilidade no sistema.

Alterando as leis de controle de Soetanto et al. (2003), Celeste et al. (2013) apresenta outra proposta para o seguimento de caminhos, solucionando o problema de saturação dos atuadores. Embora não possuam singularidades, as duas últimas soluções citadas também não permitem que o robô assuma velocidade zero durante o seguimento do caminho.

Uma solução que permite ao robô assumir velocidade igual a zero e que não possui singu-

laridade é apresentada no trabalho de Andaluz et al. (2011). Neste trabalho é demonstrado que a estrutura de controle apresentada em (Martins et al., 2008), que é utilizada para o seguimento de trajetória e para o posicionamento, também pode ser utilizada para o seguimento de caminhos. A unificação desses três controladores é formalizada em (Andaluz et al., 2012), embora este último trabalho apresente um controlador de movimento unificado de manipuladores móveis.

O controlador aqui proposto, ao contrário dos anteriormente citados, possui a vantagem de realizar a aproximação do robô ao caminho proposto pelo trajeto mais curto. Além disso, ele ainda apresenta as outras vantagens desejadas: não possui singularidade, permite que o robô assuma velocidade igual a zero durante o seguimento do caminho e limita os sinais de controle, evitando a saturação dos atuadores.

## 2 Modelo Cinemático Adotado

Neste trabalho o robô é considerado como um ponto localizado à frente do eixo virtual que liga suas rodas (ponto  $d$  da Figura 1). Tal ponto daqui em diante será denominado como ponto de interesse.

Da Figura 1, a velocidade do ponto de interesse com respeito ao sistema inercial  $\{I\}$  é dada

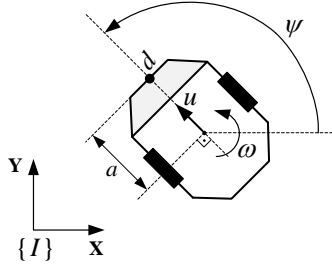


Figura 1: O robô e seus parâmetros cinemáticos.

por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (1)$$

onde a velocidade linear  $u$  e a velocidade angular  $\omega$  são as entradas de controle do robô,  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  são, respectivamente, a velocidade do ponto de interesse nas direções X e Y do sistema inercial,  $a > 0$  representa a distância entre o ponto de interesse e o ponto central do eixo virtual, e  $\psi$  é orientação do robô, dada pela solução de  $\dot{\psi} = \omega$ .

### 3 O Controlador de Seguimento de Caminhos com Posicionamento Inicial

Na Figura 2,  $c(s) = (x_c(s), y_c(s))$  é um caminho proposto; o ponto  $P_d = (x_c(s_D), y_c(s_D))$  é a projeção ortogonal do ponto de interesse sobre o caminho  $c(s)$ , onde  $s_D$  a abscissa curvilínea que define o ponto  $P_d$ ;  $\mathbf{T}$  e  $\mathbf{N}$  são os vetores unitários tangencial e normal do sistema de referência de Frenet construído no ponto  $P_d$ ;  $\theta_T$  é a orientação do vetor  $\mathbf{T}$  em relação ao sistema inercial de referência  $\{I\}$  e  $\theta_N$  é a orientação do vetor  $\mathbf{N}$  em relação ao sistema inercial de referência  $\{I\}$ ;  $\tilde{x} = x_c(s_D) - x$  é o erro de posição na direção X,  $\tilde{y} = y_c(s_D) - y$  é o erro de posição na direção Y e

$$\tilde{n} = 0 - n = -n \quad (2)$$

é o erro de posição na direção N.

De acordo com a Figura 2, o problema de seguimento de caminhos é resolvido por uma lei de controle capaz de fazer com que o ponto de interesse do robô assuma uma velocidade desejada igual a

$$V = V_e = |V_e| \angle \theta_T, \quad (3)$$

além de fazer com que o robô permaneça sobre o caminho, ou seja, que  $\tilde{x} = 0$  e  $\tilde{y} = 0$ , que é o mesmo que  $\tilde{n} = 0$ .

Observe-se que o problema de posicionamento é um caso particular do seguimento de caminhos, onde  $V_e = 0$ .

#### 3.1 Estrutura do Controlador

A estrutura de controle proposta para o seguimento de caminhos combina a cinemática inversa da plataforma com dois blocos *fuzzy* de

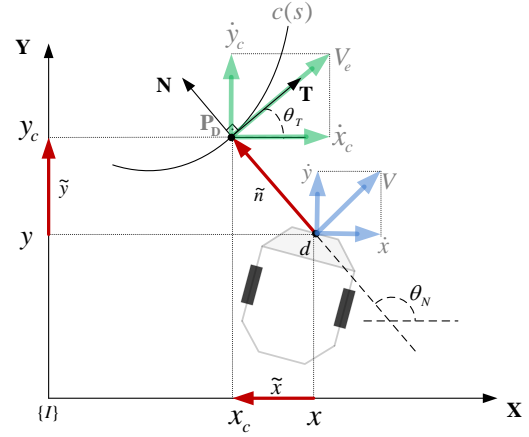


Figura 2: Projeção do ponto de interesse sobre  $c$ .

modelo Takagi-Sugeno (TS) que são projetados com a técnica *sector nonlinearity* (Tanaka and Wang, 2001). Tal estrutura foi utilizada com sucesso no seguimento de trajetória em (Resende et al., 2013).

De acordo com a Figura 3, a nova lei de controle aqui proposta é

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{bmatrix} \right) \quad (4)$$

sendo

$$\dot{x}_c = |V_e| \cos(\theta_T) \quad \text{e} \quad \dot{y}_c = |V_e| \sin(\theta_T), \quad (5)$$

onde  $u_r$  e  $\omega_r$  são as saídas do controlador cinemático,  $V_e$  é a entrada de referência de velocidade do controlador,  $\dot{x}_c$  é a projeção de  $V_e$  na direção X,  $\dot{y}_c$  é a projeção de  $V_e$  na direção Y,  $\mathbf{C}^{-1}$  é a matriz de cinemática inversa do modelo cinemático, e  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as saídas dos blocos “compensadores *fuzzy* de velocidade”(CFV). Os blocos *fuzzy* são assim denominados por gerarem sinais de velocidade.

O bloco de pré-processamento da Figura 3 é responsável por determinar o ponto  $P_d$  e os ângulos  $\theta_T$  e  $\theta_N$ , que são dados por

$$\theta_T = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{dy}{ds}(s_D)}{\frac{dx}{ds}(s_D)} \right) \quad \text{e} \quad \theta_N = \tan^{-1} \left( \frac{\tilde{y}}{\tilde{x}} \right). \quad (6)$$

Além disso, o bloco de pré-processamento também determina o valor de  $V_e$  pela seguinte condição

$$V_e = \begin{cases} 0, & |\tilde{n}| > e_c \text{ [m]}, \\ V_d, & |\tilde{n}| \leq e_c \text{ [m]}, \end{cases} \quad (7)$$

onde  $e_c$  é um valor de erro e  $V_d$  é o valor de velocidade desejada para o robô sobre o caminho. Na condição de  $V_e = 0$ , o controlador estará aproximando o robô ao caminho através de um posicionamento, e na condição de  $V_e = V_d$ , o controlador estará seguindo o caminho.

Os dois compensadores *fuzzy* de velocidade possuem bases de regras Se-Então semelhantes,

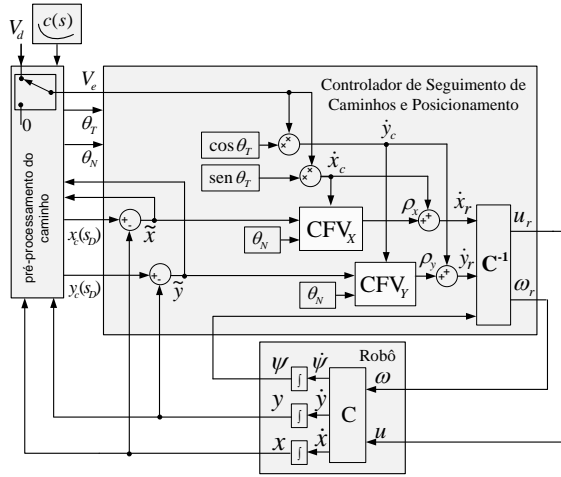


Figura 3: Esquema do controlador.

sendo que o compensador *fuzzy* de velocidade da direção X tem como variáveis premissas  $|\tilde{x}|$  e  $|\dot{x}_c|$ , respectivamente o módulo do erro de posição na direção X e o módulo da projeção de  $V_e$  na direção X. O compensador *fuzzy* de velocidade da direção Y tem como variáveis premissas  $|\tilde{y}|$  e  $|\dot{y}_c|$ , respectivamente o módulo do erro de posição na direção Y e o módulo da projeção de  $V_e$  na direção Y.

As variáveis premissas  $|\tilde{x}|$  e  $|\tilde{y}|$  são divididas em 3 conjuntos *fuzzy* cada: erro pequeno (P), médio (M) e grande (G). A função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro pequeno é dada por

$$f_P(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 1, & |\tilde{e}| < \eta_1; \\ \frac{\eta_1}{(\eta_1 - \eta_2)} - \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2; \\ 0, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (8)$$

enquanto a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro médio é dada por

$$f_M(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_1; \\ \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2; \\ \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)} - \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (9)$$

e a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro grande é dada por

$$f_G(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_2; \\ \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\tilde{e}$  representa o erro de posição  $\tilde{x}$  ou  $\tilde{y}$ . A Figura 4 apresenta o esboço de tais funções de pertinência.

As variáveis premissas  $|\dot{x}_c|$  e  $|\dot{y}_c|$  são divididas em 2 conjuntos *fuzzy* cada: velocidade baixa (B) e elevada (E). De acordo com a Figura 5, tais variáveis premissas são definidas de 0 a  $V_{dmax}$ , onde  $V_{dmax}$  é o limite para a velocidade desejada  $V_d$ .

A base de regras Se-Então do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X é constituída

pelos 6 regras  $Rx_i$  apresentadas na Tabela 1. Cada uma delas é expressa através da forma geral “ $Rx_i$ : Se  $|\dot{x}_c|$  é  $Q_i$  e  $|\tilde{x}|$  é  $N_i$  então  $\rho_x = a_i \tilde{x}$ ”, onde  $i = 1, 2, \dots, 6$ ,  $Q_i$  pode assumir os conjuntos *fuzzy* velocidade baixa (B) ou velocidade elevada (E), e  $N_i$  pode assumir os conjuntos *fuzzy* erro pequeno (P), erro médio (M) ou erro grande (G). Como exemplo, a primeira regra do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X, dada por “ $Rx_1$ : Se  $|\dot{x}_c|$  é uma velocidade baixa (B) e  $|\tilde{x}|$  é um erro pequeno (P), então  $\rho_x = a_1 \tilde{x}$ ” está representada na Tabela 1 por “ $Rx_1: BP \rightarrow a_1$ ”.

Da mesma forma, a base de regras Se-Então do segundo compensador *fuzzy* de velocidade é constituída por 6 regras  $Ry_i$  também apresentadas na Tabela 1. Cada uma delas é expressa através da forma geral “ $Ry_i$ : Se  $|\dot{y}_c|$  é  $Q_i$  e  $|\tilde{y}|$  é  $N_i$ , então  $\rho_y = b_i \tilde{y}$ ”, com  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

Na Tabela 1,  $V_{max}$  é o limite de velocidade estabelecido para o ponto de interesse fora do caminho. Para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada  $V_{max} > V_{dmax}$ .

Definidas as regras *fuzzy*, para cada par de entrada  $(\dot{x}_c, \tilde{x})$ , a saída  $\rho_x$  é dada por

$$\rho_x = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{Q_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|) a_i \tilde{x}}{\sum_{i=1}^6 f_{Q_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|)}, \quad (11)$$

sendo  $f_{Q_i}(|\dot{x}_c|)$  o grau de pertinência da premissa  $|\dot{x}_c|$  dentro do conjunto *fuzzy*  $Q_i$  e  $f_{N_i}(|\tilde{x}|)$  o grau de pertinência da premissa  $|\tilde{x}|$  dentro do conjunto *fuzzy*  $N_i$ . Da mesma forma, para cada par de entrada  $(\dot{y}_c, \tilde{y})$ , a saída do  $\rho_y$  é dada por

$$\rho_y = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{Q_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|) b_i \tilde{y}}{\sum_{i=1}^6 f_{Q_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|)}, \quad (12)$$

sendo  $f_{Q_i}(|\dot{y}_c|)$  o grau de pertinência da premissa  $|\dot{y}_c|$  dentro do conjunto *fuzzy*  $Q_i$  e  $f_{N_i}(|\tilde{y}|)$  o grau de pertinência da premissa  $|\tilde{y}|$  dentro do conjunto *fuzzy*  $N_i$ .

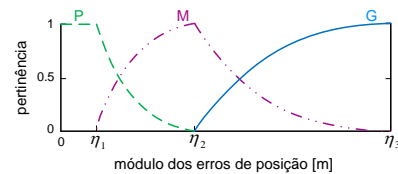


Figura 4: Esboço das funções de pertinência dos módulos dos erros de posição.

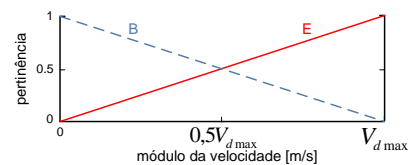


Figura 5: Esboço das funções de pertinência do módulo da projeção de  $V_e$  em X e Y.

Tabela 1: As 6 Regras dos Compensadores *Fuzzy*

$R_1: BP \rightarrow$ $a_1 = b_1$ (escolhidos)	$R_4: EP \rightarrow$ $a_4 = b_4 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_1}$
$R_2: BM \rightarrow$ $a_2 = \frac{ V_{max} \cos \theta_N }{\eta_2}$ e $b_2 = \frac{ V_{max} \text{sen} \theta_N }{\eta_2}$	$R_5: EM \rightarrow$ $a_5 = b_5 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_2}$
$R_3: BG \rightarrow$ $a_3 = \frac{ V_{max} \cos \theta_N }{\eta_3}$ e $b_3 = \frac{ V_{max} \text{sen} \theta_N }{\eta_3}$	$R_6: EG \rightarrow$ $a_6 = b_6 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_3}$

**Notas:** i) o erro  $\eta_1$  define o valor de erro a partir do qual o projetista considera que o robô já alcançou a caminho. ii) ganhos  $a_4$  e  $b_4$  mais elevados resultam em erros de seguimento de caminho menores. iii) ganhos  $a_1$  e  $b_1$  pequenos resultam numa aproximação mais suave ao ponto alvo na tarefa de posicionamento. iv) O erro  $\eta_2$  define o valor de erro a partir do qual o projetista considera que o robô deve desacelerar ao se aproximar do caminho. A desaceleração é influenciada pelo ganho pequeno  $a_1$ . v) O erro  $\eta_3$  define o erro máximo de posição.

### 3.2 Projeto dos Compensadores *Fuzzy* de Velocidade

Para o projeto das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* de erro de posição é utilizada a técnica *sector nonlinearity*. Por esta razão, as funções de pertinência dos conjuntos de erro são construídas de uma forma específica: para  $|\tilde{e}| > \eta_1$  somente duas das três funções de pertinência são diferentes de zero e

$$\sum f_{N_i}(|\tilde{e}|) = f_P(|\tilde{e}|) + f_M(|\tilde{e}|) + f_G(|\tilde{e}|) = 1, \quad (13)$$

onde  $\tilde{e}$  representa o erro de posição  $\tilde{x}$  ou  $\tilde{y}$ . Pela mesma razão, as funções de pertinência dos conjuntos de velocidade devem ser construídas de tal forma que

$$\sum f_{Q_i}(|\dot{v}_c|) = f_B(|\dot{v}_D|) + f_E(|\dot{v}_D|) = 1, \quad (14)$$

onde  $\dot{v}_c$  representa a velocidade  $\dot{x}_c$  ou  $\dot{y}_c$ .

Manipulando (1), (4), (11), (12), (13) e (14), chega-se ao comportamento em malha fechada da velocidade do ponto de interesse, dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c + k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ \dot{y}_c + k(\dot{y}_c, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

onde  $k(\dot{x}_c, \tilde{x})$  e  $k(\dot{y}_c, \tilde{y})$  são ganhos dados por

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{Q_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|), \quad (16)$$

e

$$k(\dot{y}_c, \tilde{y}) = \sum_{i=1}^6 b_i \cdot f_{Q_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|). \quad (17)$$

Seguindo, as funções de pertinência  $f_P(|\tilde{e}|)$ ,  $f_M(|\tilde{e}|)$  e  $f_G(|\tilde{e}|)$ , e os ganhos  $a_4$ ,  $a_5$ ,  $a_6$ ,  $b_4$ ,  $b_5$  e  $b_6$  são calculados para limitar a velocidade do ponto de interesse do robô em  $\dot{x} = \dot{y} = V_{max}$  entre  $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ .

Examinando (5) e (15), para  $\tilde{x} = \eta_1$  e  $\dot{x}_c = V_{dmax}$ , o limite de velocidade  $V_{max}$  é respeitado se

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \eta_1 = V_{max} - V_{dmax}. \quad (18)$$

Mas, nesta condição, de acordo com (16),  $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = a_4$ , ou seja, o ganho  $a_4$  deve ser

$$a_4 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_1}. \quad (19)$$

Repetindo o processo anterior para  $\tilde{x} = \eta_2$  e  $\tilde{x} = \eta_3$ , respectivamente, tem-se

$$a_5 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_2}, \quad (20)$$

e

$$a_6 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_3}. \quad (21)$$

Da mesma forma, examinando (5) e (15) para  $\dot{y}_c = V_{dmax}$ ,  $\tilde{y} = \eta_1$ ,  $\tilde{y} = \eta_2$  e  $\tilde{y} = \eta_3$ , chega-se aos valores de  $b_4$ ,  $b_5$  e  $b_6$ .

Para  $\eta_2 \leq \tilde{x} \leq \eta_3$  e  $\dot{x}_c = V_{dmax}$  os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são  $f_P(|\tilde{x}|) = 0$ ,  $f_M(|\tilde{x}|) \neq 0$ ,  $f_G(|\tilde{x}|) \neq 0$ ,  $f_B(|\dot{x}_c|) = 0$  e  $f_E(|\dot{x}_c|) = 1$ . Substituindo estes resultados em (13) e (16), respectivamente, tem-se

$$f_M(|\tilde{x}|) + f_G(|\tilde{x}|) = 1 \quad (22)$$

e

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = a_5 \cdot f_M(|\tilde{x}|) + a_6 \cdot f_G(|\tilde{x}|). \quad (23)$$

Resolvendo o sistema de equações formado por (18), (20), (21), (22) e (23), obtém-se as funções de pertinência  $f_M(|\tilde{e}|)$  e  $f_G(|\tilde{e}|)$  para  $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ , dadas por (9) e (10).

Repetindo o processo anterior para  $\eta_1 \leq \tilde{x} \leq \eta_2$  e  $\dot{x}_c = V_{dmax}$  chega-se nas funções de pertinência  $f_P(|\tilde{e}|)$  e  $f_M(|\tilde{e}|)$  para  $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_2$ , dadas por (8) e (9).

Seguindo, os ganhos  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_2$  e  $b_3$  são calculados para orientar a velocidade do ponto de interesse na direção  $\theta_N$  durante o posicionamento ( $\dot{x}_c = \dot{y}_c = 0$ ), isso enquanto  $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ . A velocidade do ponto de interesse é orientada na direção  $\theta_N$  fazendo-se que  $\dot{x} = |V_{max} \cos \theta_N|$  e  $\dot{y} = |V_{max} \text{sen} \theta_N|$ . Examinando (5) e (15), para  $\tilde{x} = \eta_2$  e  $\dot{x}_c = 0$ , deseja-se que

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \eta_2 = |V_{max} \cos \theta_N|. \quad (24)$$

Mas, nesta condição, de acordo com (16),  $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = a_2$ , ou seja, o ganho  $a_2$  deve ser

$$a_2 = \frac{|V_{max} \cos \theta_N|}{\eta_2}. \quad (25)$$

Examinando (5) e (15), para  $\tilde{x} = \eta_3$  e  $\dot{x}_c = 0$ , tem-se que  $a_3$  deve ser

$$a_3 = \frac{|V_{max} \cos \theta_N|}{\eta_3}. \quad (26)$$

Da mesma forma, examinando (5) e (15) para  $\dot{y}_c = 0$ ,  $\tilde{y} = \eta_2$  e  $\tilde{y} = \eta_3$ , chega-se nos valores de  $b_2$  e  $b_3$ .

Para  $\eta_2 \leq \tilde{x} \leq \eta_3$  e  $\dot{x}_c = 0$  os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são  $f_P(|\tilde{x}|) = 0$ ,  $f_M(|\tilde{x}|) \neq 0$ ,  $f_G(|\tilde{x}|) \neq 0$ ,  $f_B(|\dot{x}_c|) = 1$  e  $f_E(|\dot{x}_c|) = 0$ . Substituindo estes resultados em (13) e (16), respectivamente, tem-se

$$f_M(|\tilde{x}|) + f_G(|\tilde{x}|) = 1 \quad (27)$$

e

$$k(\dot{x}_c, \tilde{c}) = a_2 \cdot f_M(|\tilde{e}|) + a_3 \cdot f_G(|\tilde{e}|). \quad (28)$$

Resolvendo-se o sistema de equações formado por (24), (25), (26), (27) e (28), chega-se nas mesmas funções de pertinência  $f_M(|\tilde{e}|)$  e  $f_G(|\tilde{e}|)$  já calculadas anteriormente para velocidade elevada, fechando, assim, o projeto dos CFV.

### 3.3 Análise de Estabilidade

Inicia-se o estudo da estabilidade do sistema em malha fechada obtendo-se, da Figura 2, as relações

$$\tilde{x} = -\tilde{n} \sin(\theta_T) \quad \text{e} \quad \tilde{y} = \tilde{n} \cos(\theta_T), \quad (29)$$

além de

$$\dot{\tilde{n}} = -\dot{x} \sin(\theta_T) + \dot{y} \cos(\theta_T). \quad (30)$$

Derivando-se (2), obtém-se

$$\dot{\tilde{n}} = -\dot{n}, \quad (31)$$

e substituindo (30) em (31), tem-se

$$\dot{\tilde{n}} = \dot{x} \sin(\theta_T) - \dot{y} \cos(\theta_T). \quad (32)$$

Agora, manipulando (5), (15) e (32), obtém-se

$$\dot{\tilde{n}} = k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \sin(\theta_T) - k(\dot{y}_c, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \cos(\theta_T). \quad (33)$$

Por fim, substituindo (29) em (33), tem-se o comportamento de  $\tilde{n}$  em malha fechada, dado por

$$\dot{\tilde{n}} = -k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \tilde{n} \sin^2(\theta_T) - k(\dot{y}_c, \tilde{y}) \cdot \tilde{n} \cos^2(\theta_T). \quad (34)$$

A equação (34) só possui um ponto de equilíbrio,  $\tilde{n} = 0$ . Propondo-se a função candidata de Lyapunov  $L = \frac{1}{2} \tilde{n}^2 > 0$ , a condição para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio é

$$\dot{L} = \tilde{n} \dot{\tilde{n}} < 0. \quad (35)$$

Pela substituição de (34) em (35), tem-se que

$$\dot{L} = -k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \tilde{n}^2 \sin^2(\theta_T) - k(\dot{y}_c, \tilde{y}) \cdot \tilde{n}^2 \cos^2(\theta_T), \quad (36)$$

ou seja, (36) será definida negativa, garantindo a estabilidade do sistema em malha fechada, se  $k_x(\dot{x}_c, \tilde{x}) > 0$  e  $k_y(\dot{y}_c, \tilde{y}) > 0$ . Observe-se que tal condição é garantida fazendo-se  $a_1 = b_1 > 0$  e  $V_{max} > V_{dmax}$ .

Uma vez que  $\tilde{n} \rightarrow 0$ , também  $\tilde{x} \rightarrow 0$  e  $\tilde{y} \rightarrow 0$ . Sendo assim, pela equação (15) a velocidade final do ponto de interesse será  $V = |V_e| \angle \theta_T$ .

Para o caso particular do posicionamento tem-se que  $V_e = 0$ , ou seja, uma vez que  $\tilde{n} \rightarrow 0$  o robô atinge o ponto alvo e fica ali posicionado (porém, sem o controle da sua orientação final).

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O controlador proposto foi implementado no robô Pioneer 3-DX. Os resultados obtidos são apresentados e comprovam sua eficiência. Levando-se em consideração, além do robô, o espaço de trabalho disponível, estabeleceram-se os seguintes limites de velocidade para os experimentos:  $V_{max} = 0,3$  [m/s] e  $V_{dmax} = 0,2$  [m/s].

Escolhendo  $\eta_1 = 0,025$  [m],  $\eta_2 = 0,3$  [m],  $\eta_3 = 20$  [m],  $e_c = 0,3\sqrt{2}$  [m],  $a_1 = 1$  e  $b_1 = 1$ , os ganhos do controlador são obtidos de acordo com a Tabela 1.

No primeiro experimento, o robô deve seguir um caminho definido por  $c(s) = (x_c(s) = 0,5s, y_c(s) = s)$  com a velocidade desejada  $V_d = 0,2$  [m/s], partindo de poses iniciais distintas. A Figura 6 apresenta os percursos do robô, para três poses iniciais distintas. Note-se que enquanto  $|\tilde{n}| > e_c$ , independente da pose inicial, o robô se aproxima do caminho seguindo a orientação  $\theta_N$ . Note-se também que próximo do caminho, a partir de  $|\tilde{n}| \leq e_c$ , o robô muda de orientação para alcançar o caminho suavemente.

No segundo experimento, o robô deve atingir o ponto definido por  $c(s) = (x_c(s) = 0, y_c(s) = 1,5)$  com  $V_d = 0$ , partindo de poses iniciais distintas.

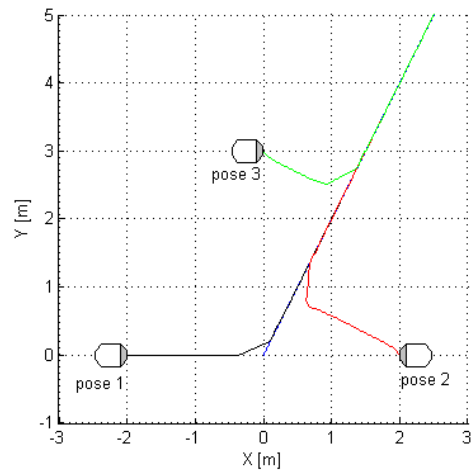


Figura 6: Trajetórias executadas durante o primeiro experimento.

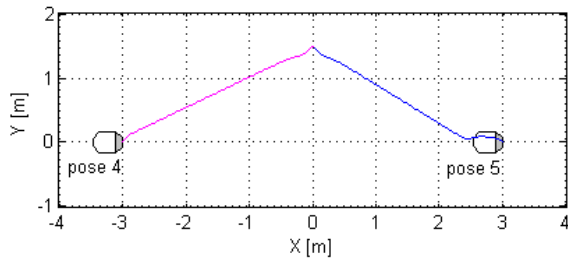


Figura 7: Trajetórias executadas durante o segundo experimento.

A Figura 7 apresenta os percursos seguidos pelo robô, para duas poses iniciais distintas. Note-se que partindo da pose 4 o robô se aproxima do ponto seguindo a orientação  $\theta_N$ . Já quando parte da pose 5, primeiro o robô efetua um giro para depois se aproximar do ponto alvo seguindo a orientação  $\theta_N$ .

A Figura 8 apresenta a evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante o segundo experimento, para as duas poses iniciais distintas. Note-se que a velocidade está limitada à  $V_{max} = 0,3$  [m/s], exemplificando que o controlador proposto é realmente capaz de limitar a velocidade do ponto de interesse. Note-se também que partindo da pose 5, durante o giro do robô ( $0 < t < 4$  [s]), a velocidade do ponto de interesse não é fixa em  $V_{max} = 0,3$  [m/s].

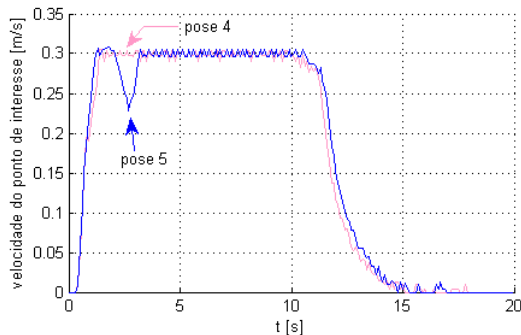


Figura 8: Evolução da velocidade do ponto de interesse.

## 5 CONCLUSÕES

Este artigo propõe e valida um novo controlador de seguimento de caminhos para robôs móveis do tipo unicycle, sendo que tal controlador também é capaz de posicionar o robô.

O controlador proposto foi implementado no robô comercial Pioneer 3-DX. Os resultados experimentais obtidos são apresentados, mostrando que o robô é capaz de seguir o caminho desejado e também realizar a tarefa de posicionamento.

O controlador apresentado possui a vantagem de realizar a aproximação do robô ao caminho de-

sejado pelo trajeto mais curto. Além disso, tal controlador não possui singularidade, permite que o robô assuma velocidade igual a zero durante o seguimento do caminho, e, por fim, limita a velocidade do robô e os sinais de controle, evitando uma possível saturação dos atuadores.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES), à Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), ao Instituto de Automática (INAUT) da Universidade Nacional de San Juan (UNSJ), da Argentina, e à FAPES - Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo.

## Referências

- Andaluz, V., Roberti, F., Toibero, J. M. and Carelli, R. (2012). Adaptive unified motion control of mobile manipulators, *Control Eng. Practice* **20**(12): 1337 – 1352.
- Andaluz, V., Roberti, F., Toibero, J. M., Carelli, R. and Wagner, B. (2011). Adaptive dynamic path following control of an unicycle-like mobile robot, in C.-Y. Su, S. Rakheja and H. Liu (eds), *Intelligent Robotics and Applications*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 563–574.
- Canudas de Wit, C., Siciliano, B. and Bastin, G. (1997). *Theory of Robot Control*.
- Celeste, W. C., Bastos-Filho, T. F., Sarcinelli-Filho, M., De La Cruz, C. and Carelli, R. (2013). A robust adaptive path-following controller for a robotic wheelchair, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* **24**(4): 397–408.
- Martins, F. N., Celeste, W., Carelli, R., Sarcinelli-Filho, M. and Bastos-Filho, T. F. (2008). An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking, *Control Eng. Practice* **16**(11): 1354–1363.
- Resende, C. Z., Carelli, R. and Sarcinelli-Filho, M. (2013). A nonlinear trajectory tracking controller for mobile robots with velocity limitation via fuzzy gains, *Control Engineering Practice* **21**(10): 1302 – 1309.
- Soetanto, D., Lapierre, L. and Pascoal, A. (2003). Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots, *IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 2, pp. 1765 – 1770.
- Tanaka, K. and Wang, H. O. (2001). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.