

# TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO EM MALHA FECHADA USANDO O ALGORITMO VARIÁVEL INSTRUMENTAL: UM ESTUDO DE CASO

VICTOR H. F. HAENDEL, ADHEMAR B. FONTES, JOSELITO S. LIMA, MANOEL O. S. SOBRINHO

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia,  
Rua Aristides Novis, 02, Bairro Federação, CEP 40.210-630, Salvador - BA.*

*E-mails: victorhaendel@gmail.com, adhemar@ufba.br, joselitolima@gmail.com*

*Colegiado de Engenharia Elétrica, Fundação Universidade Federal do Vale do São Francisco,  
Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Bairro Santo Antônio, CEP 48.902-300, Juazeiro - BA.  
E-mail: manoel.sobrinho@univasf.edu.br*

**Abstract** – The closed loop identification has been extensively explored in the literature. For safety reasons and restrictions of production, only such identification may be applied to plants that has an integrative behavior, or is asymptotically stable. The present work deals with a comparison between two different closed loop identification methods: Double Filtering and Refined Instrumental Variable. A study about the closed loop algorithms of interest is made. Both methods are implemented and tests are done using computer simulation with the Matlab software. After that, an experimental platform in laboratory is used, to apply the studied methods. Finally, considerations are made about the results.

**Keywords** - Closed Loop Identification; Instrumental variable.

**Resumo** - A identificação em malha fechada tem sido amplamente explorada na literatura. Por razões de segurança ou restrições de produção, somente esse tipo de identificação pode ser aplicado em plantas integradoras ou assintoticamente estáveis. O presente trabalho trata da comparação entre dois diferentes métodos de identificação em malha fechada: o método da Dupla Filtragem e o algoritmo de Variável Instrumental Refinado. Aborda-se detalhadamente os algoritmos propostos. Os dois métodos são implementados e realizam-se testes utilizando-se simulação computacional no Matlab. Em seguida, utiliza-se uma plataforma experimental, existente no laboratório, para aplicação dos métodos em estudo. Ao final, considerações são feitas sobre os resultados obtidos.

**Palavras-chave** - Identificação em malha fechada; Variável instrumental.

## 1 Introdução

Os sistemas de controle, em geral, necessitam de modelos matemáticos que os representem, de forma a possibilitar um melhor estudo e conhecimento de suas características.

Geralmente, um modelo fenomenológico bem implementado representa de forma mais detalhada um determinado sistema, porém, requer maior esforço e conhecimento do processo. Por outro lado, a modelagem por identificação é mais simples e rápida, sendo em muitas situações, os modelos por ela obtidos, fidedignos o suficiente para o estudo que se deseja realizar (Aguirre, 2007).

A identificação em malha fechada baseada na resposta ao degrau constitui-se um método clássico bastante abordado na literatura (Ljung, 1999) e (Aguirre, 2007), tais como o método proposto por Yuwana & Seborg (1982) e o método proposto por Fontes et al (2012) para sistemas de primeira e segunda ordem. Aplicações desta abordagem podem ser encontradas em Wang et al. (2001) e em Coelho & Barros (2003), os quais desenvolvem diferentes métodos para identificação de sistemas com atraso de tempo (Fontes et al., 2010).

A identificação em malha fechada é requerida também quando não é possível, ou não é conveniente, operar o sistema em malha aberta, seja por questões

de segurança, instabilidade ou restrições do processo (Acioli Jr. & Barros, 2008). As vantagens da identificação em malha fechada comparada com a de malha aberta são abordadas em Hjalmarsson (2005) e den Hof & Schrama (1998), destacando as diferenças de comportamento e segurança.

Em determinadas aplicações, um módulo termoeletrico, também conhecido como módulo Peltier, é utilizado como atuador no controle de temperatura em torno de um ponto de operação (Zheng, et al. 2004). Existem na literatura alguns modelos propostos para o módulo termoeletrico com vistas à aplicação em controle (Neto, 2003 e Sobrinho et al, 2008).

No presente trabalho, será dada ênfase a modelagem através da identificação em malha fechada. Além de apresentados seus aspectos gerais e um histórico da abordagem clássica em malha aberta, serão abordados temas específicos, como a identificação em malha fechada, a partir de um modelo paramétrico e tratamento do ruído de medição. Serão estudados, implementados e comparados dois métodos de identificação em malha fechada: o método de dupla filtragem e o algoritmo de variável instrumental refinado. A teoria abordada será ainda aplicada a uma câmara térmica, constituída basicamente de um módulo termoeletrico e de um dissipador de calor, e os resultados serão analisados.

## 2 Fundamentação teórica

### 2.1 Algoritmo de Variável Instrumental Refinado

Esta seção apresenta um resumo do artigo de Gilson (Gilson *et al*, 2009), incluindo as definições e os passos necessários para utilizar o algoritmo de variável instrumental refinado. Considere um sistema linear SISO em malha fechada, representado na Figura 1. Os sinais  $r1(t)$  e  $r2(t)$  correspondem à excitação aplicada à saída do controlador (MV) e ao valor de referência (SP), respectivamente, sendo ambos conhecidos. Considera-se o sistema estável em malha fechada. Os sinais de entrada  $u(t)$  e de saída do processo  $y(t)$  são medidos. O processo é indicado por  $G_0(q) = B_0(q^{-1})/F_0(q^{-1})$  com o grau do numerador menor que o grau do denominador, sendo  $q^{-1}$  o operador atraso tal que  $q^{-1}u(t) = u(t-1)$ . O controlador é denotado por  $C_c(q)$  e para facilitar a notação, introduzimos um sinal externo  $r(t) = r_1(t) + C_c(q)r_2(t)$ . O ruído colorido  $\xi_0(t) = H_0(q)e_0(t)$  afeta o sistema em malha fechada, em que  $e_0(t)$  é o ruído branco, com variância  $\lambda$ , decorrelacionado com a excitação.

Para um sistema de malha fechada temos as seguintes equações:

$$S: \begin{cases} y(t) = G_0(q)u(t) + H_0(q)e_0(t) \\ u(t) = r(t) - C_c(q)y(t) \\ r(t) = r_1(t) + C_c(q)r_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

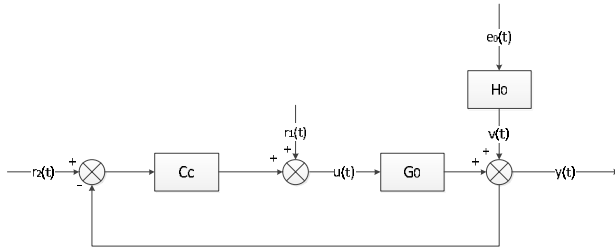


Figura 1. Estrutura em malha fechada – artigo Gilson

A estrutura de modelo geral escolhida para modelar o sistema é:

$$M: y(t) = G(q, \rho)u(t) + H(q, \eta)\varepsilon(t, \theta), \quad (2)$$

sendo o vetor de parâmetros dado por  $\theta^T = (\rho^T \eta^T)$ . O modelo do processo parametrizado toma assim a forma:

$$G: G(q, \rho) = \frac{B(q^{-1}, \rho)}{A(q^{-1}, \rho)} = \frac{b_0 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}}, \quad (3)$$

em que  $n$  denota a ordem do modelo do processo e o par  $(A, B)$  é assumido como coprímio.

O modelo do ruído parametrizado toma assim a forma:

$$H: H(q, \eta) = \frac{C(q^{-1}, \eta)}{D(q^{-1}, \eta)} = \frac{1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_m q^{-m}}{1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_m q^{-m}}. \quad (4)$$

O vetor de parâmetros do modelo do processo é dado por:

$$\rho = [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_n]^T \in \mathfrak{R}^{2n} \quad (5)$$

e o vetor de parâmetros do modelo do ruído é dado por:

$$\eta = [d_1 \dots d_m \ c_1 \dots c_m]^T \in \mathfrak{R}^{2m} \quad (6)$$

O controlador é então:

$$C_c(q) = \frac{Q(q^{-1})}{P(q^{-1})} = \frac{q_0 + q_1 q^{-1} + \dots + q_{nc} q^{-nc}}{p_0 + p_1 q^{-1} + \dots + p_{nc} q^{-nc}}, \quad (7)$$

com o par  $(P, Q)$  assumido como coprímio.

A estrutura escolhida para o modelo do ruído define o modelo do filtro. Assim, para o modelo de ruído ARARX dado por:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + \frac{1}{D(q^{-1})}e(t), \quad (8)$$

define-se o filtro como segue:

$$L(q^{-1}) = D(q^{-1}). \quad (9)$$

Assim, segundo Gilson (Gilson *et al*, 2009), os seguintes passos são necessários para a identificação utilizando-se do algoritmo de variável instrumental iterativo, considerando-se o caso em que o controlador  $C_c(q)$  é conhecido:

**Passo 1 – Inicialização:** estimativa do primeiro modelo.

Aplica o método básico de variável instrumental:

$$\hat{\rho}^0 = \left[ \sum_{t=1}^N \xi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \xi(t) y(t) \quad (10)$$

sendo  $\varphi(t)$  dado por:

$$\varphi^T(t) = [-y(t-1) \dots -y(t-n) \ u(t-1) \dots u(t-n)]. \quad (11)$$

A Variável Instrumental escolhida, por exemplo, pode ser a que utiliza a versão atrasada do sinal de excitação  $r(t)$ . Esse método gera  $B(q^{-1}, \hat{\rho}^0)$  e  $F(q^{-1}, \hat{\rho}^0)$ , denotando a correspondente função de transferência:

$$G(q, \hat{\rho}^0) = \frac{B(q^{-1}, \hat{\rho}^0)}{F(q^{-1}, \hat{\rho}^0)}. \quad (12)$$

Deve-se definir inicialmente o modelo do ruído como

$C(q^{-1}, \hat{\eta}^0) = D(q^{-1}, \hat{\eta}^0) = 1$  e  $i=1$  (primeira iteração).

## Passo 2 – Estimação com a Variável Instrumental.

Gera as Variáveis Instrumentais filtradas, de acordo com a estrutura do modelo escolhida:

$$\begin{cases} L(q, \hat{\theta}^{i-1}) \\ \hat{y}(t, \hat{\rho}^{i-1}) = \frac{G(q, \hat{\rho}^{i-1})}{1 + C_c(q)G(q, \hat{\rho}^{i-1})} r(t) \\ \hat{u}(t, \hat{\rho}^{i-1}) = \frac{1}{1 + C_c(q)G(q, \hat{\rho}^{i-1})} r(t) \\ \hat{\zeta}_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) = L(q, \hat{\theta}^{i-1}) [-y(t-1, \hat{\rho}^{i-1}) \dots - y(t-n, \hat{\rho}^{i-1}) \\ \quad \quad \quad \hat{u}(t-1, \hat{\rho}^{i-1}) \dots \hat{u}(t-n, \hat{\rho}^{i-1})] \end{cases} \quad (13)$$

sendo  $\hat{\zeta}_f(t, \hat{\theta}^{i-1})$  uma estimativa filtrada do vetor de regressores  $\varphi(t)$  livre de ruído, baseado nas estimativas de  $\hat{y}(t)$  e  $\hat{u}(t)$  da saída e entrada do sistema sem ruído, respectivamente. Determina-se então a estimação da Variável Instrumental usando-se essas variáveis estimadas e o pré-filtro projetado:

$$\hat{\rho}^i = \left[ \sum_{t=1}^N \hat{\zeta}_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) \hat{\varphi}_f^T(t, \hat{\theta}^{i-1}) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \hat{\zeta}_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) y_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) \quad (14)$$

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) = L(q, \hat{\theta}^{i-1}) \varphi(t) \\ \hat{y}_f(t, \hat{\theta}^{i-1}) = L(q, \hat{\theta}^{i-1}) y(t) \end{cases} \quad (15)$$

Dessa forma, calculam-se  $B(q^{-1}, \hat{\rho}^{i-1})$  e  $F(q^{-1}, \hat{\rho}^{i-1})$ . A função de transferência correspondente é então:

$$G(q, \hat{\rho}^i) = \frac{B(q^{-1}, \hat{\rho}^i)}{F(q^{-1}, \hat{\rho}^i)}. \quad (16)$$

**Passo 3 –** Obtenção da estimativa ótima do vetor de parâmetros do modelo do ruído  $\eta^i$ , baseado na sequência de ruído estimada.

Utiliza-se um dos esquemas de identificação de modelo do ruído descritos para estimar  $\eta^i$  e a função de transferência associada  $H(q, \eta^i)$ .

**Passo 4 –** Para estrutura de modelo Box Jenkins e Erro na Saída: Repetição do passo 2.

Para-se quando  $F(q^{-1}, \hat{\rho}^i)$ ,  $B(q^{-1}, \hat{\rho}^i)$ ,  $H(q, \hat{\eta}^i)$  e  $L(q^{-1}, \hat{\theta}^i)$  convergirem.

**Passo 5 –** Computar a matriz de covariância do erro de estimação  $\hat{P}_\theta$  associado aos parâmetros estimados.

A partir de  $\hat{P}_\theta = \hat{\sigma}^2 \left[ \varphi_f^T(t, \hat{\theta}) \varphi_f(t, \hat{\theta}) \right]^{-1}$ , onde  $\hat{\sigma}^2$  é a variância da amostra dos resíduos de estimação.

## 2.2 Algoritmo de Dupla Filtragem

Esta seção apresenta um resumo do artigo de Garcia (Garcia et al, 2010), incluindo as definições e os passos necessários para utilizar o algoritmo de dupla filtragem.

A Figura 2 ilustra a estrutura do sistema em malha fechada adotada neste artigo, considerando o caso SISO.

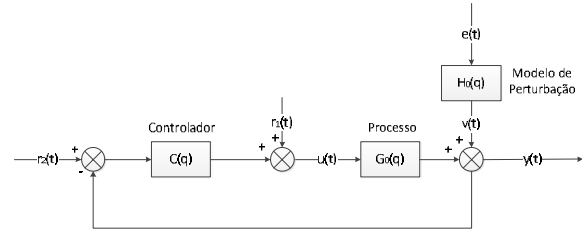


Figura 2. Estrutura em malha fechada – artigo Garcia

Os sinais  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  correspondem à excitação aplicada à saída do controlador (MV) e ao valor de referência (SP), respectivamente, sendo ambos conhecidos. Assume-se que o sinal  $e(t)$  seja ruído branco com variância  $\lambda$ , decorrelacionado com a excitação. Os sinais de entrada  $u(t)$  e de saída do processo  $y(t)$  são medidos.

Da Figura 2, deduz-se que:

$$\begin{cases} y(t) = G_0(q)u(t) + H_0(q)e(t) \\ u(t) = C(q)[r_2(t) - y(t)] + \eta(t) \end{cases} \quad (17)$$

Considerando-se a seguinte função de sensibilidade:

$$S_0(q) = [1 + G_0(q)C(q)]^{-1} \quad (18)$$

e inserindo-a em (17) resulta em:

$$\begin{cases} y(t) = G_0(q)S_0(q)r_1(t) + C(q)G_0(q)S_0(q)r_2(t) + S_0(q)H_0(q)e(t) \\ u(t) = S_0(q)r_1(t) + S_0(q)C(q)r_2(t) - S_0(q)C(q)H_0(q)e(t) \end{cases} \quad (19)$$

É conveniente tratar os sinais de excitação em uma forma padrão, segundo a expressão:

$$r(t) = \eta_1(t) + C(q)r_2(t) \quad (20)$$

A descrição adotada é gerada ao se substituir (20) em (19):

$$\begin{cases} y(t) = G_0(q)S_0(q)r(t) + H_0(q)S_0(q)e(t) \\ u(t) = S_0(q)r(t) - S_0(q)C(q)H_0(q)e(t) \end{cases} \quad (21)$$

Assume-se que o sistema em malha fechada seja internamente estável, isto é, as quatro funções de transferência presentes em (21) são estáveis (analíticas em  $|z| \geq 1$ ). Além disso, assume-se que o produto  $G_0(q)C_0(q)$  seja estritamente próprio.

Assim, segundo Garcia (Garcia et al, 2010), os seguintes passos são necessários para a identificação utilizando-se do algoritmo de dupla filtragem:

**Passo 1** – Identificação das funções de sensibilidade, utilizando as seguintes estruturas de modelo:

$$\begin{cases} u(t) = S(q, \beta)r(t) + W(q, \gamma)\varepsilon_u(t) \\ y(t) = G_{cl}(q, \alpha)r(t) + L(q, \tau)\varepsilon_y(t) \end{cases} \quad (22)$$

Recomenda-se o uso de estruturas FIR ou OE de alta ordem ( $W(q, \gamma) = L(q, \tau) = 1$ ) para o passo de identificação descrito em (22).

Então, os sinais praticamente livres de ruído são gerados a partir de:

$$\hat{u}(t) = S(q)r(t) \text{ e } \hat{y}(t) = G_{cl}(q)r(t) \quad (23)$$

Visto que os modelos de sensibilidade obtidos são de alta ordem, os sinais filtrados de entrada e saída são similares àqueles que ocorreriam no sistema em malha fechada caso não houvesse perturbações ou ruído, pois eles são capazes de filtrar inclusive os espectros de maior frequência do ruído.

**Passo 2** – A seguir, deve-se identificar os modelos do processo e da perturbação, a partir dos resultados obtidos no Passo 1:

$$\hat{y}(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \eta)\varepsilon^{\wedge}_y(t) \quad (24)$$

A equação (24) gera as seguintes estimativas:

$$\hat{G}(q) = G(q, \hat{\theta}_N) \text{ e } \hat{H}(q) = H(q, \hat{\eta}_N) \quad (25)$$

A bibliografia citada (Garcia et al, 2010) inclui uma prova de que, sob condições fracas, a estimativa de  $\hat{G}(q)$  converge para  $G_0(q)$ .

### 3 Estudo de caso – teórico

#### 3.1 Algoritmo de Variável Instrumental Refinado

Seguindo a abordagem da metodologia de Variável Instrumental Refinado, proposta por Marion Gilson et al (2009), projetou-se em Matlab o sistema proposto e implementaram-se dois algoritmos de estimação Variável Instrumental Refinado com preditor linear ARARX, sendo um para modelos de ruído ARARX e outro para modelos de ruído Box Jenkins.

Foi utilizado o mesmo sistema contido no exemplo de Marion Gilson et al (2009):

$$G_0(q) = \frac{0,0997q^{-1} - 0,0902q^{-2}}{1 - 1,8858q^{-1} + 0,9048q^{-2}} \quad (26)$$

$$C_c(q) = \frac{10,75 - 9,25q^{-1}}{1 - q^{-1}} \quad (27)$$

$$H_0(q) = \frac{1 + 0,5q^{-1}}{1 - 0,85q^{-1}} \quad (28)$$

O objetivo principal dessa etapa é testar os algoritmos desenvolvidos, antes de implementá-los no protótipo real. Durante a execução do algoritmo construído, primeiramente executa-se um estimador Mínimos Quadrados (MQ) para inicializar o programa, já que para a construção da variável instrumental precisa-se previamente de um vetor de regressores.

Os resultados apresentados nas tabelas 1 e 2 foram obtidos para uma relação sinal / ruído igual a 10, em que a amplitude de ruído colorido corresponde a 10% do valor da saída de processo. O número de iterações escolhido para esse caso foi de 1000, sendo esse número suficiente para convergência dos parâmetros de todos os casos:

Parâmetros	MQ	VI	VI + ARARX	VI + BJ	Valores Reais
a1	-1,7459	-1,7783	-1,8906	-1,8986	-1,8858
a2	0,7674	0,7988	0,9099	0,9095	0,9048
b0	0,0998	0,0998	0,0998	0,1102	0,0997
b1	-0,0762	-0,0794	-0,0906	-0,1057	-0,0902

Tabela 1. Parâmetros Convergidos

Variância	MQ	VI	VI + ARARX	VI+BJ
a1	0,0185	0,0192	0,0475	0,0108
a2	0,0058	0,0063	0,0310	0,0025
b0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
b1	0,0001	0,0001	0,0003	0,0000

Desvio	MQ	VI	VI + ARARX	VI+BJ
a1	0,1399	0,1075	0,0048	0,0128
a2	0,1374	0,1060	0,0051	0,0047
b0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0105
b1	0,0140	0,0108	0,0004	0,0155

Tabela 2. Comparação entre os modelos de ruído

A partir dos resultados acima, conclui-se que, para o caso teórico considerado, a escolha do modelo de ruído mais adequado para o sistema proposto vai depender da métrica priorizada. Caso o objetivo seja a mínima variância dos parâmetros, o modelo de ruído BJ mostrou-se mais adequado. Caso seja o menor desvio em relação aos valores reais, o ARARX será a melhor opção.

#### 3.2 Algoritmo de Dupla Filtragem

Seguindo a abordagem da metodologia de Dupla Filtragem, proposta por Cláudio Garcia et al (2009), projetou-se em Matlab o sistema proposto e implementou-se o referido algoritmo de estimação Dupla Filtragem.

Foi utilizado o mesmo sistema contido em Cláudio Garcia et al (2009):

$$G_0(q) = \frac{q^{-1} + 0,5q^{-2}}{1 - 1,5q^{-1} + 0,7q^{-2}} \quad (29)$$

$$C_c(q) = \frac{0,0222q^{-1}}{q^{-1} - q^{-2}} \quad (30)$$

$$H_0(q) = \frac{0,02q^{-1}}{1 - 1,9249q^{-1} + 0,9249q^{-2}} \quad (31)$$

As mesmas condições iniciais para o caso anterior (Algoritmo VI Refinado) são válidas para o presente caso, no que diz respeito a inicialização do programa e relação sinal / ruído. O número de iterações esco-

lhido para esse caso foi de 10000, sendo esse número suficiente para convergência dos parâmetros de todos os gráficos.

A seguir, têm-se os resultados da simulação:

Parâmetros	MQ	VI	Valores Reais	
S0	a1	-2,7773	-2,6087	-
	a2	2,6669	2,3363	-
	a3	-0,8883	-0,7175	-
	b0	-1,8027	-1,6342	-
	b1	2,6656	2,3313	-
	b2	-0,8855	-0,7186	-
Gcl	b3	0,0226	0,0219	-
	a1	-2,1483	-1,7567	-
	a2	1,3953	0,4243	-
	a3	0,0264	0,8944	-
	a4	-0,2281	-0,5045	-
	a5	-0,0011	-0,0002	-
G	b0	1,0000	1,0000	-
	b1	-0,1701	0,2215	-
	b2	-0,6638	-0,8601	-
	b3	-0,1660	-0,3614	-
	a1	-1,7858	-1,7410	-1,5
	a2	0,9395	1,1851	0,7
H	b0	-0,0954	-0,5081	1
	b1	0,0830	0,4566	0,5
	a1	-1,8317	-1,9005	-1,9249
	a2	0,9422	1,0127	0,9249
	b0	0,0290	0,0282	0,0200

Tabela 3. Parâmetros Convergidos

Variancia	MQ	VI	
So	a1	0,0833	296,9511
	a2	0,2219	604,0598
	a3	0,0487	96,297
	b0	0,0801	296,889
	b1	0,2265	625,3964
	b2	0,0466	85,8203
Gcl	b3	0,0009	2,1096
	a1	0,0029	0,0029
	a2	0,0037	0,0007
	a3	0,0015	0,0011
	a4	0,0004	0,0004
	a5	0,0001	0,0001
G	b0	0,0009	0,1590
	b1	0,0004	0,0012
	b2	0,0005	0,0022
	b3	0,0002	0,001
	a1	0,0037	0,0060
	a2	0,002	0,0451
H	b0	0,0018	0,0035
	b1	0,0025	0,0343
	a1	0,0024	0,003
	a2	0,001	0,0021
	b0	0,0006	0,0007

Desvio	MQ	VI	
G	a1	0,2858	0,241
	a2	0,2395	0,4851
	b0	1,0934	1,5081
	b1	0,4162	0,0434
	a1	0,0932	0,0244
	a2	0,0173	0,0878
	b0	0,009	0,0082

Tabela 4. Comparação entre variâncias e desvios obtidos

Conclui-se da análise dos resultados que a utilização de variáveis instrumentais aumentou a variância na estimação dos parâmetros, no entanto diminuiu o desvio em relação aos valores reais para as funções de transferência G e H.

## 4 Estudo de caso – prático

### 4.1 Definição do Sistema

Um módulo termoeletrico (TEM, Thermoelectric Module) é um dispositivo semiconductor composto de dois terminais nos quais se aplica corrente elétrica, com a finalidade de provocar bombeamento de calor entre as faces deste dispositivo, fenômeno conhecido como “efeito Peltier”. Módulos termoeletricos são largamente utilizados para controle de temperatura em determinadas aplicações na engenharia. Para efetuar-se este controle é necessário um modelo matemático que caracterize satisfatoriamente a dinâmica do sistema (Sobrinho et al, 2008). O módulo termoeletrico consiste de duas placas de cerâmica entre as quais são colocadas certa quantidade de semicondutores do tipo P e N conectados eletricamente em série, conforme mostra a figura 3:

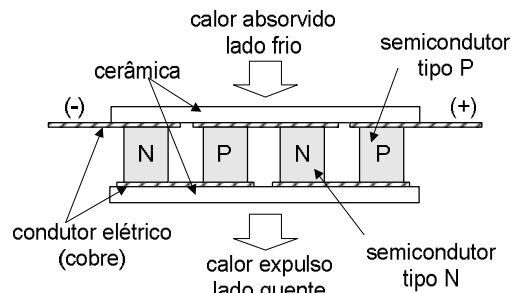
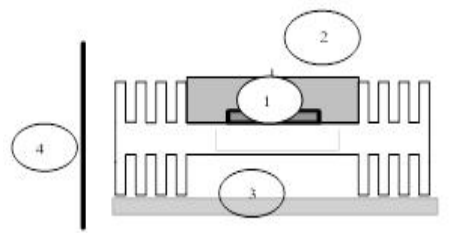


Figura 3. Sistema Experimental – Módulo TEM

Quando o conjunto é submetido a uma fonte de alimentação contínua, uma corrente elétrica flui num determinado sentido, provocando um bombeamento de calor de um lado para o outro, fenômeno conhecido como “efeito Peltier”. Desta forma, uma determinada quantidade de calor é retirada de uma das placas esfriando-a, enquanto a outra placa recebe calor tornando-se mais quente. O TEM utilizado é o modelo CP 1.0-31-06L, de fabricação da “Melcor Corporation”, com corrente máxima de 3,0A, tensão máxima de 3,75V e capacidade máxima de bombeamento de calor de 6,3 W. Este modelo pode alcançar, em condições experimentais de campo, uma diferença de temperatura de 40°C entre a face fria e a face quente (Sobrinho et al, 2008).

### 4.2 Descrição da Plataforma Experimental

Para a execução de testes no sistema, foi necessário desenvolver uma plataforma experimental, ou câmara térmica, formada pelo módulo termoeletrico, por um dissipador de calor e por um isolante térmico. Na Figura 4 é apresentada a disposição dos elementos da plataforma experimental proposta.



1 – Sensor de temperatura do módulo termoeletrico; 2 – Sensor de temperatura ambiente; 3 – Suporte de madeira; 4 – Parede de isopor.

Figura 4. Plataforma Experimental – Módulo TEM

A plataforma experimental apresentada será submetida a testes utilizando as duas abordagens propostas (Variável Instrumental Refinado e Dupla Filtragem).

### 4.3 Identificação do TEM em Malha Aberta

De forma a verificar o comportamento do sistema real a um sinal persistentemente excitante, faz-se a identificação em malha aberta do sistema utilizando-se um algoritmo de Mínimos Quadrados recursivo.

Os parâmetros do modelo obtido serão, na seção de resultados, utilizados a título de comparação com os testes em malha fechada.

Primeiramente, colocou-se o sistema no ponto de operação proposto, sendo a corrente de 0,5A, o que proporcionou uma elevação de temperatura na face quente do TEM para 42,3°C, estando a temperatura ambiente em torno de 27°C. Após o sistema atingir a condição de regime, aplicou-se um PRBS, com largura de pulso que varia de 4 a 20 vezes o período de amostragem, espectro este capaz de excitar as principais dinâmicas do sistema.

Tem-se na figura 5, a plotagem dos resultados obtidos a partir dos testes descritos acima.

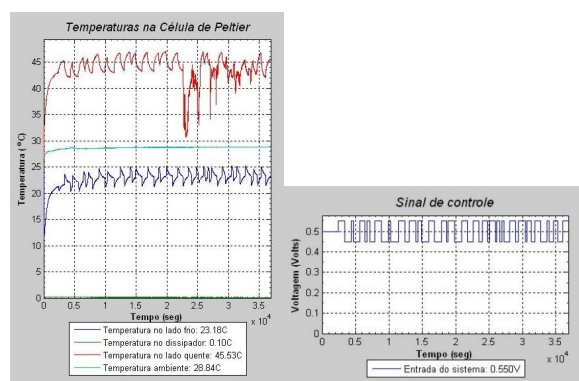


Figura 5 - Testes em Malha Aberta - TEM

Com a conversão dos parâmetros resultando no seguinte sistema ARX:

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - 1,35q^{-1} + 0,35q^{-2} \\ B(q^{-1}) = 1,47 - 1,47q^{-1} \end{cases} \quad (32)$$

Através de conhecimento de trabalhos anteriores com o mesmo TEM (Neto, 2003) e (Sobrinho, 2008), sabe-se que esse sistema é mais bem modelado em 3ª ordem, a partir de um modelo fenomenológico. Sabe-se ainda que um dos polos está próximo da origem do plano z, sendo não dominante e de difícil identificação. Buscou-se então a modelagem de um sistema de 2ª ordem, de forma a representar as outras dinâmicas. No entanto, após a identificação em malha aberta, a análise dos polos e zeros do sistema mostrou um zero na proximidade de outro polo, o que gerou uma sobreparametrização no modelo obtido. Isso se deveu, provavelmente, a limitações na plataforma escolhida, ou no algoritmo utilizado.

#### 4.4 Definição da Sintonia do Controlador

Deve-se projetar um controlador PI, a ser utilizado nos testes no sistema em malha fechada. Para isso, utilizou-se o método do lugar das raízes e modelou-se o sistema com um modelo de primeira ordem. De forma a minimizar os efeitos de não linearidades, definiu-se como ponto de operação 0,5A de corrente,

metade da escala do gerador de corrente, o que corresponde a 42,3° C de temperatura no lado quente. Quando o sistema atingiu a condição de regime, aplicou-se um degrau na corrente de  $\Delta u = 0,05$  A, gerando uma elevação de temperatura no lado quente de  $\Delta y = 2,4$  ° C. Considera-se para o caso um tempo morto de  $t_0 \cong 0$  seg. A figura 6 contém os resultados descritos:

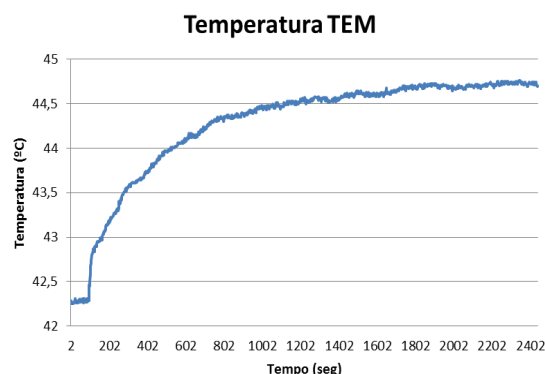


Figura 6 - Teste em Malha Aberta Temperatura Zona Quente TEM

Baseando-se nos resultados, determinou-se um modelo de 1ª ordem da planta pelo método gráfico, pertencente à classe de métodos determinísticos:

$$G(s) = \frac{48}{398s + 1} \quad (33)$$

em que  $K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} = 48$  e  $\tau \cong 398s$ .

Para a determinação da constante de tempo  $\tau$ , observou-se o momento de tempo em que o sinal de temperatura atingiu 63,2% do seu valor final. O tempo de amostragem calculado será 1/30 avos do tempo de acomodação, que é o tempo necessário para que a temperatura atinja 2% do seu valor final, o que gera um valor de 53,067 seg.

Para o projeto do controlador PI, a equação do controlador é como segue:

$$C(s) = K_c \left( \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) \quad (34)$$

Como o pólo da planta está alocado em  $-1/398$ , o zero do controlador é calculado em  $-3,98 \cdot \left( \frac{1}{398} \right) = -\frac{1}{T_i}$ , sendo assim  $T_i = 100$  seg.

O zero do controlador, portanto, está em 0,01. Baseado em testes de desempenho no Simulink, chegou-se a um  $K_c = 0,04$ .

Tem-se então C(s):  $C(s) = 0,04 \left( \frac{s + 0,01}{s} \right)$  (35)

A lei de controle é como segue:

$$u(t) = \bar{u} + K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \right] \quad (36)$$

Considerando a implementação discreta da lei de controle, utilizando-se do algoritmo de posição, tem-se:

$$u(k) = u + K_c e(k) + \frac{K_c}{T_i} h \sum_{i=0}^{(k-1)h} e(ik) \quad (37)$$

Esta equação no instante (k-1) é dada por,

$$u(k-1) = u + K_c e(k-1) + \frac{K_c}{T_i} h \sum_{i=0}^{(k-2)h} e(ik) \quad (38)$$

Subtraindo-se (31) de (32), tem-se:

$$\Delta u(k) = K_c e(k) - K_c e(k-1) + \frac{K_c}{T_i} h e(k-1) \quad (39)$$

que corresponde a lei de controle discreta denominada de algoritmo velocidade. Esta equação pode ainda ser escrita como segue:

$$\Delta u(k) = \begin{bmatrix} K_c & -K_c + \frac{K_c}{T_i} h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} \quad (40)$$

Para a sintonia proposta, têm-se então os seguintes parâmetros do controlador:

$$\Delta u(k) = \begin{bmatrix} 0,04 & -0,0392 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} \quad (41)$$

Caso o objetivo da sintonia fosse o convencional, deveria se colocar o zero do controlador próximo ao polo da planta, como por exemplo, a 5% de distancia. No entanto, para fins de persistência de excitação do sinal aplicado, o que é benéfico à identificação do sistema, escolheu-se uma sintonia mais lenta e oscilatória.

#### 4.5 Identificação do TEM em Malha Fechada

Para os testes no TEM em malha fechada, serão utilizadas as duas abordagens implementadas, ou seja, a da Variável Instrumental Refinado e a da Dupla Filtragem. Além disso, serão utilizados os mesmos algoritmos desenvolvidos para o caso teórico, e a sintonia de controlador PI calculada.

Assim como em malha aberta, o sistema foi levado inicialmente ao ponto de operação, com a temperatura ambiente controlada. Depois da estabilização, foi aplicado um PRBS no Setpoint, com largura de pulso que varia de 4 a 20 vezes o período de amostragem. Na figura 7, tem-se os resultados em malha fechada do TEM:

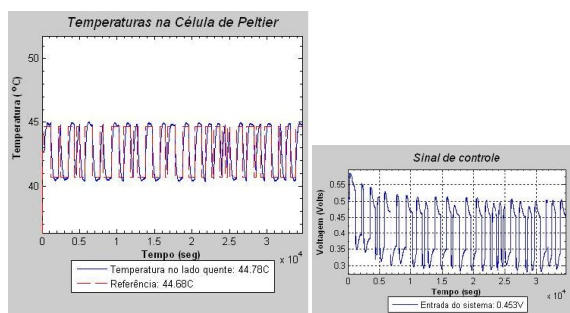


Figura 7 - Testes em Malha Fechada - TEM

#### 4.5.1 Algoritmo Variável Instrumental Refinado

A seguir, na tabela 5, tem-se o resultado dos testes em malha fechada no TEM, utilizando o Algoritmo VI Refinado. Na tabela 6, foi feita uma comparação entre os diferentes modelos de ruído, quanto à variância na obtenção dos parâmetros e o desvio em relação aos valores em malha aberta.

Parâmetros	MQ	VI	VI + ARARX	VI + BJ
a1	-1,6652	-1,8200	-1,8440	-1,9975
a2	0,6651	0,8193	0,8420	1,0017
b0	1,7334	1,8133	2,5382	2,4721
b1	-1,7316	-1,8130	-2,5651	-2,4150

Tabela 5. Parâmetros Convergidos - TEM

Variância	MQ	VI	VI + ARARX	VI+BJ
a1	0,0106	0,0292	0,0006	0,0022
a2	0,0073	0,0061	0,0001	0,0014
b0	0,0275	0,8521	0,0011	0,0034
b1	0,0260	0,8233	0,0011	0,0140

Desvio	MQ	VI	VI + ARARX	VI+BJ
a1	0,3152	0,4700	0,4944	0,6475
a2	0,3151	0,4693	0,4920	0,6517
b0	0,2634	0,3433	1,0682	1,0021
b1	0,2616	0,3430	1,0951	0,9450

Tabela 6. Comparação entre as variâncias e desvios - TEM

A partir dos resultados acima, pelo ponto de vista da mínima variância, o modelo de ruído que obteve melhor resultado foi o ARARX, tendo ainda esse modelo obtido melhor resultado do ponto de vista do desvio em relação aos parâmetros em malha aberta, devendo ser esse o modelo que melhor caracteriza a temperatura ambiente do TEM, que é a perturbação medida.

#### 4.5.2 Algoritmo Dupla Filtragem

Na tabela 7 vê-se o resultado dos testes em malha fechada no TEM, utilizando o Algoritmo Dupla Filtragem. Na tabela 8 tem-se uma comparação entre os diferentes modelos de ruído, quanto à variância na convergência do algoritmo e o desvio em relação aos valores em malha aberta.

Parâmetros	MQ	VI	
S0	a1	-1,1136	-1,4743
	a2	-0,0076	0,3623
	a3	0,1211	0,1114
	b0	-16,1032	-50,5056
	b1	13,8757	84,0682
Gcl	b2	19,9643	-17,2406
	b3	-17,7376	-16,3229
	a1	-1,1735	-1,5092
	a2	-0,0586	0,2488
	a3	0,2349	0,5097
G	a4	0,0585	-0,2938
	a5	-0,0532	0,0490
	b0	163,8237	162,4675
	b1	-142,8991	-192,8140
	b2	-182,6810	-88,8399
H	b3	161,7556	119,1856
	a1	-1,6979	-1,5660
	a2	0,6988	0,5692
H	b0	-2,7502	-4,5817
	b1	2,7506	4,5824
	a1	-1,8649	-2,1017
H	a2	0,8652	1,1006
	b0	0,0024	-0,0030

Tabela 7. Parâmetros Convergidos - TEM

Variância	MQ	VI	
So	a1	0,0037	0,0002*10e4
	a2	0,0013	0,0002*10e4
	a3	0,0027	0,0002*10e4
	b0	18,1116	4,7025*10e4
	b1	12,1978	0,5875*10e4
	b2	34,3694	0,5338*10e4
Gcl	b3	25,5968	1,5326*10e4
	a1	0,0090	0,0000
	a2	0,0043	0,0000
	a3	0,0022	0,0000
	a4	0,0004	0,0000
	a5	0,0002	0,0000
G	b0	568,0077	0,7493
	b1	520,8419	1,2567
	b2	917,1263	0,2299
	b3	852,9136	0,4909
	a1	0,0280	2,4785
	a2	0,0054	0,8340
H	b0	0,3289	199,3813
	b1	0,1691	11,1983
	a1	0,0304	1,4156*10e4
G	a2	0,0067	1,4186*10e4
	b0	0,0000	0,0000*10e4
	Desvio		
G	a1	0,3479	0,2160
	a2	0,3488	0,2192
	b0	4,2202	6,0517
	b1	4,2206	6,0524

Tabela 8. Comparação entre as variâncias e os desvios- TEM

Verifica-se uma grande variância nos resultados obtidos com o algoritmo VI, o que dificulta a comparação com os resultados do algoritmo baseado em MQ. Já em relação ao desvio, o algoritmo MQ obteve um resultado menor.

As altas ordens das funções de sensibilidade So e Gcl, assim como a não convergência de alguns dos parâmetros para o número de iterações máximo permitido pelo TEM (17350 iterações) dificultaram a utilização dessa abordagem.

## 5 Conclusões

Após análise dos resultados, conclui-se que a modelagem utilizando o algoritmo de Variável Instrumental Refinado foi mais apropriada ao protótipo real TEM, tendo apresentando melhor desempenho para as métricas propostas.

Apesar de ser de mais difícil implementação no ponto de vista de programação, o algoritmo de Variável Instrumental Refinado mostrou-se de mais simples aplicação, principalmente por envolver funções de transferência intermediárias de menores ordens, o que diminuiu a influência de erros numéricos durante a identificação.

O método de Dupla Filtragem mostrou-se mais sensível às não linearidades, pelo fato de utilizar como filtro a função de sensibilidade, que geralmente é de ordem elevada. Observa-se que o sistema experimental escolhido é não linear e possui grande influência da temperatura ambiente, que no caso foi considerada como ruído. Sabe-se que este tipo de ruído é de difícil caracterização.

## 6 Referências Bibliográficas

Aguirre, Luis Antônio; Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais, 3ª Edição, Editora UFMG, Belo Horizonte, 2007.

Acioli Jr, G. & Barros, P. R. (2008). Identificação de Sistemas com Atraso em Malha Fechada Utili-

zando Excitação Composta. CBA 2008, Juiz de Fora MG, Brasil.

Coelho, F. S. & Barros, P. R. (2003). Continuous-time Identification of First-order Plus Dead-time Models from Step Response in Closed Loop. 13th IFAC Symposium on System Identification, Rotterdam (The Netherlands).

den Hof, P. M. J. V. & Schrama, R. J. P. (1998). Closed Loop Issues in System Identification. Annual Reviews in Control 22: 173-186.

Fontes, Adhemar de Barros et al; Identificação em Malha Fechada de Sistemas com Atraso Considerando a Influência do Zero de Padé no Transitório, artigo científico apresentado no CBA 2010, XVIII Congresso Brasileiro de Automática / 12 a 16-setembro-2010, Bonito-MS.

Fontes, Adhemar de Barros et al; New Method of Closed-Loop Identification for FOPDT and SOPDT Models Considering the Padé Zero Influence, 16th IFAC Symposium on System Identification, The International Federation of Automatic Control, Brussels, Belgium. July 11-13, 2012.

Garcia, Claudio et al; Inovações nos Métodos de Identificação em Dois-Passos para Malha Fechada, artigo científico apresentado no CBA 2010, XVIII Congresso Brasileiro de Automática / 12 a 16-setembro-2010, Bonito-MS.

Gilson, Marion et al; Refined Instrumental Variable methods for closed-loop system identification, artigo científico apresentado no 15º IFAC, Simpósio de Identificação de Sistemas, Saint-Malo, França, 6-8 de Julho de 2009.

Hjalmarsson, H. (2005). From Experiment Design to Closed-loop. Automática, No. 41; pp. 393-438.

Lima, J., Haendel, V., Fontes, A., Sobrinho, M., Um Método de Identificação em Malha Fechada de um Sistema não Linear Usando o Algoritmo Variável Instrumental, XIX Congresso Brasileiro de Automática, Campina Grande, 2012.

Ljung, Lennart; System Identification: Theory for the User, Prentice Hall, New Jersey, 1999.

Neto A. G. S., Almeida L. A. L., Lima A. M. N. Recursive ARMA Modeling for Thermoelectric Modules, IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (4): 919-924, 2003.

Sobrinho, M. O. S., Lima, J. S., Fontes, A. B. e Almeida, L. A. L. (2008). Caracterização de um Módulo Termoeletrico por Multi-Modelo Paramétrico Bilinear. XVII Congresso Brasileiro de Automática, Juiz de Fora - MG.

Wang, Q., Zhang, Y. & Guo, X. (2001). Robust Closed-loop Identification with Application to Auto-tuning. Journal Process Control, No. 11, pp. 519-530.

Yuwana, M. & Seborg, D. E. (1982). A New Method for On-line Controller Tuning. AIChE J. No. 28 (3), pp. 434-440.

Zheng YH, Hua TC, F. X. A novel thermalbiosensor based on enzyme for pesticides measurement, TRANSACTION OF THE ASEA 47(6): 2137-2144, 2004.