

# CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO LINEAR COM INCERTEZA INTERVALAR: FORMULAÇÃO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE.

AMANDA G. S. OTTONI<sup>†\*</sup>, ALÍPIO M. BARBOSA<sup>†</sup>, RICARDO H. C. TAKAHASHI<sup>†</sup>, LUIS A. AGUIRRE<sup>†</sup>

*\*DEFIM - Departamento de Física e Matemática, Campus Alto Paraopeba - UFSJ  
Rod.: MG 443, KM 7, 36420-000  
Ouro Branco, MG, Brasil*

*†Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais  
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901  
Belo Horizonte, MG, Brasil*

Emails: [amandagso@ufsj.edu.br](mailto:amandagso@ufsj.edu.br), [alipiomonteiro@yahoo.com.br](mailto:alipiomonteiro@yahoo.com.br), [taka@mat.ufmg.br](mailto:taka@mat.ufmg.br),  
[aguirre@cpdee.ufmg.br](mailto:aguirre@cpdee.ufmg.br)

**Abstract**— This paper presents a new approach for robustness of a model predictive control scheme for minimum-phase LTI systems. The procedure assumes that a discrete-time linear transfer function with uncertainty intervals on the parameters is known. Such uncertainties can be determined from a multi-objective procedure of identification. A control law is developed and the stability analysis is verified by simulation. Results show that the robustness is effective in terms of stability.

**Keywords**— Predictive control, identification, robustness, uncertainty, stability.

**Resumo**— Este trabalho apresenta uma proposta para implementação de um controlador preditivo robusto para sistemas LIT de fase mínima. O procedimento pressupõe conhecido o modelo do processo, representado por uma função de transferência em tempo discreto, linear com intervalos de incerteza associados aos parâmetros. Tais incertezas são determinadas a partir de um procedimento multiobjetivo de identificação. Uma lei de controle foi desenvolvida e a análise de estabilidade foi verificada por meio de simulação. Há evidências numéricas de que a robustez é eficaz em garantir a estabilidade do sistema em malha fechada.

**Palavras-chave**— Controle preditivo, identificação, robustez, incerteza, estabilidade.

## 1 Introdução

Controle preditivo baseado em modelo (MPC) é um conjunto de métodos de controle que foram desenvolvidos considerando-se um modelo para predição e obtenção do sinal de controle via minimização de uma função objetivo (Camacho and Bordons, 2004).

É difícil determinar a origem exata do MPC, mas sabe-se que foi desenvolvida na década de 70 para resolver problemas de controle ligados à indústria química e de refino de petróleo (Garcia et al., 1989). Atualmente, sua aplicação vem sendo cada vez mais difundida em outros setores.

Uma etapa crítica no projeto de um controlador MPC é determinar o modelo matemático utilizado para predição. Provavelmente o modelo é o elemento mais importante dentro de alguns controladores (Hussain, 1999). Mesmo os esquemas de controle mais avançados podem falhar se o modelo não for adequado (Bravo and Normey-Rico, 2009; Lee, 2006).

Devido a isso, ao descrever o comportamento de uma planta com o uso de modelos, deve-se levar em consideração as incertezas advindas dessa descrição. Discrepâncias entre a planta e o modelo usado para representá-la podem provocar resultados não satisfatórios na implementação da técnica de controle MPC em diversos casos. Esse tipo de situação motiva a necessidade do desenvolvimento

de técnicas de controle MPC robustos, que preservem a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada, apesar das imprecisões ou incertezas dos modelos.

Uma proposta de MPC robusto, foi apresentada inicialmente por (Kothare et al., 1996). Desde então a técnica RMPC (Robust MPC) vem sido amplamente investigada e o desafio é a garantia de viabilidade de soluções e conseqüentemente a garantia de estabilidade (Ramos et al., 2008).

Este trabalho propõe um método RMPC, denominado Controle Preditivo Baseado em Modelo com Incerteza Intervalar, MPCIU (MPC with Interval Uncertainty), que calcula explicitamente uma faixa de valores para a variável de controle para a qual se garante a estabilidade de um sistema linear de tempo discreto SISO, descrito em termos de uma função de transferência com incertezas intervalares em seus parâmetros. A condição desenvolvida é suficiente para a estabilização do sistema para qualquer instância da função de transferência dentro da faixa de incertezas admitidas.

O restante do artigo está estruturado como se segue. A Seção 2 descreve o processo de identificação e obtenção da região de incerteza. O controlador MPC é apresentado na Seção 3. A Seção 4 descreve e justifica a formulação proposta. A Seção 5 descreve os resultados de simulação. Finalmente, a Seção 6 encerra o artigo com as conclusões.

## 2 Identificação multiobjetivo e região de incerteza

Barbosa e colaboradores (Barbosa et al., 2010) desenvolveram um método de identificação de sistemas não-lineares multiobjetivo, no qual um sistema é identificado e o modelo resultante é uma representação do processo com uma região de incerteza (Barbosa, 2010, p. 45).

No procedimento, cada estrutura-candidata, ao ser submetida a um procedimento multiobjetivo de estimação de parâmetros, conduz a um conjunto Pareto-ótimo de parâmetros. Quando são consideradas várias estruturas-candidatas, a estimação multiobjetivo dos parâmetros (sobre cada estrutura) conduz a vários conjuntos Pareto-ótimos de parâmetros. Um esboço desse conjunto de conjuntos Pareto-ótimos é representado na Figura 1.

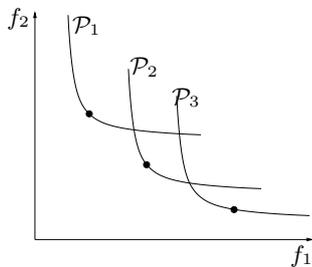


Figura 1: Representação dos conjuntos Pareto-ótimos  $\mathcal{P}_1$ ,  $\mathcal{P}_2$  e  $\mathcal{P}_3$  e as respectivas soluções escolhidas ( $\cdot$ ) (Barbosa et al., 2010).

De posse de uma classe de conjuntos Pareto-ótimos, correspondentes a diferentes estruturas, deve-se selecionar o melhor modelo. Considere que modelo escolhido,  $\theta^*$ , tenha estrutura idêntica à estrutura da planta.

A fim de obter a incerteza paramétrica de  $\theta^*$ , o modelo deve ser submetido à estimação de parâmetros multiobjetivo para diferentes realizações de ruído. Para cada realização de ruído obtém-se uma curva Pareto.

Contudo, na prática o usuário não tem como gerar diferentes realizações de ruído. Isso só é possível em simulação. Desta forma, sugere-se realizar a estimação usando várias sub-janelas de dados.

Portanto, têm-se um conjunto de  $n$  curvas Pareto,  $\{\theta_1^*, \theta_2^* \dots \theta_n^*\}$ , que delimitam uma *região de incerteza* relacionada à  $\theta^*$ .

A fim de traduzir a região de incerteza em valores paramétricos, em cada curva Pareto aplica-se o decisor (Barroso et al., 2007), e obtém-se os parâmetros do modelo relacionado àquela curva Pareto, de tal forma que:

$$\begin{aligned} \{a_1^1, a_2^1 \dots a_j^1; b_1^1, b_2^1 \dots b_i^1\} &\in \theta_1^* \\ \{a_1^2, a_2^2 \dots a_j^2; b_1^2, b_2^2 \dots b_i^2\} &\in \theta_2^* \\ &\vdots \\ \{a_1^n, a_2^n \dots a_j^n; b_1^n, b_2^n \dots b_i^n\} &\in \theta_n^* \end{aligned}$$

em que  $j$  e  $i$  são os números de termos em  $a$  e  $b$ , respectivamente.

Os limites mínimo e máximo são definidos em cada parâmetro. Por exemplo,  $\underline{a}_j$  é o mínimo de  $\{a_j^1, a_j^2 \dots a_j^n\}$ . Finalmente, o polítopo de incertezas,  $\mathcal{C}$ , é dado por:

$$\mathcal{C} = \left\{ \begin{array}{l} \underline{a}_j \leq a_j \leq \bar{a}_j \\ \underline{b}_i \leq b_i \leq \bar{b}_i \end{array} \right., \quad (1)$$

A região de incerteza  $\mathcal{C}$  será utilizada no projeto de um controlador preditivo robusto baseado em modelo, como apresentado nas próximas seções.

## 3 Controle preditivo baseado em modelo

Todos os algoritmos de controle preditivo baseado em modelo possuem três elementos em comum: i) o modelo de predição, ii) a função objetivo e a iii) lei de controle. Diferentes opções podem ser escolhidas para cada um destes elementos, dando origem a diferentes algoritmos MPC (Rossiter, 2003).

De forma geral, no MPC, a cada instante  $k$ , usa-se o modelo da planta para prever as futuras saídas em um determinado horizonte de predição  $H_p$ . Essas saídas previstas,  $\hat{y}[k+m|k]$  (a notação indica o valor predito de  $y$  no instante  $k+m$ , calculado no instante  $k$ ), para  $m = [1 \dots H_p]$ , dependem dos valores conhecidos até o instante  $k$  (entradas e saídas passadas). Com o uso das predições  $\hat{y}[k+m|k]$  e das entradas e saídas passadas, calcula-se uma sequência de sinais de controle  $\hat{u}[k+n|k]$ ,  $n = [0 \dots H_c]$ , em que  $H_c$  é chamado de horizonte de controle ( $H_c \leq H_p$ ), por meio da otimização de uma dada função objetivo.

O sinal de controle  $u[k|k]$  é enviado à planta enquanto os demais sinais de controle calculados são desprezados. No instante seguinte,  $y[k+1]$  torna-se conhecido e o passo anterior é, então, repetido com esse dado, atualizando os valores de todas as demais sequências.

Os diversos métodos MPC existentes utilizam diferentes tipos de funções objetivo para calcular a lei de controle. A técnica MPC proposta neste trabalho utiliza uma função quadrática  $J$  que considera o erro entre as predições  $\hat{y}[k+j|k]$  e uma referência conhecida  $w[k+j]$ , e a variação no controle  $\Delta u[k]$ , como sugerido em (Camacho and Bor-

dons, 2004):

$$J = \sum_{j=1}^{H_p} \delta[j] [\hat{y}[k+j] - w[k+j]]^2 + \sum_{i=1}^{H_c} \lambda[i] [\Delta u[k+i-1]]^2, \quad (2)$$

em que  $\delta[j]$  e  $\lambda[i]$  são as sequências de ponderação do erro e do esforço de controle, respectivamente.

#### 4 Robustez intervalar no MPC

Uma nova proposta de controlador preditivo robusto baseado em modelos, chamada de Controle Preditivo Baseado em Modelo com Incertezas Intervalares ou MPCIU (MPC with Interval Uncertainty) será apresentada para o controle robusto de sistemas discretos SISO causais, descritos por modelos LIT de fase mínima, por uma função de transferência. O método estabelece restrições na variável de controle de tal forma que se garanta a estabilidade do sistema em malha fechada, admitindo-se incertezas intervalares nos parâmetros da função de transferência da planta.

A partir da identificação multiobjetivo descrita na seção 2, considere conhecido o seguinte modelo para a planta:

$$T_p(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_n} \quad m \leq n. \quad (3)$$

Nesse modelo, cada parâmetro  $a_j$  e  $b_i$ , pertence aos respectivos intervalos de incerteza  $\underline{a}_j \leq a_j \leq \bar{a}_j$  e  $\underline{b}_i \leq b_i \leq \bar{b}_i$ . E o conjunto  $\mathcal{C}$ , definido em (1), representa todos os pontos  $(a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m)$  contidos nos intervalos de incerteza.

##### 4.1 Condição de Estabilidade

Suponha que a sequência de saída  $y[k]$  de um sistema discreto satisfaça a seguinte condição:

$$|y[k]| < \varepsilon |y[k-1]|, \quad \text{em que } 0 < \varepsilon < 1 \quad \forall k. \quad (4)$$

Obviamente a sequência  $y[k]$  satisfaz:

$$|y[k]| < |y[0]| \quad \text{e} \quad |y[k]| < \varepsilon |y[k-1]| < |y[k-1]| \quad \forall k.$$

Logo, a sequência dos valores absolutos  $|y[k]|$  é monótona e limitada e, portanto, convergente. Além disso,

$$|y[k]| < \varepsilon^k |y[0]| \quad \forall k > 0. \quad (5)$$

Como  $0 < \varepsilon < 1$ , segue que  $\varepsilon^k \rightarrow 0$  quando  $k \rightarrow \infty$  e a equação (5) permite concluir que  $|y[k]| \rightarrow 0$  quando  $k \rightarrow \infty$ .

Podemos impor a condição de estabilidade (4) à saída de uma planta e perguntar se existe algum valor para entrada que faça com que a saída satisfaça (4).

##### 4.2 Formulação da lei de controle

A partir da função de transferência, dada pela expressão (3), pode-se descrever o modelo por meio da seguinte equação de diferenças:

$$y[k] = b_0 u[k-gr] + b_1 u[k-gr-1] + \dots + b_m u[k-n] + -a_1 y[k-1] - \dots - a_n y[k-n], \quad (6)$$

em que  $gr = n - m$  é chamado de grau relativo ou atraso do sistema.

Deseja-se que a saída da planta fique o mais próximo possível de um sinal de referência  $w[k]$  dado. Para isso, vamos impor a seguinte condição de estabilidade à saída da planta:

$$|y[k] - w[k]| < \varepsilon |y[k-gr-1] - w[k-gr-1]| \quad (7)$$

em que  $0 < \varepsilon < 1$ .

A expressão (7) é uma generalização da condição em (4). Dessa forma, se (7) for satisfeita  $\forall k > 0$ , a saída da planta deve necessariamente satisfazer  $|y[k] - w[k]| \rightarrow 0$ , quando  $k \rightarrow \infty$ .

Suponha, sem perda de generalidade, que  $w[k] \equiv 0$ . Dessa forma, pode-se reescrever (7) como:

$$|b_0 u[k-gr] + b_1 u[k-gr-1] + \dots + b_m u[k-n] + -a_1 y[k-1] - \dots - a_n y[k-n]| < \varepsilon |y[k-gr-1]|.$$

Ao definir

$$\Gamma_k = b_1 u[k-gr-1] + \dots + b_m u[k-n] + -a_1 y[k-1] - \dots - a_n y[k-n]. \quad (8)$$

Tem-se que:

$$y_k = \Gamma_k + b_0 u[k-gr].$$

E a condição de estabilidade por ser reescrita como:

$$|b_0 u[k-gr] + \Gamma_k| \leq \varepsilon |y[k-gr-1]|.$$

Assim:

$$-\varepsilon |y[k-gr-1]| \leq b_0 u[k-gr] + \Gamma_k \leq \varepsilon |y[k-gr-1]|.$$

Por substituições sucessivas, é possível expressar  $y[k], y[k-1], y[k-2], \dots, y[k-gr]$ , em termos de  $y[k-gr-1]$  e termos anteriores (todos com valores conhecidos no instante  $k-gr$ ). Dessa forma,  $\Gamma_k$  pode ser vista como uma função das variáveis independentes  $a_j, j = 1, \dots, n$  e  $b_i, i = 1, \dots, m$ , sendo estas variáveis restritas ao politopo de incertezas (1).

Com o uso de técnicas de otimização não-linear com restrições, pode-se obter, em cada instante, o valor mínimo e máximo de  $\Gamma_k$ , dentro do politopo de incertezas (1):

$$\begin{aligned} \underline{\Gamma}_k &= \min_{\mathcal{C}} \Gamma_k \\ \bar{\Gamma}_k &= \max_{\mathcal{C}} \Gamma_k, \end{aligned} \quad (9)$$

Considerando que os parâmetros do modelo estão contidos no polítopo das incertezas, afim de que a saída satisfaça a condição de estabilidade (7), a entrada deve ser escolhida de forma a pertencer ao intervalo

$$-\epsilon|y_{k-gr-1}| - \underline{\Gamma}_k \leq b_0 u_{k-gr} \leq \epsilon|y_{k-gr-1}| - \bar{\Gamma}_k, \quad (10)$$

quaisquer que sejam os valores dos parâmetros em (1).

Pode-se supor, sem perda de generalidade, que  $b_0 > 0$  (o que implica diretamente que  $\underline{b}_0, \bar{b}_0 > 0$ ). Logo:

$$-\frac{1}{\underline{b}_0} (\epsilon|y_{k-gr-1}| + \underline{\Gamma}_k) \leq u_{k-gr} \leq \frac{1}{\bar{b}_0} (\epsilon|y_{k-gr-1}| - \bar{\Gamma}_k).$$

Se  $b_0 < 0$ , uma desigualdade análoga pode ser deduzida.

Dessa forma, se a escolha da entrada da planta, no instante  $k - gr$ , estiver contida no intervalo

$$\begin{aligned} & [\underline{u}_{k-g}; \bar{u}_{k-gr}] = \\ & = \left[ -\frac{1}{\underline{b}_0} (\epsilon|y_{k-gr-1}| + \underline{\Gamma}_k); \frac{1}{\bar{b}_0} (\epsilon|y_{k-gr-1}| - \bar{\Gamma}_k) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

chamado de intervalo de estabilidade, pode-se garantir que a condição de estabilidade (7) será satisfeita no instante  $k$ , para quaisquer valores dos parâmetros do modelo.

Caso o limite inferior seja maior que o superior ( $\underline{u}_{k-g} > \bar{u}_{k-gr}$ ), o intervalo de estabilidade será vazio. Isso quer dizer que a condição (7) não será válida para todas as possíveis combinações de parâmetros no polítopo de incertezas (1), ou seja, existem modelos, com parâmetros pertencentes ao polítopo (1), em que a condição de estabilidade é matematicamente infactível. Nesses casos, utilizou-se  $[\underline{u}_{k-g}; \bar{u}_{k-gr}] = [-\infty; \infty]$ , ou seja, nenhuma restrição é imposta à entrada, que será a mesma obtida através do algoritmo MPC não-robusto.

Para os casos em que o intervalo de estabilidade é não vazio, deve-se escolher como entrada da planta, no instante  $k - gr$ , um valor no interior do intervalo de estabilidade (que constitui um par de restrições sobre o valor da variável de controle), que otimize a função objetivo (2).

As predições  $\hat{y}[k+m|k]$  para  $m = [1 \cdots H_p]$  são obtidas usando o modelo nominal. Escolheu-se como modelo nominal aquele cujos parâmetros valem os pontos médios de cada um dos intervalos de incertezas. Observe que a robustez é considerada apenas na obtenção do intervalo de estabilidade, não sendo consideradas no cálculo direto da predição da saída. Apesar disso, o método mostrou-se bastante eficiente no controle robusto de sistemas lineares.

## 5 Resultados de simulação

As principais ideias deste trabalho serão ilustradas por meio de dois exemplos simulados. O primeiro deles apresenta a aplicação da técnica para um processo com grande sensibilidade às características do modelo (Rossiter, 2003, p. 191). O segundo exemplo, sugerido por Camacho and Bordons (2004, p. 78), tem como objetivo mostrar o comportamento robusto do sistema de controle. Ambos consistem em processos estáveis, de fase mínima.

O algoritmo MPCIU foi implementado com o uso do software MatLab<sup>®</sup> (R2011a). Os valores determinados para os parâmetros da função objetivo (2), foram:  $\delta[j] = 0,7^{(H_p+gr-j)}$ ,  $j = gr, \dots, H_p + gr$  e  $\lambda[i] = 1$ ,  $i = 1, \dots, H_c$ . Considerou-se  $\epsilon = 0,95$ , a condição inicial  $u[t] = 1$ ,  $\forall t \leq t_0$  e uma trajetória de referência ( $w$ ) na forma de onda quadrada. Usaram-se 200 iterações em ambos os exemplos. Para obter o polítopo de incerteza, trabalhou-se com 500 realizações do ruído. Todos dados simulados.

### 5.1 Exemplo 1

Considere o seguinte sistema representado por (Rossiter, 2003):

$$T(z) = \frac{2z^2 + 1,4z - 0,2}{z^4 - 1,1z^3 + 0,24z^2 - 0,05z + 0,04}.$$

A partir da identificação multiobjetivo descrita na Seção 2 e detalhada por Barbosa et al. (2010), o seguinte modelo foi obtido:

$$\hat{T}(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4}, \quad (12)$$

em que os parâmetros  $a_i$  e  $b_j$  variam no polítopo de incertezas, dado por:

$$\mathcal{C} = \begin{cases} 1,9252 \leq b_0 \leq 2,0472 \\ 0,5757 \leq b_1 \leq 2,2193 \\ -0,8782 \leq b_2 \leq 0,5073 \\ -1,4956 \leq a_1 \leq -0,6924 \\ -0,1421 \leq a_2 \leq 0,6117 \\ -0,1235 \leq a_3 \leq 0,0023 \\ 0,0045 \leq a_4 \leq 0,0850 \end{cases}. \quad (13)$$

O modelo nominal utilizado para a predição foi:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1,9892z^2 + 1,3949z - 0,1939}{z^4 - 1,1003z^3 + 0,2423z^2 - 0,0532z + 0,0409}.$$

Observe que este sistema possui atraso de tempo. Nesse caso, o modelo nominal também foi utilizado para prevar a saída “passada”  $y[k-1]$ , desconhecida no instante  $k-2$ .

O sistema (12), além de possuir atraso de tempo, apresenta uma faixa paramétrica de incertezas bastante larga (no caso de  $b_1$  a variação chega a 58%). Para aplicações na indústria, sabe-se que as incertezas em (13) não correspondem à

realidade, dadas as suas largas faixas, entretanto, o exemplo foi escolhido para figurar neste artigo, com o objetivo de mostrar a robustez do método MPCIU.

O MPCIU foi simulado com o modelo (12) e sua incerteza paramétrica dado por (13). A Figura 2 mostra a evolução dos sinais de saída e de controle, para uma sequência de mudanças de referências. Utilizaram-se horizonte de predição  $H_p = 10$  e horizonte de controle  $H_c = 5$ . O controle preditivo robusto (ver Seção 4) foi implementado e o sistema permaneceu estável mesmo com o modelo incerto, com um bom segmento de referência.

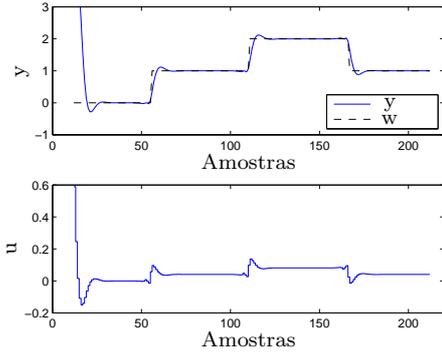


Figura 2: Seguimento de referência e controle do MPCIU, utilizando o modelo incerto (12),  $H_p = 10$  e  $H_c = 5$ .

Afim de comparar o desempenho do método MPCIU com um método MPC não-robusto, o segundo exemplo, a seguir, foi analisado para um sistema de ordem menor e menor faixa de incertezas paramétricas.

## 5.2 Exemplo 2

Neste exemplo, o modelo para a planta, que foi utilizado para simular o processo e gerar os dados, é dado por (Camacho and Bordons, 2004):

$$T(z) = \frac{0,9z - 0,6}{z^2 - 1,5z + 0,56}.$$

O modelo incerto obtido a partir da planta simulada, é dado por:

$$\hat{T}(z) = \frac{b_0z + b_1}{z^2 + a_1z + a_2}, \quad (14)$$

em que os parâmetros  $a_i$  e  $b_j$  variam no politopo de incertezas, dado por:

$$\mathcal{C} = \begin{cases} 0,8422 \leq b_0 \leq 0,9365 \\ -0,6505 \leq b_1 \leq -0,5561 \\ -1,5388 \leq a_1 \leq -1,4646 \\ 0,5241 \leq a_2 \leq 0,5984 \end{cases}. \quad (15)$$

O modelo nominal utilizado na função custo, para este exemplo, foi:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,8970z - 0,6033}{z^2 - 1,4980z + 0,5577}.$$

Considerando o horizonte de predição  $H_p = 6$  e o horizonte de controle  $H_c = 3$ , o sistema foi simulado para a mesma sequência de mudanças de referências mostrada no exemplo anterior. O resultado do sinal de controle e da saída é ilustrado na Figura 3.

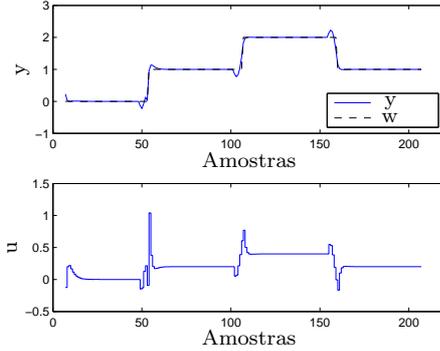


Figura 3: Seguimento de referência e controle do MPCIU, utilizando o modelo incerto (14),  $H_p = 6$  e  $H_c = 3$ .

Com o objetivo de se verificar a robustez da proposta de controlador descrita neste trabalho, considere como modelo nominal aquele cujos parâmetros valem os valores mínimos de cada um dos intervalos de incertezas em (15):

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,8422z - 0,6505}{z^2 - 1,5388z + 0,5241}. \quad (16)$$

Considerando um horizonte de predição  $H_p = 15$  e um horizonte de controle  $H_c = 6$ , o sistema foi simulado utilizando-se o MPC básico (não-robusto) e, posteriormente, o MPCIU. O MPC utilizado nas simulações diverge do MPCIU apenas no que diz respeito às restrições que constituem o intervalo de estabilidade (11). Os resultados do sinal de controle e da saída, para ambos os métodos, estão ilustrados nas Figuras 4 e 5.

Como o modelo utilizado pelos controladores MPC e MPCIU utiliza parâmetros que estão nos limites dos intervalos de incertezas, os resultados obtidos por ambos foram inferiores àquele representado na Figura 3, como era de se esperar. Pode-se notar, entretanto, das Figuras 4 e 5, que o controlador MPCIU foi ligeiramente superior ao MPC no controle da planta simulada neste exemplo.

## 6 Conclusões

O presente trabalho apresentou uma formulação para o controlador preditivo robusto baseado

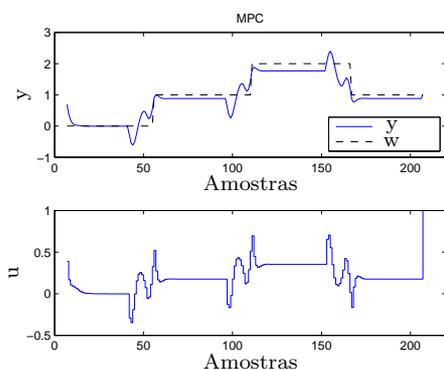


Figura 4: Seguimento de referência e controle do MPC, utilizando o modelo incerto (16),  $H_p = 15$  e  $H_c = 6$ .

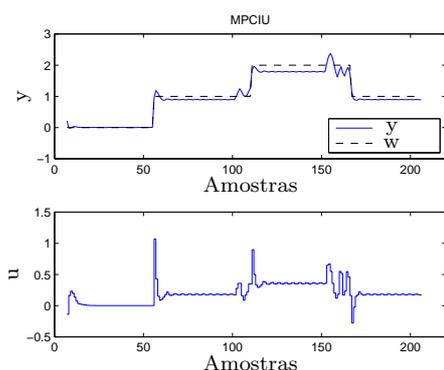


Figura 5: Seguimento de referência e controle do MPCIU, utilizando o modelo incerto (16),  $H_p = 15$  e  $H_c = 6$ .

em modelo. O algoritmo MPCIU implementado, utiliza um modelo do processo em que incertezas intervalares em seus parâmetros são consideradas. O sinal de controle é obtido a partir de uma condição de estabilidade.

A técnica proposta baseia-se na imposição de restrições na variável de controle, que, se satisfeitas, garantem a estabilidade da planta em malha fechada. Dessa forma, o método MPCIU pode ser utilizado em conjunto com qualquer técnica de RMPC que admita a inclusão de restrições na variável de controle.

No procedimento apresentado considerou-se conhecida a estrutura da planta, e a formulação foi desenvolvida para incertezas paramétricas, limitadas por um politopo previamente estabelecido. Como continuidade, deseja-se investigar a formulação para o caso de incertezas estruturais e controladores baseados em modelos lineares de fase não mínima e em modelos não-lineares.

### Agradecimentos

Agradecimentos ao CNPq e à agência de fomento CAPES – Brasil, pelo apoio financeiro.

### Referências

- Barbosa, A. M. (2010). *Técnicas de otimização bi-objetivo para a determinação da estrutura de modelos NARX*, Master's thesis, PPGEE, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Barbosa, A. M., Takahashi, R. H. C. and Aguirre, L. A. (2010). Técnicas de otimização bi-objetivo aplicadas a problemas de determinação de estrutura em modelos polinomiais NARX, *XVIII Congresso Brasileiro de Automação*, Bonito – MS, pp. 3189–3196.
- Barroso, M. F. S., Takahashi, R. H. C. and Aguirre, L. A. (2007). Multi-objective parameter estimation via minimal correlation criterion, *Journal of Process Control* **17**(4): 321–332.
- Bravo, C. O. A. and Normey-Rico, J. E. (2009). Controle de plantas não lineares utilizando controle preditivo linear baseado em modelos locais, *SBA Controle & Automação* **20**(4): 465–481.
- Camacho, E. and Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*, 2 edn, Springer.
- Garcia, C. E., Prett, D. M. and Morari, M. (1989). Model predictive control: Theory and practice - a survey, *Automatica* **25**(3): 335–348.
- Holkar, K. S. and Waghmare, L. M. (2010). An overview of model predictive control, *International Journal of Control and Automation* **3**(4): 47–64.
- Hussain, M. A. (1999). Review of the applications of neural networks in chemical process control-simulation and on-line implementation, *Artificial Intelligence in Engineering* **13**(1): 55–68.
- Kothare, M. V., Balakrishnan, V. and Morari, M. (1996). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, *Automatica* **32**(10): 1361–1379.
- Lee, H. (2006). *A Plant-Friendly multivariable Framework Based on Identification Test Monitoring*, PhD thesis, Arizona State University.
- Maciejowski, J. M. (2002). *Predictive Control with Constraints*, Prentice Hall, Harlow, England.
- Ramos, C., Martínez, M., Sanchis, J. and Herrero, J. M. (2008). Robust and stable predictive control with bounded uncertainties, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **342**: 1003–1014.
- Rossiter, J. A. (2003). *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach (Control Series)*, 1 edn, CRC Press.