

MODELAGEM DE ROBÔS MÓVEIS COM RODAS OMNIDIRECIONAIS INCLUINDO MODELOS ESTÁTICOS DE ATRITO.

MARIANE DOURADO CORREIA* LUCIANA MARTINEZ† ANDRÉ G. SCOLARI CONCEIÇÃO†

**Departamento de Mecatrônica
Universidade Federal da Bahia - UFBA
Salvador, BA, Brasil*

†*LaR - Laboratório de Robótica, Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal da Bahia - UFBA
Salvador, BA, Brasil*

Email: marianedcorreia@gmail.com lucianam@ufba.br andre.gustavo@ufba.br

Abstract— In this paper, a model is proposed for mobile robots with omnidirectional wheels that includes friction static models in the composition of the forces of the center of mass of the robot. Besides the modeling, a method of estimation is proposed to estimate the Coulomb, Viscous, *Stiction* and the *Stribeck* coefficients based on least-squares technique to a linear combination of functions. The experiments results of the robot and the simulation with the proposed model are compared to show the performance of the presented approach.

Keywords— Modeling, friction models, parameters estimation, mobile robots.

Resumo— Este artigo apresenta um modelo para robôs móveis com rodas omnidirecionais que inclui um modelo estático de atritos na composição das forças do centro de massa do robô. Além do modelo, é proposto um novo método de estimação para obter os coeficientes de atrito de Coulomb, Viscoso, *Stiction* e o efeito *Stribeck*, utilizando o método dos mínimos quadrados por combinação linear de funções. Resultados experimentais com o robô e de simulação com o modelo proposto são comparados para demonstrar o desempenho da abordagem proposta.

Palavras-chave— Modelagem, modelos de atrito, estimação de parâmetros, robôs móveis.

1 Introdução

Os robôs terrestres com rodas omnidirecionais, são os que possuem a habilidade de se mover em qualquer direção de um plano $2D$, independente de sua orientação. A rotação da roda é realizada sobre seu eixo principal, mas pode mover-se com pouco atrito em todas as direções, devido a sua forma e devido às pequenas rodinhas que constituem a roda maior (Indiveri, 2009), veja as rodas na Figura 1(b).

Existem muitas aplicações que utilizam plataformas omnidirecionais, a exemplo a cadeira de rodas omnidirecional, que proporciona maior facilidade de deslocamento a pessoas com deficiência e a empilhadeira *Sidewinder*, que usa a tecnologia omnidirecional para proporcionar movimentos em todas as direções e realizar manobras em espaços pequenos. Os modelos dinâmicos e cinemáticos dos robôs móveis são essenciais para o projeto de controladores, principalmente quando os robôs encontram-se em situações onde não-linearidades afetam o seu desempenho, como por exemplo vencer a zona morta de seus atuadores para iniciar um movimento.

Uma consideração importante são os diferentes tipos de não-linearidades que podem ser encontrados em sistemas físicos, muitas delas inerentes ao sistema (Zhou et al., 2005). As não-linearidades podem ser do tipo: saturação, zona morta, *backlash* ou folga, histerese, entre outras.

Em um sistema, a não linearidade do tipo zona morta é considerada como a faixa operacional de entrada que não produz resposta na dinâmica na saída do sistema, podendo esta ser variante no tempo, características comuns em todos os tipos de atuadores (Olsson, 1998).

Em um veículo com rodas acionadas por atuadores elétricos, a não linearidade do tipo zona morta é em geral decorrente de forças de reação inerentes causadas pelos componentes do atrito nos eixos de movimento. O atrito é um fenômeno muito complexo, causado por não linearidades tais como: *stiction*, histerese, efeito de *stribeck*, escorregamento (*slip* em literatura inglesa) e viscosidade (Bona and Indri, 2005). Todas estas não linearidades são particularmente notáveis quando os movimentos são realizados em baixas velocidades, especialmente quando interceptam por zero.

Os parâmetros das equações da dinâmica do robô, como os coeficientes de atrito relacionados às velocidades lineares e de rotação, variam de acordo com os atuadores, sensores, e a superfície em que o robô se movimenta (Chung et al., 2003). A determinação destes parâmetros se faz necessária, pois o robô geralmente se movimenta por superfícies de diferentes características de rugosidade, como por exemplo: superfícies mais lisas como lajotas, mais aderentes como o carpete e a grama sintética, e em terrenos acidentados, onde se requer mais tração para evitar a patinagem das rodas e a perda de mobilidade (Iagnemma and

Dubowsky, 2008). Isto implica na mudança dos parâmetros, como o coeficiente de atrito, assim como na força necessária empregada pelos atuadores para executar o trajeto.

Neste artigo, apresenta-se um modelo dinâmico de um robô omnidirecional que considera os atritos de Coulomb, o Viscoso, o *Stiction* e o efeito *Stribeck* na composição das forças do centro de massa do robô. Para a estimação dos coeficientes dos atritos é utilizado um novo método que estima o *Stiction*, o efeito *Stribeck*, o Coulomb e o Viscoso através do método dos mínimos quadrados por uma combinação linear de funções.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, descreve-se o modelo cinemático e dinâmico do robô. Na Seção 3 é apresentado o modelo em forma de espaço de estados. Na Seção 4 apresenta-se o método de estimação dos coeficientes de atrito. Na Seção 5, os resultados reais e obtidos pelo modelo são apresentados e discutidos. As considerações finais são apresentadas na Seção 6.

2 Modelo cinemático e dinâmico do robô

A partir da geometria do robô e dos sistemas de coordenadas, conforme a Figura 1, as equações cinemáticas do movimento do robô podem ser obtidas:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_r(t)}{dt} \\ \frac{dy_r(t)}{dt} \\ \frac{d\theta(t)}{dt} \end{bmatrix} = R^T(\theta(t)) \begin{bmatrix} v(t) \\ v_n(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

e $x_r(t)$ e $y_r(t)$ descrevem a localização do robô no sistema de coordenadas do mundo e $\theta(t)$ a diferença angular entre o sistema de coordenada do mundo e o sistema de coordenada do robô. $[v(t) \ v_n(t) \ w(t)]^T$ é o vetor de velocidade no sistema de coordenada do robô e descreve a velocidade linear e angular do robô no ponto P , representado pelas componentes ortogonais v e v_n , e a velocidade angular do corpo do robô w .

A matriz ortogonal de rotação $R(\theta(t))$ é definida para mapear o sistema de coordenadas do mundo no sistema de coordenadas do robô:

$$R(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) & \sin(\theta(t)) & 0 \\ -\sin(\theta(t)) & \cos(\theta(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

A relação entre as velocidades angulares das rodas do robô (w_{m_i} , para $i = 1, 2, 3$) e as velocidades do robô (v, v_n, w) é dada por:

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ v_n(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = (B^T)^{-1} \frac{r_{1...3}}{l_{1...3}} \begin{bmatrix} w_{m_1}(t) \\ w_{m_2}(t) \\ w_{m_3}(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

sendo b a distância entre o centro de massa do robô e as rodas, $r_{1...3}$ o raio das rodas, $l_{1...3}$ a

redução dos motores, w_{m_i} a velocidade de rotação dos motores e B é a matriz dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \cos(\frac{\pi}{6}) & -\cos(\frac{\pi}{6}) \\ -1 & \sin(\frac{\pi}{6}) & \sin(\frac{\pi}{6}) \\ b & b & b \end{bmatrix} \quad (4)$$

A modelagem do atrito é extremamente importante para descrever o comportamento dinâmico e projeto de controlador de sistemas mecatrônicos. Em razão disso, para fins de análise do comportamento do atrito e compreensão de alguns efeitos que o constituem, é essencial observar as características e os resultados de simulações produzidas por este fenômeno.

O atrito Viscoso é a força com uma relação linear entre a força aplicada e a velocidade (Kuo, 1995). Esta componente surge quando há deslocamento entre duas superfícies lubrificadas, e a sua magnitude aumenta linearmente com a velocidade, conforme Figura 2(a). O atrito de Coulomb é uma força que tem uma amplitude constante com respeito à mudança da velocidade, como mostra a Figura 2(b), mas o sentido da força de atrito muda com a inversão do sentido da velocidade (Kuo, 1995). O atrito Viscoso é frequentemente combinado com o atrito de Coulomb, conforme ilustrado na Figura 2(c).

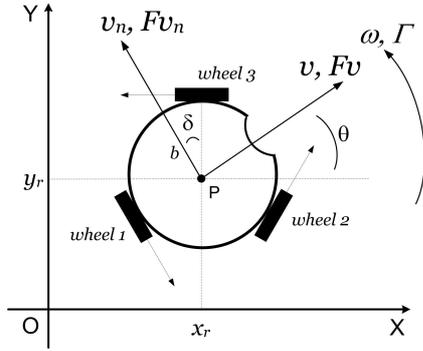
O *stiction* é uma força denotada por F_s , que descreve o atrito em repouso e seu valor é superior ao do nível de Coulomb. Assim, F_s equivale à força máxima necessária para iniciar o movimento do robô, representada graficamente na Figura 2(d). Tendo como base as considerações acima, acrescenta-se o efeito *Stribeck*. Tal fenômeno demonstra que, para velocidades baixas, o atrito logo após o início do movimento diminui com o aumento da velocidade e a força de atrito estático não decresce de maneira descontínua, mas sim em função da velocidade (Olsson, 1998), conforme ilustra a Figura 2(e).

As equações que descrevem as forças de tração do centro de massa do robô juntamente com as forças de atrito de Coulomb, o Viscoso, *Stiction* e o efeito *Stribeck* são descritas a seguir:

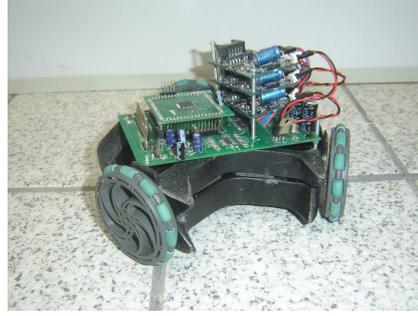
$$M \frac{dv(t)}{dt} = F_v(t) - B_v v(t) - \left[C_v + (F_{s_v} - C_v) \left(e^{-\left| \frac{v(t)}{v_{sv}} \right|^{\delta_{sv}}} \right) \right] \text{sgn}(v(t)) \quad (5)$$

$$M \frac{dv_n(t)}{dt} = F_{v_n}(t) - B_{v_n} v_n(t) - \left[C_{v_n} + (F_{s_{v_n}} - C_{v_n}) \left(e^{-\left| \frac{v_n(t)}{v_{sv_n}} \right|^{\delta_{sv_n}}} \right) \right] \text{sgn}(v_n(t)) \quad (6)$$

$$J \frac{dw(t)}{dt} = \Gamma(t) - B_w w(t) - \left[C_w + (F_{s_w} - C_w) \left(e^{-\left| \frac{w(t)}{v_{sw}} \right|^{\delta_{sw}}} \right) \right] \text{sgn}(w(t)) \quad (7)$$



(a) Sistemas de coordenadas e parâmetros geométricos.



(b) Robô com rodas omnidirecionais.

Figura 1: Robô móvel.

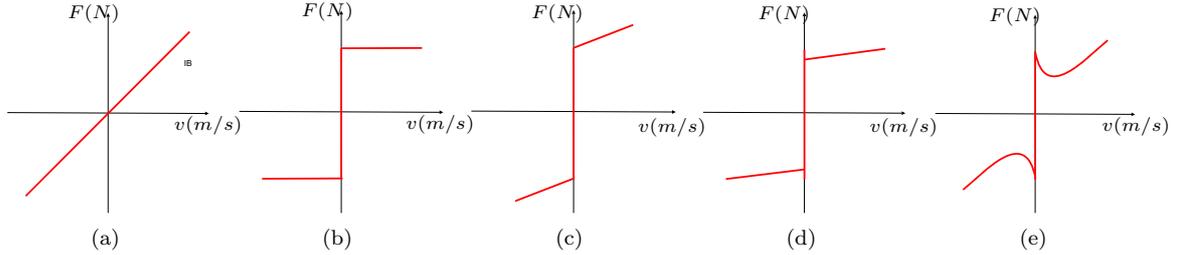


Figura 2: Exemplos de atritos estáticos: (a) atrito Viscoso; (b) atrito de Coulomb; (c) atrito de Coulomb + Viscoso; (d) atrito *Stiction*; (e) efeito *Stribeck*

$F = [F_v(t) \ F_{v_n}(t) \ \Gamma(t)]^T$ contém os vetores das forças $F_v(t)$ e $F_{v_n}(t)$ no sistema de coordenadas do robô, e $\Gamma(t)$ é o momento de inércia ao redor do centro de gravidade do robô (ponto P). M é a massa do robô e J o momento de inércia do robô. B_v, B_{v_n} e B_w são os coeficientes de atrito de Coulomb, C_v, C_{v_n} e C_w são os coeficientes de atrito Viscoso, segundo as direções de v, v_n e w respectivamente. O v_s é a velocidade *Stribeck* nas direções v, v_n, w ($v_{s_v}, v_{s_{v_n}}, v_{s_w}$) que representa a curva decrescente após ter vencido o atrito *Stiction*. δ_s é o parâmetro que descreve a passagem do atrito estático para o atrito de Coulomb nas direções de v, v_n e w ($\delta_{s_v}, \delta_{s_{v_n}}, \delta_{s_w}$), e pode assumir valores de acordo com a aplicação (Canudas de Wit and Tsiotras, 1999).

A relação entre as forças de tração do robô e as forças de tração das rodas $f_i = 1, 2, 3$ é dada por:

$$F_v(t) = \cos(\delta(t))(f_2(t) - f_3(t)), \quad (8)$$

$$F_{v_n}(t) = -f_1(t) + (f_2(t) + f_3(t))\sin(\delta(t)), \quad (9)$$

$$\Gamma(t) = [f_1(t) + f_2(t) + f_3(t)]b. \quad (10)$$

A força de tração em cada roda i (para $i = 1, 2, 3$) é dada por:

$$f_i(t) = \frac{T_i(t)}{r_i}, \quad (11)$$

sendo T_i o torque de rotação da roda. A dinâmica de cada motor CC i (para $i = 1, 2, 3$) pode ser descrita pelas equações:

$$u_i(t) = L_{a_i} \frac{di_{a_i}(t)}{dt} + R_{a_i} i_{a_i}(t) + k_{v_i} w_{m_i}(t), \quad (12)$$

$$T_i(t) = l_i K_{t_i} i_{a_i}(t), \quad (13)$$

onde u_i são as tensões aplicadas aos motores, L_{a_i} são as indutâncias e R_{a_i} as resistências de armadura, w_{m_i} é a velocidade de rotação dos motores, l_i as reduções de cada motor e i_{a_i} as correntes de armadura.

3 Modelo no espaço de estados

A representação no espaço de estados considerando o atrito de Coulomb, o Viscoso, o *Stiction* e o efeito de *Stribeck* é definida a seguir:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + K \operatorname{sgn}(x(t)) \\ \quad + G \left(e^{-\left| \frac{x(t)}{v_s} \right|^{\delta_s}} \right) \operatorname{sgn}(x(t)) \\ y(t) = Cx(t), \end{cases}$$

onde $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t)]^T$ é o vetor de entrada que representa as tensões dos motores e $x(t) = y(t) = [v(t) \ v_n(t) \ w(t)]^T$ são os vetores de estados e saída, respectivamente.

As matrizes que definem a representação no espaço de estados são:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-3l^2 k_t^2}{2r^2 R_a M} - \frac{B_v}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3l^2 k_t^2}{2r^2 R_a M} - \frac{B_{v_n}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-3l^2 k_t^2 b^2}{r^2 R_a J} - \frac{B_w}{J} \end{bmatrix},$$

$$B = \frac{lk_t}{rR_a} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2M} & -\frac{\sqrt{3}}{2M} \\ -\frac{1}{b} & \frac{1}{2M} & \frac{1}{2M} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{2M} & \frac{1}{2M} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0_{3 \times 3},$$

$$K = \begin{bmatrix} -\frac{C_v}{M} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_{v_n}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{C_w}{J} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{(-F_{s_v} + C_v)}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(-F_{s_{v_n}} + C_{v_n})}{M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(-F_{s_w} + C_w)}{J} \end{bmatrix}.$$

4 Estimação dos Coeficientes de Atrito

A metodologia proposta para a estimação dos parâmetros do modelo do robô é baseada na integração das propostas de (Conceição et al., 2009; Conceicao and Correia, 2012; Bona and Indri, 2005), que desenvolveram modelos dinâmicos incluindo elementos não-lineares e de restrições como atritos e saturações nos atuadores, e métodos de estimação de parâmetros utilizando o método dos mínimos quadrados.

O método de estimação dos parâmetros, proposto em (Bona and Indri, 2005) é um método que estima o atrito *Stiction*, o efeito *Stribeck*, o atrito de Coulomb e o atrito Viscoso através do método dos mínimos quadrados por uma combinação linear de funções.

A partir da equação da força do atrito na direção de v :

$$F_{a_v} = C_v + (F_{s_v} - C_v)e^{-|\frac{v}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} + B_v v(t) \quad (14)$$

substituindo C_v por a_0 , F_s por a_1 e B_v por a_2 temos:

$$F_{a_v} = a_0 + (a_1 - a_0)e^{-|\frac{v}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} + a_2 v. \quad (15)$$

Colocando os termos a_0 , a_1 e a_2 em evidência, tem-se: $\varphi_0 = 1 - e^{-|\frac{v}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}}$, $\varphi_1 = e^{-|\frac{v}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}}$ e $\varphi_2 = v$, sendo que a mesma análise pode ser feita para v_n e w .

Desta forma, o problema de calcular os parâmetros a_0 , a_1 e a_2 da aproximação é reduzido ao cálculo do vetor \mathbf{a} na equação seguinte:

$$\Phi^T \Phi \mathbf{a} = \Phi^T \mathbf{f} \quad (16)$$

onde Φ é definida por:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 - e^{-|\frac{v_1}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & e^{-|\frac{v_1}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & v_1 \\ 1 - e^{-|\frac{v_2}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & e^{-|\frac{v_2}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & v_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 - e^{-|\frac{v_m}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & e^{-|\frac{v_m}{v_{sv}}|^{\delta_{sv}}} & v_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times 3}, \quad (17)$$

sendo $v = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_m]^T$ o vetor de amostras da velocidade na direção de v , $f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \dots \ f_m]^T$ o vetor de amostras da força de tração no centro de massa do robô na direção de v , $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ a_2]^T$ o vetor de parâmetros da aproximação a ser determinado e m é o número de amostras.

Dado que a matriz Φ não é uma matriz quadrada, então pelo uso da pseudo-inversa associada tem-se que:

$$\mathbf{a} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{f}. \quad (18)$$

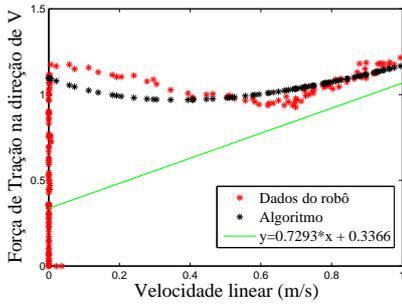
Os experimentos foram realizados nos ambientes de navegação o carpet e na grama sintética. Aplicando rampas de tensões nos motores de 0 à 2,5 V, com acréscimos de 0; 01 V.

As Figuras 3 e 4 mostram as zonas mortas do robô no carpet e na grama sintética, nas direções v , v_n e w . Verifica-se que as curvas das Figuras 3(a), 3(b), 4(a) e 4(b) tendem a aproximar das retas dadas pelos valores dos coeficientes de atrito, isso só não acontece porque o robô não alcança velocidades maiores. Os coeficientes de atrito Viscoso B_v , B_{v_n} e B_w , de Coulomb C_v , C_{v_n} e C_w , e a força de atrito estático (F_s) são estimados utilizando o ajuste por mínimos quadrados. A velocidade de *Stribeck* é determinada empiricamente, para o caso em estudo.

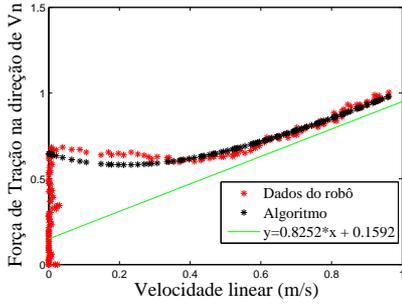
5 Validação do modelo

Nesta seção, serão apresentados os resultados de simulação e velocidades do robô na região da zona morta. Os experimentos foram realizados no carpet e na grama, aplicando rampa de tensões nos motores para poder visualizar com clareza o efeito da zona morta, além do efeito *Stribeck* e o *Stiction*.

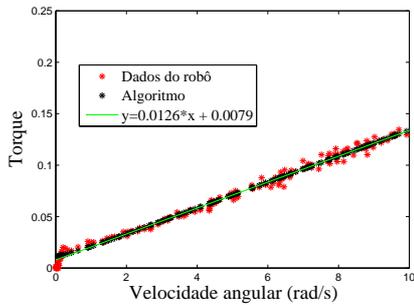
O modelo desenvolvido considera as forças de atrito de Coulomb e o Viscoso na primeira parte da validação. Na segunda parte, o modelo considera as forças de atrito de Coulomb, o Viscoso, o efeito *Stribeck* e o *Stiction*, com isso a resposta em malha aberta deve representar a zona morta, como mostra a Figura 5. Tanto para a velocidade linear v na grama sintética quanto a velocidade linear v no carpet o modelo representou fielmente o efeito da zona morta, considerando os atritos Coulomb, o Viscoso, *Stiction* e o efeito *Stribeck* quando comparado com o robô. Para a simulação do modelo considerando o atrito Coulomb e o Viscoso, nota-se uma diferença do ponto de início do movimento da base móvel quando comparado



(a) F_v versus v .



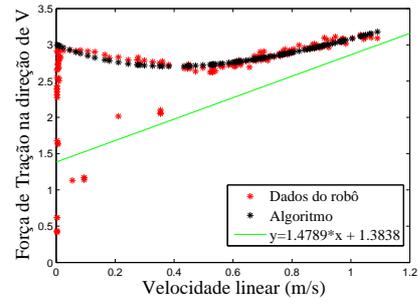
(b) F_{v_n} versus v_n .



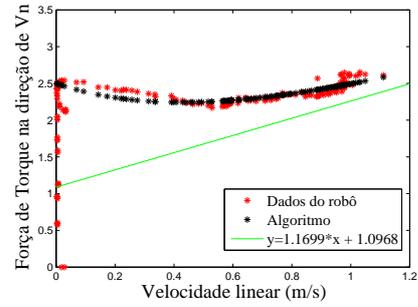
(c) Γ versus w .

Figura 3: Zona morta do robô no ambiente de navegação o carpet.

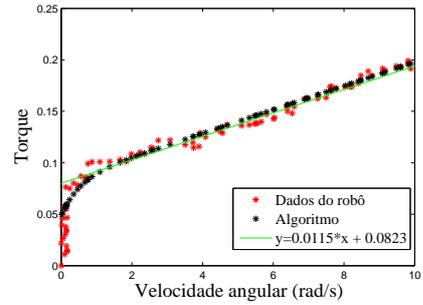
com a velocidade do robô e isso acontece nos dois ambientes de navegação. Tal diferença é devido ao efeito *Stribeck* e o *Stiction* que nesta abordagem não é considerada. Para a velocidade w , o modelo obteve também um bom desempenho, como pode ser visto na Figura 5(c). É possível analisar que para as velocidades lineares de v na grama as tensões necessárias para a base entrar em movimento são maiores do que no carpet, devido a maior presença do atrito em relação ao contato da base com o chão. Logo, para vencer esta inércia em v , necessita-se de uma tensão em torno de 0.5 volts para a base no carpet e de 2.5 volts na grama sintética, como pode ser observado na Figura 5. A mesma análise pode ser realizada na direção de w . Os ruídos presentes no início das curvas pretas das Figuras 5(a), 5(b) e 5(c) são referentes á aproximações numéricas do simulador.



(a) F_v versus v .



(b) F_{v_n} versus v_n .



(c) Γ versus w .

Figura 4: Zona morta do robô no ambiente de navegação grama sintética.

6 Conclusões

O artigo apresentou um modelo dinâmico de um robô móvel omnidirecional com três rodas incluindo modelos estáticos de atrito, mais especificamente o atrito de Coulomb, o Viscoso, o *Stiction* e o efeito *Stribeck*. Trata-se de um modelo simplificado quando comparado aos modelos existente na literatura (Lugre e Dahl por exemplo)(Canudas de Wit and Tsotras, 1999; Olsson, 1998). O modelo apresentou um desempenho satisfatório quando comparado com curvas reais do robô, além de mapear os efeitos da zona morta de forma satisfatória. Foi apresentada uma nova abordagem prática de estimação dos coeficientes de atrito, utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados por combinação linear de funções. Enfim, a nova abordagem do modelo obteve uma representação mais fiel do comportamento do robô, principalmente na região da zona morta. O método de estimação proposto mostrou-se mais prático de ser utilizado,

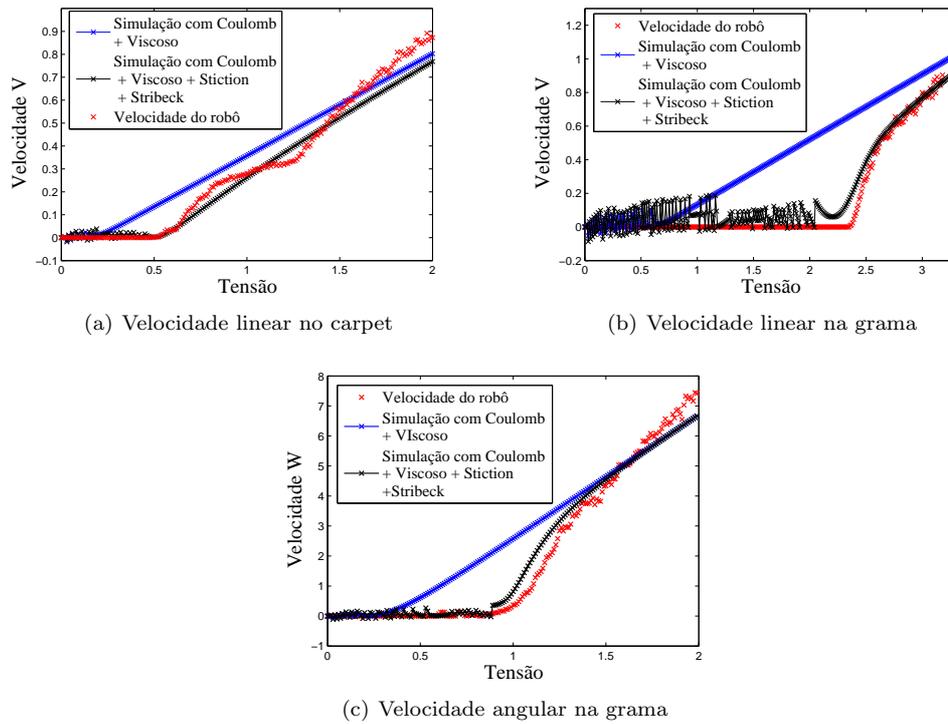


Figura 5: Análise da zona morta na direção de v e w .

pois não necessita de velocidade do robô em diversas regiões de regime permanente de funcionamento. Além disso, faz a estimação de 3 coeficientes (Viscoso, Coulomb e *Stiction*), com um custo computacional praticamente nulo.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq.

Referências

- Bona, B. and Indri, M. (2005). Friction compensation in robotics: an overview, *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pp. 4360 – 4367.
- Canudas de Wit, C. and Tsiotras, P. (1999). Dynamic tire friction models for vehicle traction control, *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, Vol. 4, pp. 3746 – 3751 vol.4.
- Chung, J. H., Byung-Ju, Y., Whee, K. K. and Lee, H. (2003). The dynamic modeling and analysis for an omnidirectional mobile robot with three caster wheels, *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on*, Vol. 1, pp. 521 – 527 vol.1.
- Conceicao, A. G. S. and Correia, M. D. (2012). Modeling of a three wheeled omnidirectional robot including friction models, *10th IFAC Symposium on Robot Control - SYROCO 2012*, Vol. 10, pp. 7–12.
- Conceição, A. G. S., Costa, P. J. and Moreira, A. P. (2009). Practical approach of modeling and parameters estimation for omnidirectional mobile robots, *IEEE Transactions on Mechatronics* **14**(3): 377 – 381.
- Iagnemma, K. and Dubowsky, S. (2008). *Mobile Robots in Rough Terrain: Estimation, Motion Planning, and Control with application to Planetary Rovers*, 3 edn, Springer-Verlag.
- Indiveri, G. (2009). Swedish wheeled omnidirectional mobile robots: Kinematics analysis and control, *Robotics, IEEE Transactions on* **25**(1): 164 – 171.
- Kuo, B. C. (1995). *Automatic Control Systems*, John Wiley & Sons Ltd.
- Olsson, K. J. Astrom, C. C. d. W. M. G. P. L. (1998). Friction models and friction compensation, *European Journal of Control* **4**: 176–195.
- Zhou, J., Er, M. J. and Wen, C. (2005). Adaptive control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity, *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pp. 796 – 801.