

ESTIMAÇÃO DE MODELOS SOPTD UTILIZANDO MODELOS OBF-TD E UM EXPERIMENTO COMBINADO

JOÃO BATISTA M. SANTOS*, PÉRICLES R. BARROS*

**Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Campina Grande
Campina Grande - PB, Brasil*

Emails: joabatista@dee.ufcg.edu.br, prbarros@dee.ufcg.edu.br

Abstract— Orthonormal basis filter models (OBF) have several advantages compared with the ARX, FIR, ARMAX, OE e BJ models. But, the use of OBF models to represent systems with time delays lead to unnecessarily high model orders. It is presented a combined model named orthonormal basis filter plus time delay (OBF-TD). This way, the model order can be chosen to improve model performance and it is possible to directly obtain SOPTD models. Simulation results are presented to illustrate the techniques.

Keywords— System identificação, SOPTD models, OBF models, relay experiment.

Resumo— Modelos em bases de funções ortonormais (OBF) possuem diversas vantagens quando comparados com os modelos ARX, FIR, ARMAX, OE e BJ. No entanto, a utilização de modelos OBF na aproximação de processos com atraso resulta em modelos com ordens desnecessariamente elevadas. Assim, é apresentado um modelo combinado chamado de modelo OBF-TD (bases de funções ortonormais com atraso) formado por um modelo OBF e um modelo de atraso TD. Desse modo, a ordem do modelo pode ser escolhida para reduzir o erro na representação e também ser possível obter diretamente modelos SOPTD. Resultados de simulação ilustram as propriedades das técnicas apresentadas.

Keywords— Identificação de sistemas, modelos SOPTD, modelos OBF, experimento do relé.

1 Introdução

A identificação de modelos é essencial para o projeto de controladores baseados em modelos. Em diversas situações, a obtenção desses modelos a partir da modelagem é muito custosa devido à estrutura complexa dos processos. Desse modo, as técnicas de identificação de sistemas são ferramentas importantes (Ramakrishnan and Chidambaram, 2003).

Os modelos lineares mais utilizados são: resposta ao impulso finita (FIR); autorregressivos com entrada exógena (ARX); autorregressivos com média móvel e entrada exógena (ARMAX); erro na saída (OE); Box-Jenkins (BJ) (Ljung, 1999).

Modelos em bases de funções ortonormais (OBF) possuem diversas vantagens com relação aos modelos lineares mais utilizados (Badwe et al., 2011). O número de parâmetros necessários para representar as dinâmicas do processo é menor (parcimônia), a modelo é linear nos parâmetros (otimização convexa) e os modelos do processo e do ruído podem ser parametrizados de forma independente (Heuberger et al., 2005).

Existem diversos tipos de funções que formam as bases de um modelo OBF. Estas funções são parametrizadas em termos de um conjunto de polos selecionados previamente. Exemplos dessas funções são as funções de Laguerre e as funções de Kautz. As funções de Laguerre são parametrizadas em termos de um único polo. Já as funções de Kautz são parametrizadas em termos de dois polos reais ou dois polos complexos.

Uma lista completa de funções e suas propriedades segue em Heuberger et al. (2005).

A obtenção de um modelo OBF com número reduzido de parâmetros é possível se o tipo de função apropriada for escolhido e boas estimativas dos polos dominantes estiverem disponíveis (Tufa et al., 2011). Estimativas dos polos dominantes são normalmente obtidas a partir de experimentos de resposta ao degrau ou da experiência do operador do processo. No entanto, experimentos de resposta ao degrau são geralmente longos, pouco informativos e sensíveis às perturbações que ocorram durante a realização do experimento. Desse modo, é desejado um experimento que seja informativo no domínio da frequência e do tempo e que não seja necessário nenhum conhecimento sobre o processo para o projeto da excitação.

O atraso ou tempo morto está presente em diversos processos industriais. Modelos simples de primeira ordem com atraso (FOPTD) e segunda ordem com atraso (SOPTD) são bastante utilizados para a sintonia de controladores industriais. No projeto de controladores PID, o modelo mais utilizado é do tipo FOPTD (Ljung, 2002).

A utilização de modelos OBF na aproximação de processos com atraso resulta em modelos com ordens desnecessariamente elevadas devido à representação em série infinita do atraso. No entanto, caso o atraso seja conhecido, é possível tratá-lo separadamente. Assim, o modelo do processo pode ser um modelo combinado formado por um modelo OBF e um modelo de atraso TD. Este modelo é chamado de modelo OBF-TD (bases de funções ortonormais com atraso). Nesse caso, a

ordem do modelo pode ser escolhida de modo a reduzir o erro na representação da dinâmica, além de também ser possível obter diretamente modelos FOPTD e SOPTD. Em Santos and Barros (2012) foi tratado o problema da estimação de modelos FOPTD utilizando modelos OBF-TD.

O objetivo deste trabalho é estimar modelos SOPTD utilizando modelos OBF-TD. Para as funções que formam as bases do modelo OBF-TD são utilizadas as funções de Kautz. A informação preliminar (conhecimento sobre os polos dominantes e atraso) é obtida a partir de um experimento de identificação preliminar e da técnica de identificação para modelos SOPTD apresentada.

Este trabalho é organizado da seguinte forma: na Seção 2 são definidos os modelos OBF-TD e escolhidas as funções bases utilizadas; na Seção 3 são apresentados o experimento preliminar e a técnica de identificação para modelos SOPTD; na Seção 4 é descrito o procedimento utilizado para a estimação dos coeficientes do modelo OBF-TD; na Seção 5 são apresentados os exemplos de simulação; e na Seção 6 seguem as conclusões.

2 Modelos OBF-TD

Um modelo em bases de funções ortonormais com atraso (OBF-TD) é um modelo combinado formado por um modelo OBF e um modelo de atraso TD. Este modelo combinado é possível se o atraso for conhecido previamente. A definição seguinte resume a ideia.

Definição 1 *Considere a função de transferência do processo $G(s)$ com atraso não nulo L e realize a decomposição $G(s) = \tilde{G}(s)e^{-Ls}$. A função de transferência $\tilde{G}(s)$ pode ser descrita utilizando um modelo OBF de ordem n como*

$$\tilde{G}(s) = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s) + \dots + c_n F_n(s) \quad (1)$$

em que o conjunto $\{F_i(s)\}_{i=1}^n$ é formado pelas bases de funções ortonormais de Takenaka-Malmquist e os c_i 's são os coeficientes da base. O modelo OBF-TD de $G(s)$ é, então, dado por

$$G(s) = (c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s) + \dots + c_n F_n(s))e^{-sL} \quad (2)$$

em que n é a ordem do modelo.

Como o atraso é tratado de forma separada nos modelos OBF-TD, a ordem pode ser escolhida de modo a reduzir o erro de estimação, dado que mais membros da série infinita são considerados. Por outro lado, como o atraso é incluído na representação em modelos OBF, a ordem do modelo é desnecessariamente elevada, já que o atraso e as dinâmicas são representados de forma conjunta.

A escolha da função base determina a classe de processos que podem ser adequadamente representados pelo modelo OBF-TD.

Neste trabalho são consideradas as funções de Kautz. Essas funções são casos particulares das funções de Takenaka-Malmquist (Takenaka, 1925; Malmquist, 1925).

As funções de Kautz são dadas por

$$F_{2k-1}(s) = \frac{\sqrt{2bs}}{s^2 + bs + c} \left(\frac{s^2 - bs + c}{s^2 + bs + c} \right)^{k-1} \quad (3)$$

$$F_{2k}(s) = \frac{\sqrt{2bc}}{s^2 + bs + c} \left(\frac{s^2 - bs + c}{s^2 + bs + c} \right)^{k-1} \quad (4)$$

em que $i = 1, \dots, n$, $b = 2\text{Re}(\xi_i)$, $c = |\xi_i|^2$, $\xi_i \in \mathbb{C}$ e $\text{Re}(\xi_i) \geq 0$ são os parâmetros que definem os polos de Kautz.

A informação sobre o processo necessária para a estimação do modelo OBF-TD são os polos que formam as bases e o atraso. Esta informação é obtida utilizando o experimento preliminar e a técnica de identificação para modelos SOPTD apresentados na próxima seção.

3 Informação preliminar sobre o processo

3.1 Experimento de identificação preliminar

Dado que nesse estágio do procedimento de identificação nenhuma informação pode estar disponível, não deve ser necessário qualquer conhecimento sobre o processo para o projeto do experimento. Além disso, este deve ser informativo nos domínios do tempo e da frequência. No entanto, como é utilizado o experimento do relé, pelo menos o nível de ruído é necessário para o ajuste da histerese.

Assim, considere a excitação apresentada na Figura 1. Esta é composta por uma parte de alta frequência e uma parte de baixa frequência. A parte de alta frequência (ω_H) é gerada pelo experimento do relé padrão aplicado por N_1 ciclos e com período T_u . Em seguida, um pulso retangular com largura $N_2 T_u / 2$ é aplicado seguido de um intervalo de $N_2 T_u / 2$ com entrada zero. Isto caracteriza a parte de baixa frequência (ω_L).

O período T_u é o período de oscilação em resposta ao relé e não pode ser modificado. Este período é característico de cada processo. O período T_u não é conhecido previamente, este é obtido no momento da execução do experimento.

Deve-se notar que, como o nível DC é diferente de zero o ganho em regime permanente pode ser estimado. Além disso, a parte de alta frequência está próxima da frequência crítica do processo.

A excitação pode ser utilizada de modo a excitar o processo em frequências desejadas relacionadas com o ponto de alta frequência (ω_H) e com o ponto de baixa frequência (ω_L). Desse modo, a informação da resposta em frequência do processo é obtida em uma maior região de frequência quando comparado com o experimento do relé.

Para o projeto do experimento é necessário determinar os parâmetros N_1 e N_2 . O parâmetro

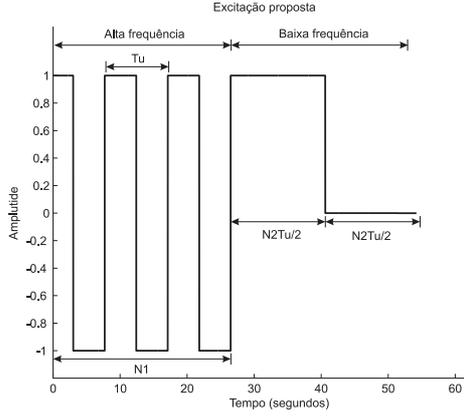


Figura 1: Experimento preliminar

N_1 define o número de períodos do relé e o parâmetro N_2 define a largura do pulso ($N_2T_u/2$) e o período do pulso (N_2T_u). Escolher N_1 pequeno torna o experimento mais rápido, mas reduz a contribuição de potência no ponto de alta frequência. Por outro lado, escolher N_1 grande torna o experimento mais longo, mas aumenta a contribuição de potência no ponto de alta frequência. Uma maior contribuição de potência melhora a relação sinal/ruído nesse ponto. Na prática, é necessário escolher um valor de N_1 tal que o intervalo de tempo resultante seja suficiente para que o regime permanente do ponto de vista das oscilações tenha sido atingido, ou seja, o período T_u seja aproximadamente constante. Em geral, $N_1 = 3$ ou $N_1 = 4$ é suficiente, ou seja, 3 ou 4 períodos de oscilação.

A escolha do parâmetro N_2 determina qual ponto de frequência do processo é excitado pela parte de baixa frequência da excitação. A região de interesse para a localização do ponto de baixa frequência é aquela em que a fase do processo está entre -45° e -135° . A partir de diversos testes a recomendação para o parâmetro N_2 é $2 \leq N_2 \leq 3$. Vale observar que o período do pulso é um múltiplo do período da parte de alta frequência T_u obtido do experimento do relé.

A vantagem de utilizar esse experimento é que o tempo de experimento é variável, vários pontos de frequência podem ser obtidos e nenhum conhecimento prévio sobre o processo é necessário.

3.2 Técnica de identificação de modelos SOPDT

Nessa Seção é apresentada a técnica de identificação para modelos SOPDT. O experimento preliminar, apresentado anteriormente, é utilizado para obtenção dos dados. A proposição seguinte resume a técnica.

Proposição 1 Considere um modelo SOPDT

com função de transferência dada por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{as^2 + bs + 1} e^{-Ls} \quad (5)$$

em que K é o ganho do sistema, L é o atraso e a e b são os coeficientes do polinômio do segundo grau.

Defina $|G(j\omega_i)|$ e $\phi(\omega_i)$ como o ganho e a fase do sistema em ω_i , respectivamente. Assuma que o ganho $G(0)$ e que $G(j\omega_i)$ são estimados e defina o ganho relativo como $\kappa(\omega_i) = \frac{|G(j\omega_i)|}{G(0)}$.

Resolva o sistema de equações dado por

$$\begin{cases} \omega_1^4 \alpha_1 + \omega_1^2 \alpha_2 = \frac{1 - \kappa^2(\omega_1)}{\kappa^2(\omega_1)} \\ \omega_2^4 \alpha_1 + \omega_2^2 \alpha_2 = \frac{1 - \kappa^2(\omega_2)}{\kappa^2(\omega_2)} \end{cases} \quad (6)$$

Então, os parâmetros do modelo SOPDT podem ser calculados como

$$\hat{a} = \sqrt{\alpha_1} \quad (7)$$

$$\hat{b} = \sqrt{\alpha_2 + 2\sqrt{\alpha_1}} \quad (8)$$

$$\hat{L}(\omega_i) = \frac{1}{\omega_i} \left[\phi(\omega_i) - \arctan \left(\frac{\hat{b}\omega_i}{1 - \hat{a}\omega_i^2} \right) \right] \quad (9)$$

$$\hat{K} = G(0). \quad (10)$$

Proof: O módulo de $G(s)$ em uma frequência qualquer é

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(1 - a\omega^2)^2 + (b\omega)^2}}. \quad (11)$$

Fazendo $K = |G(0)|$, dividindo por $|G(0)|$, elevando ao quadrado e desenvolvendo os termos, tem-se

$$a^2\omega^4 + (b^2 - 2a)\omega^2 = \frac{1 - \kappa^2}{\kappa^2}. \quad (12)$$

Com a Equação (12) e a informação de dois pontos de frequência obtidos do experimento, é possível o sistema dado na Equação (6) em que $\alpha_1 = a^2$ e $\alpha_2 = b^2 - 2a$.

Agora, escreva a equação para a fase de $G(s)$, definida como

$$\phi(\omega) = -\omega L - \arctan \left(\frac{b\omega}{1 - a\omega^2} \right). \quad (13)$$

Utilizando a Equação (13), os dois pontos de frequência e as constantes de tempo estimadas, o atraso é estimado como

$$\hat{L}(\omega_i) = \frac{1}{\omega_i} \left[\phi(\omega_i) - \arctan \left(\frac{\hat{b}\omega}{1 - \hat{a}\omega^2} \right) \right]. \quad (14)$$

□

As frequências de interesse, pelo menos duas frequências, são escolhidas de acordo com o espectro do sinal de entrada definido pelo projeto do experimento proposto. O experimento é projetado de modo a excitar o processo em no mínimo dois pontos de frequência, ω_L e ω_H .

No domínio do tempo, a estimativa para o atraso L é obtida a partir de uma procura baseada no fato da saída do processo ser zero até o instante de tempo em que $t = L$, ou seja, $\int_0^{t \geq t_1} y(t) = \int_L^{t \geq t_1} y(t)$, em que t_1 é o instante de tempo tal que $t_1 > L$. No contexto desse trabalho t_1 é o instante de tempo do primeiro chaveamento do relé.

O procedimento é realizar uma busca no tempo tal que o maior valor de L seja encontrado de modo que um determinado critério de parada tenha sido atingido. Por exemplo, faça $L = t_1$ e reduza L até que

$$\int_0^{t_1} y(t) - \int_{\hat{L}}^{t_1} y(t) < \alpha \int_0^{t_1} y(t) \quad (15)$$

em que α é um limiar que define a sensibilidade ao ruído (caso haja ruído). Uma das formas de escolher o limiar α é observando o desvio padrão do sinal de saída em torno de um ponto de operação fixo.

Por fim, é possível combinar os atrasos obtidos nos domínios do tempo e da frequência da seguinte forma: o atraso escolhido é o máximo entre os atrasos obtidos no domínio do tempo L_t e da frequência L_f , $\hat{L} = \max\{L_t, L_f\}$. O máximo é escolhido de modo a obter a escolha mais conservadora.

4 Estimação de modelos OBF-TD

Nesta Seção estão descritos o experimento de identificação e os algoritmos utilizados para a estimação dos modelos OBF-TD.

4.1 Experimento de identificação

As excitações frequentemente utilizadas nos experimentos de identificação apresentadas na literatura são: sinais PRBS, sinais GBN e sinais formados por múltiplas senóides (Ljung, 1999; Pintelon and Schoukens, 2001).

Neste trabalho, o experimento é projetado baseado na informação obtida utilizando o experimento preliminar e a técnica de identificação de modelos SOPTD. A excitação utilizada nesse experimento é do tipo PRBS.

O máximo período possível de um sinal PRBS com n estados é $M = 2^n - 1$, pois o estado zero não é incluído. Um sinal PRBS com período M é chamado de sinal PRBS de tamanho máximo e

possui características semelhantes à de um ruído branco. Já um sinal PRBS do tipo passa-baixa e obtido com o aumento do período de chaveamento T_{clk} . O período de chaveamento pode ser escolhido como em (Gaikwad and Rivera, 1996), ou seja,

$$T_{clk} \leq \frac{2,8\tau_{dom}}{\alpha_s} \quad (16)$$

em que α_s é a velocidade da resposta em malha fechada e τ_{dom} é a constante de tempo dominante.

4.2 Estimação

De modo a obter um modelo OBF-TD utilizando as funções de Kautz são necessárias algumas informações preliminares sobre o processo: atraso e polos. Assim, os polos das funções de Kautz são selecionados iguais aos polos obtidos com a técnica de identificação para modelos SOPTD.

Em seguida, é necessário calcular os coeficientes da base c_i 's. Devido à linearidade nos parâmetros, são utilizados regressores lineares para a estimação (otimização convexa). Os coeficientes da base dados na Equação (2) são estimados utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados em que o vetor de parâmetros é

$$\theta = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]^T \in \mathbb{R}^n \quad (17)$$

e os regressores são formados por

$$\varphi(t) = \Gamma_n u'(t) \quad (18)$$

em que $u'(t) = u(t - L)$ é o sinal de entrada atrasado,

$$\Gamma_n(s) = [F_1(s) \ F_2(s) \ \dots \ F_n(s)]^T \quad (19)$$

e n é a ordem do modelo.

A estimativa dos coeficientes da base é dada por

$$\hat{\theta}_N = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t) \right] \quad (20)$$

em que $\hat{\theta}_N$ é o vetor de estimativas, N é o número de pontos ou tamanho do experimento e $y(t)$ é a saída do processo.

O procedimento para a estimação de um modelo OBF-TD é resumido no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Estimação de modelos OBF-TD

1. *Obtenha as constantes de tempo e atraso utilizando a técnica de identificação para modelos SOPTD.*
2. *Realize o projeto e execute o experimento de identificação utilizando sinais PRBS.*
3. *Escolha a base do modelo OBF-TD. Escolha os polos das funções de Kautz iguais aos polos obtidos no modelo SOPTD.*

4. Escolha a ordem n do modelo OBF-TD.
5. Obtenha a estimativa do modelo OBF-TD, Eq. (20).

5 Exemplos de simulação

A função de custo utilizada na comparação das técnicas de identificação no domínio do tempo é

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [y(kT_s) - \hat{y}(kT_s)]^2 \quad (21)$$

em que $y(kT_s)$ e $\hat{y}(kT_s)$ é a saída do processo real e estimada, respectivamente.

No domínio da frequência é dada por

$$E = \frac{1}{N_\omega} \sum_{k=0}^{N_\omega-1} |G(j\omega_k) - \hat{G}(j\omega_k)| \quad (22)$$

em que N_ω é o número de pontos de frequência, $G(j\omega_k)$ é a resposta em frequência do processo e $\hat{G}(j\omega_k)$ é a resposta em frequência do modelo identificado.

O período de amostragem utilizado em todos os exemplos é o mesmo e igual a 0,01 segundos.

5.1 Exemplo 1

O processo utilizado para o primeiro exemplo é do tipo SOPTD. A função de transferência do processo é dada por

$$G_1(s) = \frac{1}{10s^2 + 11s + 1} e^{-2s}. \quad (23)$$

O primeiro passo é realizar o experimento preliminar e utilizar a técnica de identificação para modelos SOPTD. Segue na Figura 2 a resposta do sistema ao experimento preliminar para o caso com ruído de média zero e variância 0,005. A largura do pulso é $N_2/2 = 1,5$.

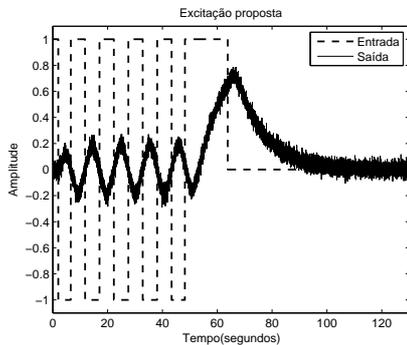


Figura 2: Exemplo 1 - Experimento preliminar

Os modelos SOPTD identificados utilizando a técnica proposta e a técnica RChi (Ramakrishnan and Chidambaram, 2003) seguem na Tabela 1 assim como os valores de ε e E . O modelo obtido

utilizando a técnica proposta apresentou melhores resultados tanto no domínio do tempo quanto no da frequência.

Tabela 1: Exemplo 1 - Modelos identificados

Processo 1	$G_1(s) = \frac{1}{10s^2 + 11s + 1} e^{-2s}$
Proposta	$G_{1p}(s) = \frac{0,99}{9,98s^2 + 10,99s + 1} e^{-1,99s}$ $\varepsilon = 1,92 \times 10^{-6}$ $E = 9,11 \times 10^{-4}$
RChi	$G_{1c}(s) = \frac{1}{12,41s^2 + 11,04s + 1} e^{-1,81s}$ $\varepsilon = 3,55 \times 10^{-6}$ $E = 5,3 \times 10^{-3}$

Em seguida, um sinal PRBS com amplitude ± 1 foi projetado com período de chaveamento escolhido de acordo com a Equação (16) com $\tau_{dom} = 10,01$. Para esse exemplo, os parâmetros de projeto do sinal PRBS são $\alpha_s = 2$, $\tau_{dom} = 10$ segundos e $\beta_s = 5$. Os valores escolhidos para o tamanho do experimento N_s e para o período de chaveamento T_{clk} foram $N_s = 500$ e $T_{clk} = 3$ segundos.

Os polos de Kautz são iguais aos polos obtidos do modelo SOPTD $G_{1p}(s)$ e o atraso é $L = 1,99$. A ordem do modelo foi escolhida como $n = 2$, ou seja, dois coeficientes são estimados ($c_1 = -8,6 \times 10^{-5}$ e $c_2 = 0,21$). Este modelo é chamado OBF-TD2.

Os modelos $G_{1p}(s)$ e OBF-TD2 foram avaliados com relação a uma nova sequência PRBS utilizada para validação. O PRBS de validação é do mesmo tamanho que o utilizado para identificação, mas com período de chaveamento reduzido em 1/4. Os erros absolutos em função do tempo seguem na Figura 3.

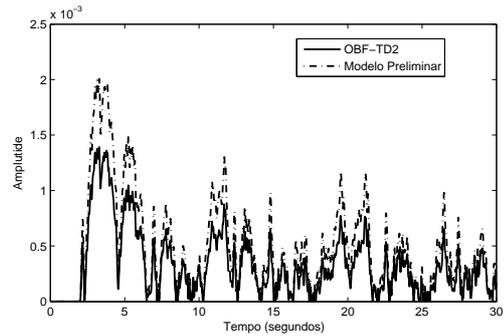


Figura 3: Exemplo 1 - Erro absoluto em função do tempo

O modelo $G_{1p}(s)$ já é uma boa estimativa do processo quando comparado como o modelo $G_{1c}(s)$ (Tabela 1). Ainda assim, o modelo de segunda ordem OBF-TD2 apresenta um refinamento tanto no domínio do tempo (Figura 3) quanto no domínio da frequência. Os valores das funções de custo calculados para o experimento de validação seguem na Tabela 2.

Tabela 2: Exemplo 1 - ε e E

	$G_{1p}(s)$	OBF-TD2
ε	$1,12 \times 10^{-7}$	$8,89 \times 10^{-8}$
E	$3,1 \times 10^{-3}$	$2,1 \times 10^{-4}$

5.2 Exemplo 2

O processo utilizado nesse exemplo é dado por

$$G_2(s) = \frac{1}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)} e^{-1s}. \quad (24)$$

As informações das constantes de tempo e do atraso são obtidas utilizando os mesmos procedimentos do exemplo anterior. O modelo SOPTD obtido é dado por

$$G_{2p}(s) = \frac{0,99}{2,41s^2 + 3,13s + 1} e^{-1,45s}. \quad (25)$$

Os parâmetros de projeto do sinal PRBS são $\alpha_s = 2$, $\tau_{dom} = 2,67$ segundos e $\beta_s = 5$. Os valores escolhidos foram $N_s = 1000$ e $T_{clk} = 3$ segundos. Para o modelo OBF-TD com $n = 2$ utilizando bases de Kautz (OBF-TD2-2) os valores dos coeficientes são $c_1 = -0,083$ e $c_2 = 0,396$.

De modo a comparar as estimativas foi utilizada a técnica proposta em Skogestad (2003). Nesta técnica, dado o modelo do processo é possível obter uma aproximação de segunda ordem com atraso. O modelo SOPTD é dado por

$$G_{2k}(s) = \frac{1}{2,4s^2 + 3,2s + 1} e^{-1,4s}. \quad (26)$$

Na Tabela 3 seguem os erros nos domínios do tempo e da frequência dos modelos OBF-TD2-2 e $G_{2k}(s)$. A partir dos valores dos erros nos domínios do tempo e da frequência pode-se concluir que o modelo OBF-TD utilizando bases de Kautz apresentam melhores resultados quando comparado com o modelo $G_{2k}(s)$. Vale lembrar que o modelo $G_{2k}(s)$ é obtido a partir do conhecimento exato da função de transferência $G_2(s)$.

Tabela 3: Exemplo 2 - ε e E

	OBF-TD2-2	$G_{2k}(s)$
ε	$2,82 \times 10^{-6}$	$7,21 \times 10^{-6}$
E	0,005	0,008

6 Conclusão

Neste trabalho foram apresentadas as técnicas e procedimentos utilizados para a estimação de modelos SOPTD a partir de modelos OBF-TD. Os modelos OBF-TD são modelos combinados (modelo OBF + modelo TD). Foi observado, a partir de exemplos de simulação, que os modelos OBF-TD representam um refinamento tanto no

domínio do tempo quanto no domínio da frequência quando comparados com os modelos SOPTD obtidos (técnicas proposta, RChi e Skogestad).

Referências

- Badwe, A. S., Patwardhan, S. C. and Gudi, R. D. (2011). Closed-loop identification using direct approach and high order arx/gobf-arx models, *Journal of Process Control* **21**: 1056–1071.
- Gaikwad, S. V. and Rivera, D. E. (1996). Controle relevant input signal design for multivariable system identification: Application to high-purity distillation, 13th IFAC World Congress, New York, EUA, pp. 349–354.
- Heuberger, P., den Hof, P. V. and Wahlberg, B. (2005). *Modeling and Identification with Rational Orthonormal Basis Functions*, Springer-Verlag London Limited, USA.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*, Prentice Hall, New York, USA.
- Ljung, L. (2002). Identification for control - simple process models, 41th IEEE Conference on Decision and Control, Newcastle, Australia, pp. 4652–4657.
- Malmquist, F. (1925). Sur la détermination d'une classe de fonctions analytiques par leurs valeurs dans un ensemble donné de points, *Comptes Rendus du Sixième Congrès des mathématiciens scandinaves* pp. 253–259.
- Pintelon, R. and Schoukens, J. (2001). *System Identification - A Frequency Domain Approach*, IEEE Press, New York, USA.
- Ramakrishnan, V. and Chidambaram, M. (2003). Estimation of a soptd transfer function model using a single asymmetrical relay feedback test, *Computers and Chemical Engineering* **27**: 1779–1784.
- Santos, J. B. M. and Barros, P. R. (2012). Preliminary process information and its use in obftd model estimation, 16th IFAC Symposium on System Identification, Bruxelas, Bélgica, pp. 1808–1813.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning, *Journal of Process Control* **13**: 291–309.
- Takenaka, S. (1925). On the orthogonal functions and a new formula of interpolation, *Japanese Journal of Mathematics* **2**: 129–145.
- Tufa, L., Ramasamy, M. and Shuhaimi, M. (2011). Improved method for development of parsimonious orthonormal basis filter models, *Journal of Process Control* **21**: 36–45.