# ALGORITMO FUZZY DE PREDIÇÃO DE TRÁFEGO DE REDES DE DADOS COM TREINAMENTO BASEADO EM FILTRO DE WIENER COM FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO DE UM MODELO MULTIFRACTAL

ALISSON A. CARDOSO\*, FLÁVIO H. T. VIERA\*

\*Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação(EMC) Universidade Federal de Goiás Goiânia, Goiás, Brasil

#### Emails: alsnac@gmail.com, flavio@eeec.ufg.br

**Abstract**— In this paper we propose a fuzzy model whose weights are updated according to information from multifractal traffic modeling. These weights are calculated by incorporating an analytical expression for the autocorrelation function of a multifractal model in the training algorithm of the fuzzy model that is based on the Wiener-Hopf filter. We evaluate the prediction performance of the proposed network traffic prediction algorithm with respect to other predictors. Further, we propose a bandwidth allocation scheme for network traffic based on the fuzzy prediction algorithm. Through simulations, we show that this bandwidth allocation scheme is benefited from the superior performance of the proposed fuzzy model prediction. Comparisons with other bandwidth allocation schemes in terms of byte loss rate, link utilization, buffer occupancy and average queue size verifies the efficiency of the proposed scheme.

**Keywords**— Series Prediction, Multifractal Processes, Fuzzy Model, Bandwidth Allocation, Network Traffic Prediction.

**Resumo**— Neste artigo propomos um modelo *fuzzy* cujos pesos são calculados através de informações provindas da análise multifractal de séries temporais. Esses pesos são encontrados incorporando uma expressão analítica para a função de autocorrelação de um modelo multifractal no algoritmo de treinamento do modelo fuzzy que tem como base o filtro *Wiener-Hopf.* Avaliamos então o desempenho de predição de tráfego de redes do modelo proposto adaptativo com relação a outros preditores. Em seguida, propomos um esquema de alocação de banda para tráfego de redes baseado no algoritmo de predição *fuzzy*. Através de simulações mostramos que este esquema de alocação de banda se favorece do desempenho superior de predição do modelo *fuzzy* proposto. Comparações com outros esquemas de alocação de banda em termos de taxa de perda de *bytes*, utilização do enlace, ocupação do *buffer* e tamanho médio da fila comprovam a eficiência do algoritmo no esquema utilizado.

**Palavras-chave** Predição de Séries, Processos Multifractais, Modelo *Fuzzy*, Alocação de Banda, Predição de Tráfego de Redes.

### 1 Introdução

A modelagem fuzzy tem sido bastante empregada em vários campos de pesquisa desde que a teoria fuzzy foi inicialmente desenvolvida (Ross, 2009). A razão para estas pesquisas é que os modelos fuzzy possuem certas vantagens com relação a determinados sistemas sobre modelos lineares, como por exemplo, na descrição de processos reais desconhecidos, com características nãolineares e variantes no tempo, como o tráfego de redes (Wang et al., 2006).

Na busca de uma descrição mais completa do tráfego de redes, modelos multifractais tem sido empregados (Yu et al., 2013)(Rongcai and Shuo, 2010). A modelagem multifractal generaliza os conceitos envolvidos com processos monofractais. Processo multifractais apresentam além de dependência de longo prazo, diferentes leis de escala, sendo dessa forma mais abrangentes. A dependência de longo prazo, presente nas séries de tráfego e que tem importante impacto no desempenho das redes (Jusak and Harris, 2011), pode ser constatada pelo decaimento lento da função de autocorrelação dessas séries temporais. Assim, obtemos uma equação para a função de autocorrelação para tráfego multifractal.

Neste trabalho, apresentamos um algoritmo adaptativo para atualizar os parâmetros do preditor LMS Fuzzy levando em consideração características multifractais do tráfego de rede. O algoritmo proposto tem como base estimar os parâmetros para o preditor LMS Fuzzy encontrando os pesos ótimos da equação de Wiener-Hopf utilizando a função de autocorrelação de um modelo multifractal. O artigo está organizado da seguinte forma: Na seção 2 introduzimos alguns conceitos de análise multifractal, enquanto na seção 3 obtemos a função de autocorrelação de um processo multifractal. Na seção 4 introduzimos o preditor linear discreto fazendo conexão com a equação de autocorrelação. Em seguida na seção 5 apresentamos o filtro adaptativo LMS Fuzzy abordando a proposta de integração com as seções anteriores. Na seção 6 comparamos o preditor proposto em termos de erro médio quadrático, com outros existentes na literatura. Na seção 7 aplicamos as predições realizadas anteriormente em um esquema de alocação de banda mostrando os resultados. Por fim, na seção 8, apresentamos as conclusões obtidas.

#### 2 Análise Multifractal

A descrição do comportamento local de medidas e funções em uma forma geométrica e estatística é de interesse da análise multifractal (Park and Willinger, 2000). Na análise multifractal verifica-se o comportamento em escala de momentos estatísticos dos processos para estimar suas regularidades locais (Feldmann et al., 1998)(Riedi et al., 1998). Através de ferramentas da análise multifractal algumas propriedades encontradas em processos reais podem ser verificadas. O tráfego de redes, por exemplo, ao ser considerado multifractal significa que possui uma estrutura de forte dependência inerente entre as amostras, com incidência de rajadas em várias escalas (Riedi et al., 1998) (Park and Willinger, 2000). Estas características podem degradar o desempenho de rede em relação a fluxos de tráfego Gaussianos e de curta-dependência.

Considerando o modelo multifractal descrito em Dang et al. (2002) representado pela multiplicação de uma variável aleatória Y por uma cascata multiplicativa multifractal, podemos descrever o processo de tráfego por 3 parâmetros ( $\alpha, \rho, \gamma$ ), apresentando média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  dadas respectivamente por:

 $\mu = e^{\rho + \gamma^2/2}$ 

e

$$\sigma^2 = e^{2\rho + 2\gamma^2} \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha + 1/2}\right)^N - e^{2\rho + \gamma^2} \qquad (2)$$

(1)

(Dang et al., 2003) mostra que os parâmetros  $\alpha$ ,  $\sigma \in \rho$  para um processo multifractal podem ser atualizados adaptativamente.

## 3 Função de Autocorrelação para Processos Multifractais

Pode-se constatar pela função de autocorrelação de um processo, a presença ou não de dependência de longo prazo entre as amostras (decaimento lento da função de autocorrelação). Além disso, a função de autocorrelação reflete a estatística de segunda ordem de uma série temporal. A partir das propriedades da modelagem multifractal apresentada na seção anterior podemos obter a função de autocorrelação de um processo multifractal de forma analítica.

**Teorema 1**: Seja o processo multifractal X(n) discreto no tempo com parâmetros  $\alpha$ ,  $\rho \in \gamma$ . A função de autocorrelação deste processo para os instantes de tempo  $n \in k$ , é dada pela seguinte equação (Vieira and Ling, 2006):

$$E[X(n), X(n+k)] = e^{2\rho + \sigma^2} \left( \frac{\alpha(\alpha+1)^{N-1}}{(\alpha+1/2)^N} k^{-\log_2\left(\frac{\alpha+1}{\alpha+1/2}\right)} \right) \quad (3)$$

onde  $N = log_2(N_a)$  e  $N_a$  é quantidade de amostras do processo.

### 4 Predição Linear com Filtro de Wiener

A predição da taxa futura dos fluxos de tráfego quando devidamente aplicada a mecanismos de controle, pode vir a proporcionar ganhos de desempenho e consequente melhora de eficiência na utilização dos recursos da rede.

Tendo como sinal desejado o valor futuro do sinal, a predição consiste em um caso particular de filtragem, sendo o filtro projetado para tal fim denominado filtro preditor. Ótimo no sentido do mínimo erro quadrático médio, o filtro de *Wiener* minimiza o valor quadrático médio do sinal de erro, definido como a diferença entre o sinal de saída do filtro e o sinal desejado.

O projeto de um preditor linear discreto consiste em encontrar a relação da amostra futura  $x(n + \Delta - 1)$  com as amostras passadas  $x(n - 1), x(n - 1), \ldots, x(n - M)$  para que seja minimizado o erro quadrático médio de predição, onde M é o número de amostras do filtro e  $\Delta$  é o número de passos futuros. A equação que descreve a relação entrada-saída é dada por:

$$\hat{x}(n+\Delta-1) = \sum_{k=1}^{M} h_0(k) x(n-k)$$
 (4)

onde  $h_0(k)$  é o vetor de coeficientes ótimos do filtro, x(n-k) é a amostra k-passos anteriores.

O vetor de coeficientes ótimos do filtro em tempo discreto é obtido através da solução da equação de *Wiener-Hopf* (Haykin, 1989), sendo dada por:

$$\sum_{k=1}^{M} h_0(m) r_x(k-m) = r_{dx}(k)$$
 (5)

onde  $r_x(k-m)$  é correlação entre os valores nas entradas do filtro, descrita como:

$$r_x = (k - m) = E[x(n - m)x(n - k)]$$
  
k, m = 1, 2, 3, ..., M (6)

e  $r_{dx}(k)$  é a correlação cruzada entre as respostas desejada  $x(n + \Delta - 1)$  e as entradas do filtro, descrita como:

$$r_x(k) = E[x(n + \Delta - 1)x(n - k)]$$
  
k = 1, 2, 3, ..., M (7)

#### 5 Preditor LMS Fuzzy

Considere o vetor de entrada [x(k)] com  $x(k) \in U \equiv [C_1^-, C_1^+] \times [C_2^-, C_2^+] \dots [C_n^-, C_n^+] \subset \mathbb{R}^n$  onde U representa o espaço das amostras de entrada do filtro e R o espaço do vetor de saída [d(k)], sendo k = 0, 1, 2, ... o instante de tempo.

O problema se torna encontrar um filtro adaptativo  $f_k: U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  tal que a seguinte equação:

$$L = E[(d(k) - f_k(x(k)))^2]$$
(8)

seja minimizada.

O projeto do filtro adaptativo LMS Fuzzy descrito por Wang and Mendel (1993), segue os seguintes passos:

 Passo 1: Defina M conjuntos fuzzy F<sup>l</sup><sub>i</sub> para cada intervalo [C<sup>-</sup><sub>i</sub>, C<sup>+</sup><sub>i</sub>] do espaço de entrada U, com sua função de pertinência sendo:

$$\mu_{F_i^l} = exp[-\frac{1}{2}(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l})^2]$$
(9)

• **Passo 2:** Construa um conjunto de regra SE-ENTÃO da seguinte forma:

$$R^{l} = \begin{cases} \text{Se } x \notin F_{1}^{l} \text{ e... e } x_{n} \notin F_{n}^{l} \\ \text{Então } d \notin G^{l} \end{cases}$$
(10)

onde  $x = (x_1, \ldots, x_n)^T \in U, d \in R \in F^l$  definida no passo 1, com sua função de pertinência  $\mu_{F_i^l}$ .

• **Passo 3:** Construa o filtro adaptativo, que é equivalente a expansão do *fuzzy basis function* (FBF) (Wang and Mendel, 1993), representado pela equação:

$$f_k(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \theta^l(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}$$
(11)

• Passo 4: Utilizando o algoritmo definido em Kuo et al. (2013), atualize os parâmetros  $\theta^l$ ,  $\bar{x}_i^l \in \sigma_i^l$ .

### 5.1 Algoritmo de Atualização dos Parâmetros do Modelo Fuzzy

Inicialize os parâmetros  $\theta^l(0)$ ,  $\bar{x}_i^l(0) \in \sigma_i^l(0)$ aleatoriamente e realize as seguintes iterações:

$$\theta^{l}(k) = \theta^{l}(k-1) + \alpha[d(k) - f_{k}] \frac{a^{l}(k-1)}{b(k-1)} \quad (12)$$

$$\bar{x}_{i}^{l}(k) = \bar{x}_{i}^{l}(k-1) + \alpha[d(k) - f_{k}] \frac{\theta^{l}(k-1) - f_{k}}{b(k-1)} a^{l}(k-1) \frac{x_{i}(k) - \bar{x}_{i}^{l}(k-1)}{(\sigma_{i}^{l}(k-1))^{2}}$$
(13)

$$\sigma_i^l(k) = \sigma_i^l(k-1) + \alpha [d(k) - f_k] \frac{\theta^l(k-1) - f_k}{b(k-1)} a^l(k-1) \frac{(x_i(k) - \bar{x}_i^l(k-1))^2}{(\sigma_i^l(k-1))^3}$$
(14)

onde

$$a^{l}(k-1) = \prod_{i=1}^{n} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{i}(k) - \bar{x}_{i}^{l}(k-1)}{\sigma_{i}^{l}(k-1)}\right)^{2}\right]$$
(15)

е

$$b(k-1) = \sum_{l=1}^{M} a^{l}(k-1)$$
(16)

para  $l = 1, 2, ..., M, i = 1, 2, ..., n \in \alpha$  uma constante positiva pequena.

## 5.2 Preditor Fuzzy Wiener com Autocorrelação de Modelo Multifractal

Souza et al. (2012) mostra que ao utilizarmos a equação (3) do modelo multifractal para atualizar as equações (6) e (7), podemos melhorar a precisão na predição de tráfegos de rede obtendo um erro médio quadrático menor.

Neste artigo propomos utilizar as estimativas de pesos ótimos do preditor linear discreto (utilizando a equação do modelo multifractal) para atualizar o parâmetro  $\theta$  no lugar da equação (12), adicionando o modelo *fuzzy* antes não empregado em Souza et al. (2012). Assim, espera-se que o algoritmo LMS Fuzzy incorpore a informação da função de autocorrelação do modelo que descreve a série a ser predita.

### 6 Avaliação do Desempenho do Preditor Proposto

Na presente seção são realizadas avaliações comparativas entre o desempenho do preditor proposto e o desempenho de outros três diferentes preditores, quando aplicados à séries de tráfego TCP/IP(*Transmission Control Protocol / Internet Protocol*) obtidos da Digital Equipment Corporation(DEC)<sup>1</sup> e da Lawrence Berkeley Laboratory(LBL)<sup>2</sup>.

Os outros preditores levados em consideração foram: o LMS (*Least Mean Square*) (Kuo et al., 2013), o RLS Fuzzy (Wang and Mendel, 1993) e o LMS Fuzzy (Wang and Mendel, 1993) apresentado na seção 5. Utilizamos a mais comumente usada medida de desempenho de predição: o erro quadrático médio (EQM). O preditor proposto foi avaliado utilizando-se duas medidas relativas de erro. Conhecidos como erros quadráticos médios normalizados (EQMN), a primeira medida consiste em normalizar o EQM em relação variância da série predita, enquanto a segunda medida consiste em normalizar o EQM em relação ao erro quadrático médio do preditor ótimo para o processo passeio aleatório (random walk). As definições dos EQMN's são dadas a seguir.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/DEC-PKT.html <sup>2</sup>http://ita.ee.lbl.gov/html/contrib/LBL-PKT.html

**Definição 2**: Seja  $\sigma_x^2$  a variância do processo X, dada por  $\sigma_x^2 = E[(\mu - x)^2]$  onde  $\mu$  é a média do processo, defini-se o erro quadrático médio normalizado do tipo 1 como:

$$EQMN1 = \frac{EQM}{\sigma_x^2} = \frac{E[(\hat{x} - x)^2]}{E[(\mu - x)^2]}$$
(17)

**Definição 3**: Seja  $\hat{x}_{pa}$  o valor predito da amostra do processo X, cujo valor é o mesmo da amostra imediatamente anterior do processo. Defini-se o erro quadrático médio normalizado do tipo 2 como:

$$EQMN2 = \frac{EQM}{\sigma_x^2} = \frac{E[(\hat{x} - x)^2]}{E[(\hat{x}_{pa} - x)^2]}$$
(18)

Tabela 1: Erros de predição para a série de tráfego DEC-PKT-2 agregada em 100ms

	EQM	EQMN1	EQMN2
Proposto	0.0084	0.3393	0.2452
Fuzzy RLS	0.0109	0.4430	0.3202
Fuzzy LMS	0.0110	0.4489	0.3245
LMS	0.0178	0.7218	0.5218

Tabela 2: Erros de predição para a série de tráfego LBL-PKT-4 agregada em 100ms

	EQM	EQMN1	EQMN2
Proposto	0.0042	0.1752	0.1406
Fuzzy RLS	0.0169	0.7001	0.5612
Fuzzy LMS	0.0103	0.4270	0.3423
LMS	0.0216	0.8978	0.7197



Figura 1: Erro Quadrático Médio para o tráfego de rede DEC-PKT-2.

Para realizar a comparação entre os preditores analisados, encontrou-se a configuração para cada preditor de forma a minimizar os EQMN1 e 2. Ou seja, foram escolhidos adequadamente a taxa de aprendizagem, os valores iniciais para os centros,



Figura 2: Erro Quadrático Médio para o tráfego de rede LBL-PKT-4.

etc. Os resultados apresentados nas tabelas 1 e 2 mostram que o preditor adaptativo proposto supera em termos de erro de predição os algoritmos adaptativos LMS, LMS Fuzzy e RLS Fuzzy. As figuras 1 e 2 mostram a evolução do erro quadrático médio obtido pelos algoritmos utilizados para comparação. Pode-se observar um melhor resultado obtido com o algoritmo proposto em relação aos demais. Observa-se o preditor RLS Fuzzy apresenta erro quadrático médio com um decaimento muito rápido do que os demais, enquanto que o LMS mostrou um decaimento superior apenas para a série de tráfego DEC-PKT-2.

### 7 Esquema de Alocação de Banda Utilizando Predição

Seja  $A(\tau, t)$  um processo a tempo discreto correspondente ao tráfego acumulado (neste caso, número de *bytes*) no intervalo de tempo  $(\tau, t)$  e que chega ao servidor para ser transmitido. Para satisfazer um limite de retardo  $d_{req}$ , qualquer pacote (ou dados) deve ser transmitido até o instante de tempo  $t + d_{req}$ . A banda  $\varepsilon$ , ou seja, a taxa necessária portanto para atender a esse critério e para se ter perda nula de tráfego, deve obedecer a seguinte relação:

$$\varepsilon * (t - \tau + d_{req}) \ge A(\tau, t) + b_{t-1} \quad \forall \quad t \ge \tau$$
(19)

onde  $b_{t-1}$  corresponde ao número de bytesnão escoados pela rede no instante anterior. Note que a relação acima deve ser satisfeita para todo  $t \geq 0$  e $\tau \geq 0$  onde  $t \geq \tau$ . Um meio de se obter um algoritmo eficiente de estimação de banda é estimar o tráfego  $A(\tau,t)$  através de seu valor predito  $A_p(\tau,t)$ , ou seja, prever a taxa com a qual o fluxo será injetado no enlace de modo que este respeite o limite de retardo estipulado.

O seguinte procedimento para mapear o valor predito da intensidade de tráfego com a banda requerida foi utilizado: Seja  $\Delta BW$  a quantia de banda finita e C a máxima banda disponível. Determina-se o intervalo de banda  $[(k)\Delta BW, (k+1)\Delta BW](k \ge 0)$ , no qual o valor predito da taxa  $P_{t+1}$  se encontra e usa-se o valor superior do intervalo  $(k+1)\Delta BW$  ou a máxima banda disponível C no caso de  $C < (k+1)\Delta BW$ como banda requerida no instante t + 1. Ou seja, a banda  $BW_{t+1}$  no instante t + 1 de acordo com a equação (19) é dada por:

$$BW_{t+1} = \min\left\{\left\langle\frac{(P_{t+1} + b_t)/(t + d_{req}))}{\Delta BW}\right\rangle \Delta BW, C\right\}$$
(20)

Como a banda requerida (equação 20) é o valor superior do intervalo onde se encontra o valor da taxa predito, tem-se uma provisão de banda menos sensível às pequenas variações das predições, dentro dos intervalos de tamanho  $\Delta BW$ . Ao se aumentar o intervalo de banda, evita-se uma frequente realocação de banda, reduzindo o custo de sinalização envolvido. Portanto, o valor de  $\Delta BW$ influencia no custo de sinalização do esquema de alocação de banda.

# 8 Avaliação do Desempenho de Alocação de Banda



Figura 3: Taxa de perda na alocação de banda usando o tráfego de rede DEC-PKT-2 100ms.

O esquema de provisão de banda utilizou dos mesmo algoritmos de predição usados na seção 6: LMS, LMS Fuzzy, RLS Fuzzy e o algoritmo proposto. A série de tráfego utilizada foi DEC-PKT-2 agregada em 100ms.

Os resultados mostram que o esquema de alocação de banda utilizado, apresentou taxas de perda menores para o algoritmo proposto seguido pelo LMS Fuzzy, como pode ser observado na figura 3. Mesmo obtendo uma utilização do enlace



Figura 4: Taxa de utilização usando o tráfego de rede DEC-PKT-2 100ms.



Figura 5: Taxa de perda versus Tamanho do *buffer* em *bytes*.

menor para o algoritmo proposto, como mostra a Figura 4, a taxa de perda de bytes para o algoritmo proposto é em geral menor do que para os outros algoritmos analisados. Ainda na figura 4 observa-se que para valores de  $\Delta B$  entre 0.2 e 0.3 existe uma elevação na utilização, sendo mais acentuada para o RLS Fuzzy, enquanto que para valores superiores a 0.5 os algoritmos se mostram com os mesmos valores de utilização visualmente. Ao observarmos a figura 3 também notamos uma variação acentuada de perda para o algoritmo RLS Fuzzy entre os valores de 0.2 e 0.4, seguida pelos outros algoritmos mas de menor intensidade.

As figuras 5 e 6 também mostram que o algoritmo proposto proporcionou uma taxa de perda em relação ao tamanho do *buffer* visualmente menor. Ao observarmos o tamanho médio da fila obtemos resultados semelhantes aos anteriores, prevalecendo o modelo proposto neste trabalho. Nota-se na figura 6 o mesmo efeito obtido anteriormente mostrado nas figuras 3 e 4, ou seja, um



Figura 6: Tamanho média da fila para o tráfego de rede DEC-PKT-2 100ms.

aumento dos valores de tamanho médio da fila para  $\Delta B$  entre  $0.5 \times 10^5$  a  $1 \times 10^5$ . Observa-se que somente a partir de valores de banda acima de  $1.5 \times 10^5$  os algoritmos apresentam os valores próximos de tamanho médio da fila.

#### 9 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um modificação do modelo LMS Fuzzy onde se inclui valores da função de autocorrelação de modelo multifractal, para atualização do parâmetro  $\theta$  do modelo *fuzzy* através da equação de Wiener-Hopf. Os resultados se mostraram favoráveis em termos de predição, apresentando menores erros quadráticos médios em comparação com os algoritmos da literatura. O algoritmo de predição proposto também foi empregado em um esquema de provisão de banda, o qual também se mostrou favorável em relação aos outros preditores, apresentando tanto taxa de perda, tamanho médio da fila e utilização menores.

Como trabalho futuro, aplicaremos o algoritmo de predição em outros esquemas de alocação de banda mais complexos.

### Referências

- Dang, T. D., Molnar, S. and Maricza, I. (2002). Capturing the Complete Multifractal Characteristics of Network Traffic, In Proc., GLOBECOM 2002.
- Dang, T. D., Molnar, S. and Maricza, I. (2003). Queuing performance estimation for general multifractal traffic, *Int. J. Commun. Syst.* 16(2): 117–136.
- Feldmann, A., Gilbert, A. C. and Willinger, W. (1998). Data networks as cascades: investigating the multifractal nature of Internet

WAN traffic, *SIGCOMM Comput. Commun. Rev.* **28**(4): 42–55.

- Haykin, S. S. (1989). *Modern filters*, Macmillan New York.
- Jusak, J. and Harris, R. (2011). Study of UDPbased Internet traffic: Long-range dependence characteristics, Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference (ATNAC), 2011, pp. 1–7.
- Kuo, S. M., Lee, B. H. and Tian, W. (2013). Real-Time Digital Signal Processing: Fundamentals, Implementations and Applications, John Wiley & Sons.
- Park, K. and Willinger, W. (2000). Self-similar Network Traffic and Performance Evaluation, John Wiley and Sons, New York.
- Riedi, R. H., Crouse, M. S., Ribeiro, V. J. and Baraniuk, R. G. (1998). A Multifractal Wavelet Model with Application to Network Traffic, *IEEE TRANSACTIONS ON INFOR-MATION THEORY* **45**: 992–1018.
- Rongcai, Z. and Shuo, Z. (2010). Network traffic generation: A combination of stochastic and self-similar, Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on, Vol. 2, pp. 171–175.
- Ross, T. J. (2009). Fuzzy logic with engineering applications, John Wiley & Sons.
- Souza, B. V. L., Viera, F. H. T. and Cardoso, A. A. (2012). Algoritmo de predição de tráfego de rede baseado na função utocorrelação de um modelo multifractal, Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, Campina Grande, PB, pp. 603–608.
- Vieira, F. H. T. and Ling, L. L. (2006). Modelagem fuzzy utilizando funções de base ortonormais aplicada à predição adaptativa de tráfego de redes, *Learning and Nonlinear Models. Rev. Socied. Brasileira de Redes Neurais* (SBRN) 4(2): 93–11.
- Wang, L.-X. and Mendel, J. (1993). Fuzzy adaptive filters, with application to nonlinear channel equalization, *Fuzzy Systems*, *IEEE Transactions on* 1(3): 161–170.
- Wang, Z.-x., Sun, Y.-g., Zhang, Q., Qin, J., Sun, X.-w. and Shen, H.-y. (2006). Research on fuzzy neural network algorithms for nonlinear network traffic predicting, *Optoelectro*nics Letters, pp. 373–375.
- Yu, Y., Song, M., Fu, Y. and Song, J. (2013). Traffic prediction in 3g mobile networks based on multifractal exploration, *Tsinghua Sci*ence and Technology 18(4): 398–405.