

# COMPENSADOR DE ATRASO MODIFICADO PARA SISTEMAS NÃO-LINEARES COM TEMPO MORTO

FELIPE THOMÉ\*, TITO L. M. SANTOS†, JULIO E. NORMEY-RICO\*

*\*Universidade Federal de Santa Catarina  
R. Aristides Novis, CEP 88040-900  
Florianópolis, Santa Catarina, Brasil*

*†Universidade Federal da Bahia  
R. Aristides Novis, N.02, Federação  
Salvador, Bahia, Brasil*

Emails: thomefel@gmail.com, tlsantos@ufba.br, julio@das.ufsc.br

**Abstract**— This paper analyzes the effect of dead-time compensation in the robustness of nonlinear model predictive control. In particular a enhanced dead-time compensation scheme is used in a practical nonlinear model predictive control in such a way that robustness is increased. The analysis consider both model uncertainties and constant steady-state disturbances as well as constraints in the optimization procedure. A solar plant simulation case study is used to illustrate the proposed strategy and to compare it to classical model predictive approaches.

**Keywords**— dead-time compensators, non-linear predictive control, dead-time systems, robustness, nonlinear systems

**Resumo**— Este artigo analisa o efeito da compensação de tempo morto na robustez do controle preditivo baseado em modelo não-linear. Em particular, uma versão modificada e melhorada de compensação de tempo morto é usada conjuntamente com um controle preditivo não-linear prático de tal forma que a sua robustez é aumentada. A análise considera tanto as incertezas do modelo como perturbações constantes, bem como restrições no processo de otimização. Um estudo de caso por simulação de uma planta solar é utilizado para ilustrar a estratégia proposta e compará-la com abordagens clássicas de controle preditivo.

**Keywords**— preditores, controle preditivo não linear, sistemas com atraso, robustez, sistemas não-lineares

## 1 Introdução

O atraso ou tempo morto de um processo pode ser definido como o tempo entre o instante em que se aplica uma mudança na variável manipulada e o instante onde a variável de processo começa a se modificar por causa da referida manipulação (Normey-Rico and Camacho, 2007). Muitos sistemas reais apresentam este tipo de comportamento, tanto na indústria (caldeiras, colunas de destilação, etc.) como em outros setores (filas em tráfego urbano, controle de armazenagem, etc.). O atraso pode ser causado por diversos fatores, como por exemplo pelo tempo necessário para transportar massa, energia ou informação, pelo tempo gasto num sensor ou para calcular a lei de controle. Também o atraso pode ser o resultado aparente da resposta de uma série de sistemas simples conectados em série (Palmor, 1996). Controlar sistemas com tempo morto apresenta dificuldades porque o atraso insere uma fase negativa muito grande na resposta em frequência do processo. Estruturas de compensação de tempo morto pode ser utilizadas para melhorar o desempenho de sistemas de controle de processos com atraso (Normey-Rico and Camacho, 2007). Nestas estruturas, que tem por base o preditor de Smith, proposto em 1957 como a primeira estratégia de compensação de tempo morto da literatura, se prevê o comportamento de saída da planta para definir a ação de controle no instante atual (Smith, 1957). Assim, no caso

ideal, sem qualquer tipo de incerteza, a relação entre a ação de controle atual e a saída predita pode ser calculada sem considerar o atraso. Já no caso real, o ajuste do controle primário desta estrutura deve considerar os erros de modelagem para atingir um controle robusto (Normey-Rico and Camacho, 2008). O Preditor de Smith tem duas propriedades fundamentais. A primeira é que o atraso é eliminado de todas as funções de transferência de malha fechada do sistema e a segunda é que as margens de robustez não dependem do tempo morto nominal (Palmor, 1996).

Os preditores também estão presentes nos algoritmos de controle preditivo (do inglês Model Predictive Control - MPC), de fato, uma das propriedades principais destes algoritmos é a possibilidade de compensar intrinsecamente o tempo morto do processo (Camacho and Bordons, 2004). Porém, nem todas as estruturas de predição usadas nos controladores MPC mantém a segunda propriedade do preditor de Smith. Por exemplo, pode ser demonstrado que as margens de estabilidade do Controle Preditivo Generalizado (do inglês Controle Preditivo Generalizado - GPC) são dependentes do atraso nominal (Normey-Rico and Camacho, 2007). Esta característica está relacionada ao modelo de predição usado, mais especificamente ao modelo da perturbação. Desta forma, mostra-se que os mesmos erros de modelagem relativos podem ter um efeito muito mais

prejudicial para grandes atrasos nominais do que para pequenos atrasos nominais. Por outro lado é fundamental em todo controlador que as perturbações constantes sejam rejeitadas em regime permanente, e para isso a saída predita deve convergir para o valor real mesmo quando o sistema está sujeito a perturbações constantes, o que se consegue incluindo um modelo destas perturbações no preditor. Existem diversas maneiras de se fazer isto, seja de forma direta e explícita como no GPC ou de maneira indireta, através do uso de observadores (González et al., 2008; Muske and Badgwell, 2002; Pannocchia and Rawlings, 2003; Pannocchia and Bemporad, 2007; Maeder et al., 2009). Todos estes trabalhos tratam apenas do caso com modelos lineares.

Neste trabalho, se realiza uma extensão das ideias utilizadas na modificação da predição linear de sistemas com atraso para o caso de sistemas não lineares. Assim, se propõe uma nova estratégia para calcular o erro de predição em sistemas não lineares quando se utiliza controle preditivo não linear, que permite melhorar a robustez quando se controlam processos com tempo morto. Um estudo de caso que considera o controle de temperatura de uma planta solar é utilizado para ilustrar a importância desta proposta.

O trabalho está organizado da seguinte forma: a descrição do modelo não-linear é apresentada na Seção II, o efeito de compensação de tempo morto é analisado na Seção III, as simulações são mostradas na seção IV e as considerações finais são apresentados na Seção V.

## 2 Descrição do modelo

Neste trabalho considera-se um modelo de sistema não-linear com atraso e estados mensuráveis dado como segue:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_{k-d}) + w_k \quad (1)$$

sendo  $x_k$  o vetor de estados no instante  $k$ ,  $u_k$  o sinal de controle,  $w_k$  uma perturbação aditiva e  $d$  representa o atraso de tempo discreto. Assume-se que o sistema é sujeito a restrições nos estados e na entrada  $x_k \in X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $u_k \in U \subset \mathbb{R}^m$  e que o mesmo é localmente Lipschitz contínuo (Khalil, 2001). Em outras palavras, existe uma constante de Lipschitz,  $0 < L_f < \infty$ , tal que a relação a seguir é válida

$$|f(x_a, u) - f(x_b, u)|_s \leq L_f |x_a - x_b|_s \quad (2)$$

para  $x_a \in X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $x_b \in X \subset \mathbb{R}^n$  e  $u \in U \subset \mathbb{R}^m$ , sendo  $|x|_s$  uma norma induzida de vetor.

Cabe ressaltar, a partir da Eq. (3), que  $w_k$  pode representar qualquer tipo de incerteza na predição de um passo, incluindo ruído, perturbações constantes ou erro de modelagem. Este

tipo de caracterização é útil, pois  $w_k$  é uma incerteza não-mensurável no instante  $k$ , mas o valor de  $w_{k-1}$  pode ser determinado em  $k$  como segue:

$$w_{k-1} = x_k - f(x_{k-1}, u_{k-d-1}). \quad (3)$$

Assim, o efeito das incertezas não-mensuráveis são facilmente calculadas *a posteriori*. O principal objetivo deste trabalho está no estudo do efeito das incertezas, representadas por  $w_k$ , em função da utilização de estratégias de compensação de atraso distintas. Para tanto, o modelo para compensação de atraso será detalhado na sequência.

### 2.1 Modelo para compensação de atraso

Na medida em que há um atraso  $d$  entre uma determinada ação de controle,  $u_{k-d}$ , e o seu efeito sobre os estados,  $x_k$ , pode-se tentar prever o efeito das ações de controle já conhecidas  $u_{k-d+1}, \dots, u_{k-1}$  sobre o estado futuro  $x_{k+d}$ . Assim, considerando a Eq. (1)  $d$  passos adiante, obtém-se a seguinte representação:

$$x_{k+d+1} = f(x_{k+d}, u_k) + w_{k+d}. \quad (4)$$

Uma vez que  $x_{k+d}$  não é conhecido no instante  $k$ , pode-se realizar uma predição baseada nas informações disponíveis neste instante, representada por  $x_{k+d|k}$ . Este tipo de predição tem por objetivo representar o sistema através de um modelo sem atraso, conforme indicado na sequência:

$$x_{k+d+1|k+1} = f(x_{k+d|k}, u_k) + \tilde{w}_k \quad (5)$$

sendo  $\tilde{w}_k \neq w_{k+d}$ , pois  $x_{k+d|k} \neq x_{k+d}$  e  $x_{k+d+1|k} \neq x_{k+d+1}$ . Por fim, como  $x_{k+d|k}$  é definido no instante  $k$  e  $x_{k+d+1|k+1}$  é definido no instante  $k+1$ , pode-se utilizar uma notação simplificada dada por  $x_{j+d|j} = \tilde{x}_j$  com

$$\tilde{x}_{k+1} = f(\tilde{x}_k, u_k) + \tilde{w}_k. \quad (6)$$

Esta representação é particularmente importante para analisar o efeito da estratégia de compensação de atraso sobre as incertezas do modelo predito através do estudo do pior caso de  $|\tilde{w}_k|_s$ . A ideia da compensação de atraso consiste em utilizar o modelo sem atraso da Eq. (6) para controlar o sistema com atraso representado pela Eq. (1). Deve-se observar que estratégias de compensação de atraso distintas induzirão a predições diferenciadas, o que se manifesta no valor de  $\tilde{w}_k$ . Assim, esta incerteza pode ser utilizada como parâmetro de análise do comportamento robusto das estratégias de compensação de atraso. Este tipo de estudo é amplo, pois a análise de robustez independe do controlador primário, que é aquele projetado para o modelo sem atraso.

### 3 Resultado principal

Em grande parte das estratégias de controle utilizadas na prática, a estrutura de predição é implementada de maneira a rejeitar perturbações do tipo degrau. Para tanto, a predição deve convergir para o valor real,  $x_{k+d|k} \rightarrow x_{k+d}$ , na presença de perturbações contantes,  $w_k \rightarrow w_{ss}$ . Portanto faz-se necessário utilizar um modelo integrador, considerando o modelo de perturbação de forma implícita, ou estimar o valor de  $w_{ss}$  e incluí-lo diretamente na predição, considerando o modelo de perturbação constante de forma explícita. Como  $w_{k-1}$  é conhecido no instante  $k$ , a estimativa  $w_{ss}$  pode ser obtida de forma direta, atenuando as variações deste sinal por meio de um filtro passa-baixas de ganho unitário. Por simplicidade de implementação, pode-se utilizar um filtro de primeira ordem (Limon et al., 2010) conforme apresentado a seguir:

$$\xi_k = \alpha \xi_{k-1} + (1 - \alpha) w_{k-1}.$$

Neste caso, as predições com a estimativa de perturbação constante são realizadas de forma recursiva como segue <sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} x_{k+1|k} &= f(x_k, u_{k-d}) + \xi_k \\ x_{k+2|k} &= f(x_{k+1|k}, u_{k-d+1}) + \xi_k \\ &\vdots \\ x_{k+d|k} &= f(x_{k+d-1|k}, u_{k-1}) + \xi_k \end{aligned}$$

Portanto, pode-se verificar de maneira recursiva que para  $\xi_k = w_k = w_{ss}$ , então  $x_{k+d|k} = x_{k+d}$ , atendendo ao requisito de predição correta na presença de perturbações constantes. No entanto, é importante enfatizar que  $w_k$  é influenciado por fatores como erros de modelagem. Assim, em geral,  $w_k$  tende a um valor constante apenas em regime permanente, o que justifica a utilização de um filtro passa-baixas.

#### 3.1 Estudo sobre a incerteza aditiva

Considerando-se as Eqs. (5) e (6), utilizando a desigualdade triangular e a Eq. (2), chega-se à seguinte desigualdade:

$$\begin{aligned} |\tilde{w}_k|_s &= |x_{k+d+1|k+1} - f(x_{k+d|k}, u_k)|_s \\ &= |f(x_{k+d|k+1}, u_k) + \xi_{k+1} - f(x_{k+d|k}, u_k)|_s \\ &\leq |f(x_{k+d|k+1}, u_k) - f(x_{k+d|k}, u_k)|_s \\ &\quad + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq L_f |x_{k+d|k+1} - x_{k+d|k}|_s + |\xi_{k+1}|_s \end{aligned} \quad (7)$$

<sup>1</sup>Notar que esta abordagem é similar ao modelo de perturbações do algoritmo DMC (do inglês Dynamic Matrix Control

Realizando o mesmo procedimento a partir da Eq. (7), verifica-se a relação a seguir

$$\begin{aligned} |\tilde{w}_k|_s &\leq L_f |f(x_{k+d-1|k+1}, u_{k-1}) - f(x_{k+d-1|k}, u_{k-1})|_s \\ &\quad + L_f |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq L_f^2 |x_{k+d-1|k+1} - x_{k+d-1|k}|_s \\ &\quad + L_f |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq L_f^2 |f(x_{k+d-2|k+1}, u_{k-2}) - f(x_{k+d-2|k}, u_{k-2})|_s \\ &\quad + \sum_{j=1}^2 L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq L_f^3 |x_{k+d-2|k+1} - x_{k+d-2|k}|_s \\ &\quad + \sum_{j=1}^2 L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \end{aligned} \quad (8)$$

Repetindo os passos recursivamente a partir de (8), obtém-se um limitante para  $\tilde{w}_k$  dado por:

$$\begin{aligned} |\tilde{w}_k|_s &\leq L_f^d |x_{k+1|k+1} - x_{k+1|k}|_s \\ &\quad + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &= L_f^d |x_{k+1} - f(x_k, u_{k-d}) - \xi_k|_s \\ &\quad + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &= L_f^d |w_k - \xi_k|_s + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s \\ &\quad + |\xi_{k+1}|_s \end{aligned} \quad (9)$$

Assim, observa-se que quanto maior o atraso, maior o efeito do termo  $|\xi_{k+1} - \xi_k|_s$  no pior caso de  $\tilde{w}_k$ . Este efeito é indesejável, pois o comportamento robusto é afetado de maneira significativa pelo tamanho do atraso nominal. Este tipo de comportamento também está presente em determinadas estratégias de compensação de atraso de sistemas lineares, a exemplo do compensador implícito do (GPC) (Normey-Rico and Camacho, 2007). Assim, verifica-se que este fenômeno também aparece em sistemas não-lineares. Para minimizar este efeito indesejável, a exemplo do que acontece com o preditor de Smith, será proposto um esquema de predição modificado.

#### 3.2 Preditor modificado

Na medida em que o principal objetivo da utilização de  $\xi_k$  é a eliminação do erro de predição na presença de perturbação constante, é possível utilizar não só  $\xi_k$ , mas também os valores de  $\xi_{k-d+1}, \dots, \xi_{k-1}$ . Este resultado é válido, pois se  $\xi_k \rightarrow w_{ss}$ , então  $\xi_{k-i} \rightarrow w_{ss}$ ,  $i = 1, \dots, d-1$ . Desta maneira, pretende-se eliminar o efeito cumulativo dos termos  $|\xi_{k+1} - \xi_k|_s$  sobre  $|\tilde{w}_k|_s$ . Para tanto, o novo esquema de predição não-linear passa a ser descrito

pela seguinte recursão:

$$\begin{aligned} x_{k+1|k} &= f(x_k, u_{k-d}) + \xi_{k-d+1} \\ x_{k+2|k} &= f(x_{k+1|k}, u_{k-d+1}) + \xi_{k-d+2} \\ &\vdots \\ x_{k+d|k} &= f(x_{k+d-1|k}, u_{k-1}) + \xi_k \end{aligned}$$

Sendo que, assim como no caso anterior, para  $\xi_k = \dots = \xi_{k-d} = w_k = w_{ss}$ , então  $x_{k+d|k} = x_{k+d}$ . O mesmo é válido para a Eq. (7) que permanece inalterada. No entanto, para o preditor em questão, a diferença  $x_{k+d|k+1} - x_{k+d|k}$  é dada por:

$$\begin{aligned} x_{k+d|k+1} - x_{k+d|k} &= f(x_{k+d-1|k+1}, u_{k-1}) + \xi_k \\ &\quad - f(x_{k+d-1|k}, u_{k-1}) - \xi_k \\ &\leq L_f |x_{k+d-1|k+1} - x_{k+d-1|k}|_s \end{aligned}$$

Desta maneira, repetindo-se os passos anteriores, obtém-se um novo limitante para  $\tilde{w}_k$  dado por:

$$\begin{aligned} |\tilde{w}_k|_s &\leq L_f |x_{k+d|k+1} - x_{k+d|k}|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq L_f^2 |x_{k+d-1|k+1} - x_{k+d-1|k}|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &\leq \vdots \\ &\leq L_f^d |x_{k+1|k+1} - x_{k+1|k}|_s + |\xi_{k+1}|_s \\ &= L_f^d |x_{k+1} - f(x_k, u_{k-d}) - \xi_{k-d+1}|_s \\ &\quad + |\xi_{k+1}|_s \\ &= L_f^d |w_k - \xi_{k-d+1}|_s + |\xi_{k+1}|_s \end{aligned} \quad (10)$$

Deve-se ressaltar que  $L_f < 1$  nos sistemas não lineares que apresentam apenas pontos de equilíbrio estáveis. Portanto, assim como ocorre com o preditor de Smith, o crescimento do atraso nominal não altera o desempenho robusto de maneira significativa na medida que  $L_f^d$  assume valores menores para valores maiores de  $d$ . Por outro lado, a grande vantagem desta estratégia se comparada ao preditor de Smith, é que ela pode ser aplicada de forma direta em sistemas não-lineares com pontos de equilíbrio instáveis. Do ponto de vista de esforço computacional, o preditor modificado e o preditor convencional se equivalem, pois em ambos os casos a predição é obtida de forma iterativa, sendo necessário o mesmo número iterações.

## 4 Estudo de caso

Nesta seção será apresentado um estudo de caso do controle de temperatura na saída de um coletor solar. O modelo dinâmico do coletor e a técnica de controle propostos em (Santos et al., 2011) serão apresentados na sequência.

### 4.1 Modelo do coletor Aquasol

As seguintes variáveis serão consideradas no modelo a ser considerado:  $T_{oF}(t)$ , temperatura de

saída do coletor;  $\dot{m}_{eq}(t)$ , vazão mássica do fluido que armazena temperatura,  $I(t)$ , irradiação solar;  $T_a(t)$ , temperatura ambiente e  $T_{iF}(t)$ , temperatura de entrada do fluido. Assim como em (Santos et al., 2011), para efeito das predições, assume-se que as perturbações mensuráveis permanecem com os valores inalterados no futuro. Neste caso, o modelo é dado por:

$$\dot{x}(t) = \Phi x(t) + \Gamma x(t)u(t) - \Gamma T_{iF}(t)u(t) + \Pi p(t)$$

sendo  $\Phi = -4,9472 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Gamma = -1.0105 \cdot 10^{-3}$  e  $\Pi = [0, 4947e 0, 1436] \cdot 10^{-3}$  termos constantes, que dependem dos elementos estruturais do coletor solar,  $x(t) = T_{oF}(t + d_c)$ ,  $u(t) = \dot{m}_{eq}(t)$  e  $p(t) = [I(t) \ 2T_a(t) - T_{iF}(t)]'$ , com  $50 \geq d_c \geq 30$  representando um atraso de medição, pois no instante  $t$ , apenas a medida  $x(t - d_c) = T_{oF}(t)$  é conhecida. Deve-se observar que  $x(t)$  é a variável de processo,  $u(t)$  é a variável manipulada e  $p(t)$  é o vetor de perturbações mensuráveis. Além das variáveis apresentadas, pode-se definir um controle virtual  $v(t)$  dado por

$$v(t) \doteq (T_{oF}(t + d_c) - T_{iF}(t))\dot{m}_{eq}(t)$$

que permite discretizar o modelo utilizando uma representação linear.

O modelo em questão pode ser discretizado assumindo que o período de amostragem  $T_s$  é suficientemente pequeno (Santos et al., 2011). Desta maneira obtém-se a seguinte descrição:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bv_k + Mp_k$$

com  $A = e^{\Phi T_s}$ ,  $B = \int_0^{T_s} e^{\Phi \theta} d\theta \Gamma$  e  $M = \int_0^{T_s} e^{\Phi \theta} d\theta \Pi$ . sendo  $x_k = T_{oF}(k \cdot T_s + d \cdot T_s)$  com  $d = d_c/h$ . Na medida em que no instante atual,  $k$ , mede-se  $x_{k-d} = T_{oF}(t) = T_{oF}(kT_s)$ , é necessário calcular uma predição  $\hat{x}_k$  no instante atual. Para tanto, basta definir uma variável auxiliar  $z_k = x_{k-d}$  de maneira que  $\hat{z}(k+d) = \hat{x}_k$  dado o sistema abaixo:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= Az_k + Bv_{k-d} + Mp_{k-d} \\ &= Az_k + B[z_k - T_{iF}(k)]u_{k-d} + Mp_{k-d} \end{aligned} \quad (11)$$

A partir da Eq. (11) é possível realizar a predição não-linear conforme discutido na Seção 3. Deve-se ressaltar que os controles virtuais  $v_k$ ,  $v_{k-1}, \dots, v_{k-d+1}$  são desconhecidos no instante atual, pois os valores reais de  $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-d+1}$  não são conhecidos um dado instante  $k$  e assume-se  $T_{iF}(k)$  constante ao longo do horizonte de predição.

### 4.2 Controlador com mapeamento de restrições

Com vistas a simplificar a estrutura do controlador, utiliza-se uma controle preditivo não linear

com mapeamento de restrições (Roca et al., 2009). Em outras palavras, utiliza-se uma lei de controle virtual predita dada por:

$$\hat{v}_k = (\hat{x}_k - T_{iF}(k))u_k, \quad (12)$$

mas as restrições são impostas às variáveis manipuladas de fato. Para rejeitar perturbações constantes, incluiu-se um integrador no modelo de predição conforme discutido em (Santos et al., 2011). Assim, a variável de decisão passa a ser  $\Delta\hat{v}_k = \hat{v}_k - \hat{v}_{k-1}$  e o algoritmo de otimização do controlador MPC é dado como segue:

$$\min_{\hat{v}_k} \sum_{j=1}^N [\hat{x}_{k+j|k} - T_{ref}]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \lambda [\Delta\hat{v}_{k+j}]^2$$

s.t.

$$\begin{aligned} T_{\min} &\leq \hat{x}(k+j|k) \leq T_{\max}, \quad 1 \leq j \leq N, \\ u_{\min} &\leq u(k+j|k) \leq u_{\max}, \quad 0 \leq j \leq N_u - 1. \end{aligned}$$

Maiores detalhes do algoritmo de controle podem ser encontrados em (Santos et al., 2011).

#### 4.3 Parâmetros de simulação

As simulações foram realizadas com o modelo de não-linear apresentado em (Roca et al., 2009). Para ilustrar o efeito da compensação robusta de atraso, considera-se um atraso nominal  $d_c = 40s$  para fins de projeto do controlador, mas utiliza-se um atraso  $d_c = 30s$  no modelo de simulação. Conforme discutido em (Roca et al., 2009), o valor do atraso pode variar entre 30s e 50s. Os dados de radiação solar e temperatura ambiente foram obtidos a partir de um conjunto de dados reais de um dia ensolarado e já foram utilizados em trabalhos anteriores (Santos et al., 2011). Para ilustrar o comportamento de rejeição de perturbação, foi inserida uma perturbação desconhecida na variável de controle simulando uma perda de carga de 1 l/s no instante  $t = 0.2h$ . Esta perturbação representa um vazamento desconhecido - perda de carga - na entrada dos dutos.

A vazão de entrada deve ser maior que 1.2 l/s e menor que 4.4 l/s, ao passo que a temperatura de saída deve estar limitada entre 40°C e 90°C conforme (Roca et al., 2009). Por fim, de maneira semelhante a (Ayala et al., 2010), normaliza-se a ponderação de controle por  $\lambda = \lambda_n k_p^2$  sendo  $k_p = B/(1-A)$  o ganho estático do modelo nominal de maneira que pode-se definir o mesmo  $\lambda_n$  independente do valor do ganho estático (Normey-Rico and Camacho, 2007). Utilizou-se  $N = 50$ ,  $N_u = 8$  e  $\alpha = 0.9$  com  $T_s = 5 s$ .

#### 4.4 Discussão dos resultados

Na Figura 1 são apresentados os resultados obtidos com a técnica proposta para dois ajustes diferentes de  $\lambda$ , o primeiro com  $\lambda_n = 0.05$  e o segundo

com  $\lambda_n = 0.005$ . A redução na ponderação de controle deve ser utilizada quando se deseja atingir a referência de temperatura de maneira mais rápida. Por outro lado, este procedimento reduz as margens de robustez de controlador primário devido ao compromisso clássico de requisito de malha.

Nos dois casos foram realizadas comparações envolvendo a técnica convencional de predição (denominado aqui de DTC), a técnica proposta (chamada de MDTC) e uma estratégia baseada no preditor de Smith, sempre considerando o mesmo controle primário. Deve-se destacar que o DTC e MDTC foram implementados considerando modelos não-lineares, Eq. (11), ao passo que utilizou-se um modelo linear, baseado na lei de controle virtual da Eq. (12), para o preditor de Smith filtrado (Santos et al., 2011). Como pode ser observado, a estratégia proposta apresenta melhores resultados que o DTC e equivalentes ao FSP em termos de comportamento robusto. Este resultado pode ser analisado através da Eq. (9) na medida em que este sistema apresenta atraso nominal  $d = 8$ . Para o caso do DTC, que o termo  $\sum_{j=1}^7 L_f^j |\xi_{k+1} - \xi_k|_s$  apresenta um efeito significativo no pior caso de de  $\tilde{x}_k$ , o que não acontece no MDTC e no preditor de Smith <sup>2</sup>.

## 5 Conclusões

Neste trabalho se apresentou uma nova técnica para o cálculo das predições a serem utilizadas em controladores preditivos não lineares. A técnica proposta modifica a forma como se considera as perturbações nos modelos de predição de forma tal que se consegue que o atraso nominal do modelo não afete negativamente a robustez do sistema de controle, como ocorre nas modelagens tradicionais. Além disso, outra vantagem desta estratégia, se comparada ao preditor de Smith (que também tem índice de robustez independente do atraso nominal) é que ela pode ser aplicada de forma direta em sistemas não-lineares com pontos de equilíbrio instáveis. Finalmente, o estudo de caso apresentado permitiu ilustrar a eficácia da técnica proposta.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CNPq e CAPES.

## Referências

Ayala, C., Roca, L., Guzman, J. L., Normey-Rico, J. E., Berenguel, M. and Yebra, L. J. (2010). Local model predictive controller in a solar desalination plant collector field, *Renewable Energy*.

<sup>2</sup>Para este sistema, a análise do efeito da incerteza no caso do preditor de Smith é apresentado em (Santos et al., 2011).

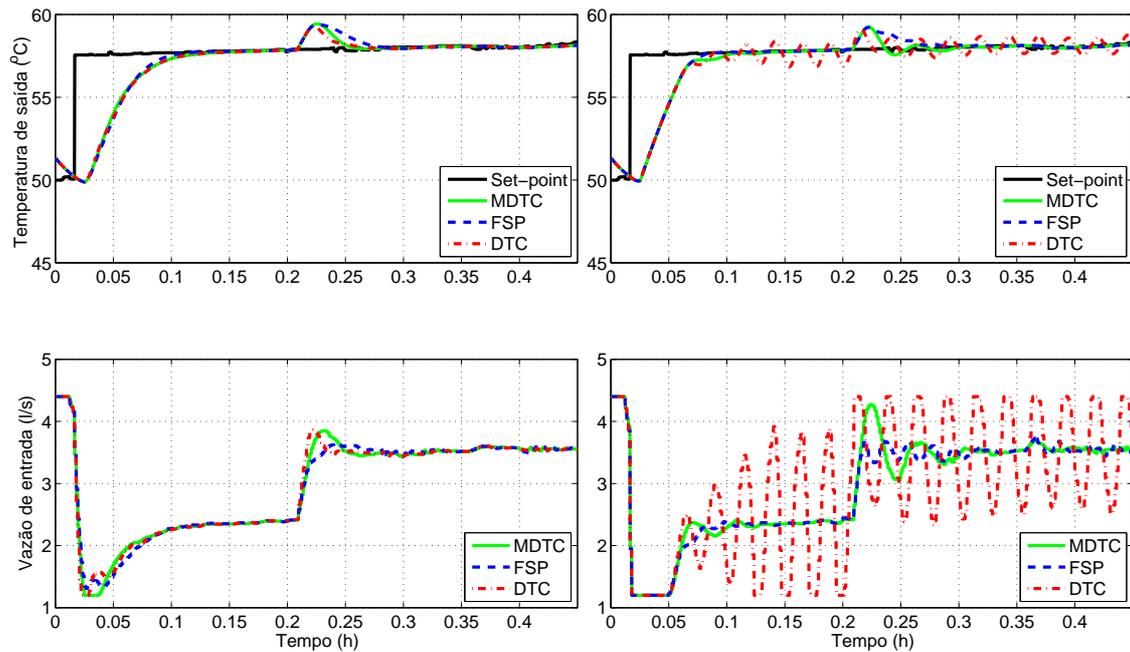


Figura 1: Simulação com perturbações mensuráveis de um dia ensolarado: esquerda ( $\lambda_n = 0.05$ ), direita ( $\lambda_n = 0.005$ ).

- Camacho, E. F. and Bordons, C. (2004). *Model predictive control*, Springer Verlag.
- González, A., Adam, E. and Marchetti, J. (2008). Conditions for offset elimination in state space receding horizon controllers: A tutorial analysis, *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* **47**(12): 2184 – 2194.
- Khalil, H. K. (2001). *Nonlinear systems*, Prentice Hall.
- Limon, D., Alvarado, I., Alamo, T. and Camacho, E. (2010). Robust tube-based {MPC} for tracking of constrained linear systems with additive disturbances, *Journal of Process Control* **20**(3): 248 – 260.
- Maeder, U., Borrelli, F. and Morari, M. (2009). Linear offset-free model predictive control, *Automatica* **45**(10): 2214 – 2222.
- Muske, K. R. and Badgwell, T. A. (2002). Disturbance modeling for offset-free linear model predictive control, *Journal of Process Control* **12**(5): 617 – 632.
- Normey-Rico, J. E. and Camacho, E. F. (2007). *Control of dead-time processes*, Springer Verlag.
- Normey-Rico, J. E. and Camacho, E. F. (2008). Dead-time compensators: A survey, *Control Eng Pract* **16**(4): 407–428.
- Palmor, Z. J. (1996). Time-delay compensation – Smith predictor and its modifications, in W. S. Levine (ed.), *The control handbook*, CRC Press and IEEE Press, chapter 10.8, pp. 224–237.
- Pannocchia, G. and Bemporad, A. (2007). Combined design of disturbance model and observer for offset-free model predictive control, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **52**(6): 1048 –1053.
- Pannocchia, G. and Rawlings, J. B. (2003). Disturbance models for offset-free model-predictive control, *AIChE Journal* **49**(2): 426–437.
- Roca, L., Guzmán, J. L., Normey-Rico, J. E., Berenguel, M. and Yebra, L. J. (2009). Robust constrained predictive feedback linearization controller in a solar desalination plant collector field, *Control Engineering Practice* **17**: 1076–1088.
- Santos, T., Roca, L., Guzmán, J. L., Normey-Rico, J. E. and Berenguel, M. (2011). Practical mpc with robust dead-time compensation applied to a solar desalination plant, *18o Congresso Mundial do IFAC* **18**: 4909–4914.
- Smith, O. J. M. (1957). Closed control of loops with dead-time, *Chem. Eng. Progress* **53**: 217–219.