

APROXIMAÇÕES INTERVALARES PARA ESTIMAÇÃO DE TEMPOS EM REDES DE PETRI TEMPORAIS

EVANGIVALDO LIMA*, ÁRTUS BOLZANNI*, PAULO JAMES OLIVEIRA*

**Universidade do Estado da Bahia
Departamento de Ciências Exatas e da Terra
Lab. Automação e Controle Industrial
Salvador - Bahia - Brasil*

Emails: evanlima@uneb.br, bolzanni@gmail.com, jamesbk@uneb.br

Abstract— This paper presents a contribution to time estimation problem of a temporal Petri net. Using global time as analysis methodology and exploring more expressive resources than the presented on literature. Moreover, a case study utilizing a didactic plant was implemented validating the theoretical results.

Keywords— Temporal Petri Nets, Discrete Event Systems, Interval Algebra.

Resumo— Este artigo apresenta uma contribuição para o problema de estimação de tempo de uma rede de Petri temporal. Usando tempo global como metodologia de análise e explorando recursos da álgebra intervalar obtêm-se resultados mais expressivos que os apresentados na literatura. Além disso, um estudo de caso utilizando uma planta didática foi implementado validando os resultados teóricos.

Palavras-chave— Redes de Petri Temporais, Sistemas a Eventos Discretos, Álgebra Intervalar.

1 Introdução

As redes de Petri são um formalismo para modelagem e análise de sistemas concorrentes e distribuídos (Murata, 1989). Elas são caracterizadas por terem um refinado grau de controle sobre concorrência, sincronização e igual ênfase em estados e ações (Aura, 1996). As redes de Petri descrevem o comportamento causal dos sistemas. Isto é natural, visto que uma das características distintivas dos sistemas distribuídos é a falta de restrição com o tempo global, daí relações causais serem mais confiáveis para se ordenar os eventos. Na prática, porém, o tempo de ocorrência dos eventos é tão importante quanto sua relação de ordem causal. Fatores como desempenho dos sistemas têm forçado a ter-se cada vez mais preocupação com questões temporais. As exigências por tratar essas questões por meio de métodos formais com temporização logo fez-se necessário.

As redes de Petri com tempo foram introduzidas por Ramchandani (Ramchandani, 1974) e Merlin (Merlin, 1974), nos anos 70. Desde então, um grande número de diferentes modelos de redes de Petri, para especificar sistemas temporizados, têm sido propostos na literatura, cada um deles sendo usado em uma aplicação específica. Geralmente, os modelos se diferenciam em aspectos como: tipo de temporização, localização da restrição temporal e propriedade da restrição (Cerone and Maggiolo-Schettini, 1999).

As restrições temporais, apesar de darem maior poder de expressividade e também propiciarem um reduzido número de marcações alcançáveis isto não significa que o poder algébrico das redes de Petri e o custo de se explorar o espaço de estado tenha se mantido. Pelo contrário, o au-

mento da expressividade tem refletido em uma perda do poder de prova de propriedades, por exemplo. Além disso, o custo para explorar o espaço de estado de redes com tempo, aumentou, pois junto com a relação causal, uma informação temporal tem que ser carregada ao longo da análise. Dentre as extensões temporais das redes de Petri, a proposta por Merlin e Faber (Merlin and Farber, 1976), denominada de redes de Petri temporais (RPTs) tem-se mostrado adequada para expressar a maioria dos requisitos temporais, além de ser mais geral que as demais extensões temporais (Montano et al., 2000).

Nos últimos anos, foram propostas diversas ferramentas para explorar algebricamente as RPTs. Dentre estas destacam-se: o uso de classes de estados onde os possíveis tempos de disparos são apresentados com conjuntos de inequações (Berthomieu and Diaz, 1991); em (Cohen, 2001), considerando uma classe especial das RPTs, é mostrado que um sistema discreto temporizado pode ser tratado como um sistema linear do ponto de vista da álgebra dos dióides; em (Lima, 2007) é apresentado o uso da álgebra intervalar como ferramenta matemática para análise de uma rede de Petri temporal. Nesses trabalhos, a dinâmica dos intervalos ao longo da evolução da rede, é modelada por uma equação linear intervalar.

Dado aumento no custo computacional para exploração dos estados da rede advindo do uso do tempo pela RPT, uma das principais problemas é poder determinar o tempo de execução de uma seqüência de transições de forma analítica. Nesse trabalho é apresentada uma ampliação da classe das RPTs para as quais a análise via álgebra intervalar pode ser aplicada. Usando o conceito de classes de estado e aplicando métodos de redu-

ção para RPTs, a dinâmica da rede é acompanhada por uma equação intervalar, na forma matricial, que possibilita obter-se respostas a questões como: tempo para realização de tarefas, validação de tempo de tarefas, mínimo e máximo tempo entre duas ocorrências de transições, entre outras. Na seção 2 são revisados formalismos importantes para construção do trabalho. A teoria da análise intervalar das RPTs é abordada na seção 3. Uma aplicação prática da teoria apresentada é mostrada na seção 4. Na seção 5 são feitas as conclusões do trabalho.

2 Formalismos

2.1 Redes de Petri Temporais

As Redes de Petri temporal (RPT) são uma extensão às redes de Petri que modificam a regra de disparo das transições pois associam um intervalo fechado de tempo para cada disparo.

Definição 1 Uma rede de Petri temporal é uma tupla $RPT = \langle P, T, A, W, M_0, I^s \rangle$, onde:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ é um conjunto finito de lugares.

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ é um conjunto finito de transições.

A é o conjunto dos arcos que ligam transições a lugares (e vice-versa). Sendo $A(p, t)$ o arco que liga um lugar p a uma transição t e $A(t, p)$ o arco que liga uma transição t a um lugar p .

W é o vetor de pesos associados aos arcos.

M_0 é o vetor de marcação dos lugares da rede.

I^s é uma função que associa intervalos fechados estáticos pertencentes a \mathbb{Q} às transições.

O intervalo $I^s(t)$, sendo t é uma transição qualquer de uma RPT, é dado por $[\delta^s(t), \Delta^s(t)]$, onde $\delta^s(t)$ é o limite inferior de sensibilização e $\Delta^s(t)$ é o limite superior de sensibilização de t , respeitando a seguinte condição:

$$0 \leq \delta^s(t) \leq \Delta^s(t) \leq \infty.$$

Definição 2 Transição disparável: Uma transição t habilitada pela marcação, ela só é considerada disparável se desde sua habilitação foi decorrido o tempo $\delta(t)$. Se este tempo atingir $\Delta(t)$, então a transição t deve obrigatoriamente disparar, a menos que seja desabilitada devido ao disparo de outra transição.

2.2 Álgebra Intervalar

Nesta seção são definidos alguns conceitos da álgebra intervalar que servirão de base teórica para análise de redes de Petri temporais como proposto em (Lima, 2007).

Definição 3 Um intervalo é um conjunto

$$\mathbf{x} = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\},$$

onde \underline{x} e \bar{x} são os limites inferior e superior de \mathbf{x} , respectivamente.

Definição 4 "Um vetor intervalar $\mathbf{x} \in \mathbb{IR}^n$ é um vetor cujos n componentes (coordenadas), são intervalos $\mathbf{x}_i \in \mathbb{IR}$." (Lima, 2007)

Definição 5 Função intervalar é uma função contínua sobre o domínio $\mathbf{x} \in \mathbb{IR}$. Sua imagem pode ser dada por

$$f(\mathbf{x}) = \{f(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{x}\}$$

A seguir, são mostradas algumas relações de ordem:

Definição 6 Menor:

$$\mathbf{x} < \mathbf{y} \iff \bar{x} < \underline{y}.$$

A relação $<$ é transitiva.

Definição 7 Igualdade:

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} \iff \underline{x} = \underline{y}, \bar{x} = \bar{y}.$$

A relação de igualdade é reflexiva, simétrica e transitiva.

Definição 8 Menor ou igual:

$$\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \iff \underline{x} \leq \underline{y}, \bar{x} \leq \bar{y}.$$

A relação \leq é reflexiva, antissimétrica fraca e transitiva.

Abaixo, são definidas algumas operações básicas da álgebra intervalar:

- Adição: $\mathbf{x} + \mathbf{y} = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}]$
- Subtração: $\mathbf{x} - \mathbf{y} = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]$
- Multiplicação e divisão:

$$\mathbf{x} \Delta \mathbf{y} = [\min\{\underline{x} \Delta \underline{y}, \underline{x} \Delta \bar{y}, \bar{x} \Delta \underline{y}, \bar{x} \Delta \bar{y}\}, \max\{\underline{x} \Delta \underline{y}, \underline{x} \Delta \bar{y}, \bar{x} \Delta \underline{y}, \bar{x} \Delta \bar{y}\}],$$

onde Δ significa uma das operações e $\mathbf{y} \neq 0$ caso divisão.

2.3 Análise de RPT Utilizando Tempo Global

Em (Lima, 2007) é proposto um método de análise que baseia-se na incorporação do tempo global ao intervalo de disparo dinâmico de cada transição habilitada e no uso de classe de estados introduzida em (Berthomieu and Menasche, 1982) e (Berthomieu and Diaz, 1991).

Definição 9 Tempo global é o tempo decorrido a partir do início da execução da rede.

Definição 10 *Classe de estados de uma RPT usando tempo global é $\mathcal{S} = \langle M, I \rangle$, onde M é a marcação da rede e I é o vetor dos intervalos de disparo das transições habilitadas por M .*

Os valores de I levam em conta o tempo global da rede em dado instante.

Seja \mathcal{H} o conjunto das transições habilitadas em uma classe de estados S de uma RPT com tempo global.

Denomina-se \mathcal{D} o conjunto de transições disparáveis; \mathcal{N} o conjunto de transições que foram recém habilitadas em uma classe S ; e \mathcal{P} o conjunto o de transições persistentes em uma classe S_k que também estavam habilitadas na classe anterior S_{k-1} .

Uma transição pode ter seu período de disparabilidade (intervalo de disparo) definido de acordo com o menor limite superior de sensibilidade das transições em \mathcal{H} .

Definição 11 *O intervalo de disparo de $t \in \mathcal{D}$ na classe S_0 é definido por*

$$\mathbf{i}^d(t) = [\delta^s(t), \min\{\Delta^s(\mathcal{H})\}].$$

A mudança de classe de estado se dá a partir do disparo de uma transição. Logo, sendo uma classe S_1 alcançada a partir de S_0 pelo disparo de t_j no intervalo $\mathbf{i}_0^d = [\delta^d, \Delta^d]$, \mathbf{I}_1 é calculado por:

- $\forall t \neq t_j$ e $t \in \mathcal{P}_1$, conjunto das transições habilitadas tanto em S_0 e S_1 :

$$\mathbf{I}_1(t) = [\max\{\delta^d, \delta^s(t)\}, \Delta^s(t)].$$

- $\forall t \in \mathcal{N}_1$, conjunto das transições habilitadas depois do disparo de t_j .

$$\mathbf{I}_1(t) = \mathbf{i}^d + \mathbf{I}^s(t).$$

Tendo a rede de Petri temporal mostrada na figura 1 e a classes de estado S_0 e S_1 sendo as classes anterior e posterior ao disparo de t_1 , respectivamente, tem-se:

- S_0 :
 - $i^d(t_1) = [1, 2]$
 - $i^d(t_2) = [2, 2]$
- S_1 :

$$\bullet I = \begin{bmatrix} & t_2 & t_3 \\ [2, 4] & [2, 4] \end{bmatrix}$$

Em (Lima, 2007) é mostrado que este método, utilizando tempo global, pode levar uma transição não disparável a ser incluída dentre as disparáveis. Por isso, a regra de transição disparável é definida de tal maneira:

$$\begin{aligned} \delta^s(t_j) &\leq \Delta^s(t), & \text{para } t \in \mathcal{N} \\ \delta(t_j) &\leq \Delta(t), & \text{para } t \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

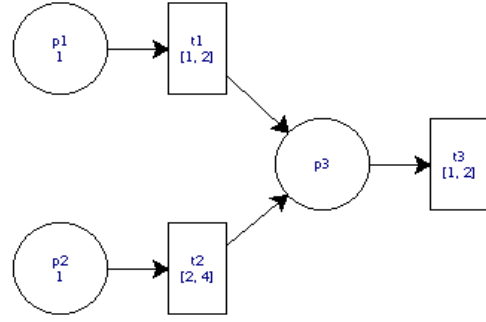


Figura 1: Rede de Petri para exemplificar o cálculo do intervalo de disparo.

3 Análise Intervalar de uma RPT

O uso do tempo global abre a necessidade do uso de ferramentas de auxílio à análise das RPTs. Uma ferramenta importante é a matriz intervalar.

Definição 12 *A matriz intervalar C de uma rede de Petri temporal PN é uma matriz quadrada de ordem $\#T$, onde $\#T$ é o número de transições de N e cada coluna corresponde à uma transição de N e cada linha corresponde à uma sequência de disparos em N . Os elementos de C são: 0, se a transição (coluna) faz parte da sequência de disparo; $I(t)$, se a transição t faz parte da sequência de disparo. As colunas (transições) são ordenadas segundo sua relação de ordem (ver abaixo definição de relação de ordem). A rede N deve ser tratada como acíclica.*

Definição 13 *Relação de ordem: Seja PN uma rede de Petri acíclica e x_1 e $x_2 \in P \cup T$, onde P e T são os conjuntos de lugares e transições da rede, respectivamente.*

- x_1 precede x_2 ($x_1 \preceq x_2$) se existe um caminho entre x_1 e x_2 . A relação de precedência é reflexiva, assim, $\forall x : x \preceq x$.
- x_1 e x_2 são conflitantes ($x_1 \vee x_2$) se existe $t_1, t_2 \in T$, $t_1 \neq t_2$, tal que $Pre(t_1) \cap Pre(t_2) \neq \emptyset$, $t_1 \preceq x_1$ e $t_2 \preceq x_2$.
- x_1 e x_2 são concorrentes ($x_1 \parallel x_2$) se não são precedentes nem conflitantes.

Na figura 2 é mostrada uma rede de Petri temporal e abaixo segue sua matriz intervalar:

$$C = \begin{bmatrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ [1, 2] & 0 & 0 & 0 \\ [1, 2] & [2, 3] & 0 & 0 \\ [1, 2] & [2, 3] & [1, 4] & 0 \\ [1, 2] & [2, 3] & [1, 4] & [1, 2] \end{bmatrix}$$

A matriz intervalar é configurada assim porque $t_1 \preceq t_2 \preceq t_3 \preceq t_4$ (t_1 precede t_2 , que precede

4 Aplicação

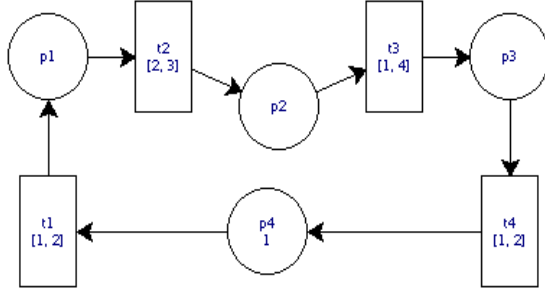


Figura 2: Exemplo rede de Petri temporal.

t_3 , que precede t_4). Assim, tem-se quatro sequências de disparos para a rede mostrada na figura 2: t_1 , $t_1 - t_2$, $t_1 - t_2 - t_3$ e $t_1 - t_2 - t_3 - t_4$.

Para descobrir o tempo global de cada linha da multiplica-se a matriz intervalar \mathbf{C} por uma matriz coluna de tamanho $\#T$ composta apenas por 1s. Assim obtêm-se a matriz \mathbf{I} :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} [1, 2] \\ [3, 5] \\ [4, 9] \\ [5, 11] \end{pmatrix}$$

Com este resultado é possível saber que cada ciclo desta rede de Petri temporal ocorre no intervalo $[5, 11]$. Como a rede é cíclica, pode-se estabelecer uma equação intervalar geral para obter o tempo global de uma rede de Petri temporal:

$$I_G^{k+1} = Cq + dku, \quad (1)$$

onde, \mathbf{C} é a matriz intervalar, q é a matriz coluna composta por 1s, d é o intervalo de tempo de um ciclo da rede, k é a quantidade de vezes que as transições foram executadas e u é um vetor coluna unitário de tamanho $\#T$.

Deste modo, utilizando a rede da figura 2 tem-se os intervalos do segundo ciclo:

$$I_G^2 = \begin{pmatrix} [6, 13] \\ [8, 16] \\ [9, 20] \\ [10, 22] \end{pmatrix}$$

Em alguns casos a rede pode apresentar um ou mais ciclos diferentes possíveis, então a equação intervalar geral (equação 1) pode ser modificada para:

$$I_G^{k+1} = Cq + \sum_{i=1}^n d_i k_i u, \quad (2)$$

Onde n é o número de ciclos diferentes, d_i é o intervalo o i -ésimo ciclo e k_i é a quantidade de vezes que o i -ésimo ciclo foi executado.

Como objeto de estudo foi utilizado um sistema de manufatura didático (aqui também referido como planta ou sistema). Inicialmente o sistema foi modelado utilizando rede de Petri temporal, depois é realizada sua redução utilizando os métodos apresentados em (Lima, 2007) e, por fim, realizada a análise do modelo segundo o apresentado nas sessões anteriores. A partir da matriz de intervalos da rede reduzida e usando a equação intervalar geral pode-se obter medidas como: tempo de ciclo, tempo de execução de tarefas, programação para utilização de recursos, entre outros.

4.1 Sistema de Manufatura

A planta funciona da seguinte maneira:

1. Uma peça de plástico, aço ou alumínio é colocada sobre a **unidade transportadora**.
2. Se a peça for de plástico chegará ao fim da unidade transportadora e cairá na **caixa 1**.
3. Se a peça for metálica, a unidade de **transferência linear** é estendida até a unidade transportadora e retira a peça da mesma.
4. O **robô de manipulação cartesiana** retira a peça da unidade de transferência linear e a coloca na **mesa rotativa**.
5. A mesa rotativa leva a peça até o **módulo de usinagem**, que simula uma atividade de usinagem.
6. A mesa é rotacionada mais uma vez, levando a peça até o **robô de descarga**, que pega a peça e leva até o **módulo de pesagem**.
7. A peça é pesada. A partir do peso é possível descobrir se ela é de aço (mais pesada) ou alumínio (mais leve).
8. O robô de descarga retira a peça do módulo de pesagem e leva a peça, se de alumínio para a **caixa 2**, e se de aço para a **caixa 3**.

Na figura 3 é mostrada uma imagem da planta industrial didática utilizada neste trabalho.

4.2 Modelo em RPT e Redução

A planta foi modelada em RPT, tendo 41 lugares e 35 transições. Um lugar com uma marca foi acrescentado ao modelo para tornar a rede cíclica e limitar a mesma a uma peça por vez. Por limitação de forma, optou-se por não apresentar a RPT da planta.

Após a modelagem inicial, o modelo foi reduzido, gerando a rede de Petri da figura 4. Os métodos de redução utilizados foram os propostos em (Lima, 2007), tendo como base a matriz

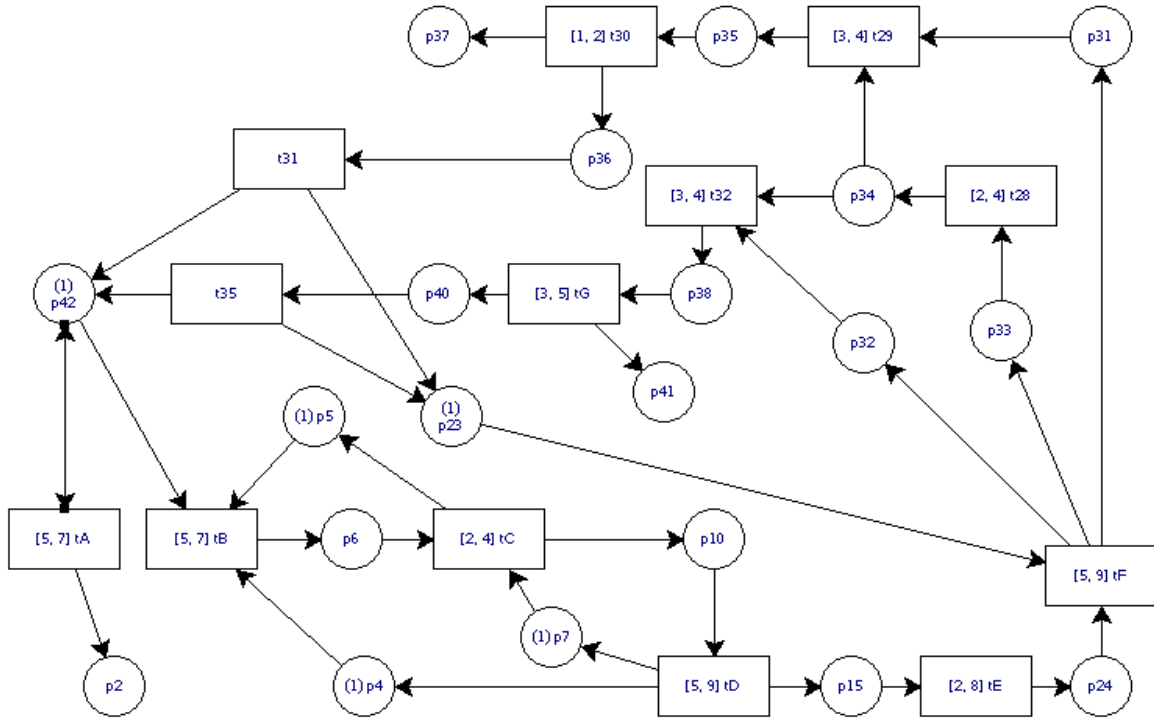


Figura 4: Rede de Petri Temporal reduzida.



Figura 3: Planta industrial didática CIM-B.

intervalar da rede. Mais detalhes do processo de redução adotado podem ser encontrados em (Bolzanni, 2012).

A redução deixou o modelo com apenas 13 transições (aproximadamente de 60% de redução) e 19 lugares (aproximadamente 50% de redução). A matriz de intervalos do fluxo do sistema para peças de alumínio é apresentada na figura 5.

O ciclo das peças não metálicas é composto pela transição t_A ; as peças metálicas possuem em comum no seus fluxos as transições t_B , t_C , t_D , t_E , t_F e t_{28} , sendo as transições t_{29} e t_{30} específicas das peças de alumínio e t_{32} , t_G e t_{35} das peças de aço.

4.3 Análise da RPT

Usando a equação intervalar, pode-se calcular aproximações intervalares e datas para execução dos fluxos da planta para cada tipo de peça.

Seja q uma matriz coluna composta por 1s, sendo cada elemento de q correspondente a uma coluna da matriz C , e aplicando a equação intervalar $I = Cq$, tem-se:

- Tempo do ciclo das peças de plástico: $d_p = [5, 7]$
- Tempo do ciclo das peças de alumínio: $d_l = [25, 47]$
- Tempo do ciclo das peças de aço: $d_a = [27, 52]$

Assim é possível, a partir a equação 2, determinar o tempo global a partir de quantos ciclos de cada peça foram executados. Assim, tem-se a seguinte equação:

$$I_G^{k+1} = I + (d_p k_p u) + (d_l k_l u) + (d_a k_a u), \quad (3)$$

sendo k_p , k_l , k_a , respectivamente, a quantidade de ciclos de peças de plástico, alumínio e aço.

5 Conclusões

Neste artigo foi proposto uma uma solução, via aproximação intervalar, para o problema de estimação.

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} t_A & t_B & t_C & t_D & t_E & t_F & t_{28} & t_{29} & t_{32} & t_{30} & t_G & t_{31} & t_{35} \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccccccc} [5, 7] & & & & & & & & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & & & & & & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & & & & & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & & & & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & & & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & & & & 0 & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & [3, 4] & & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & 0 & [3, 4] & & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & [3, 4] & 0 & [1, 2] & & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & 0 & [3, 4] & 0 & [3, 5] & & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & [3, 4] & 0 & [1, 2] & 0 & [0, 0] & \\ 0 & [5, 7] & [2, 4] & [5, 9] & [2, 8] & [5, 9] & [2, 4] & 0 & [3, 4] & 0 & [3, 5] & 0 & [0, 0] \end{array} \right] \end{array}$$

Figura 5: Matriz intervalar da planta mostrada na figura 4

A equação intervalar é composta pelos intervalos estáticos de uma *RPT* equivalente, obtida por um dos métodos de redução, discutidos em (Lima, 2007). Para determinada seqüência de disparo, é possível calcular o intervalo de tempo, no qual, para qualquer data de disparo, o tempo resultante, permanecerá dentro desse intervalo. O cálculo é feito sem que seja necessário executar a rede e o resultado é obtido sem que seja necessário lançar mão de qualquer complexidade algébrica.

A equação intervalar mostrou-se adequada para redes cíclicas e acíclicas, seguras e *k*-limitadas. Além disso, a equação também possibilita o cálculo de métricas que são utilizadas na análise de desempenho de sistemas, tais como: tempo de ciclo, taxa de disparo, escalonamento de tarefas, entre outros.

Referências

- Aura, T. (1996). *Time Process for Time Petri Nets*, PhD thesis, Helsinki University of Technology, Helsinki, Finlândia.
- Berthomieu, B. and Diaz, M. (1991). Modeling and verification of time dependent systems using Petri nets, *IEEE Transactions on Software Engineering* **17**(3): 259–273.
- Berthomieu, B. and Menasche, M. (1982). A state enumeration approach for analyzing time petri nets, *3rd European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets*.
- Bolzanni, Á. (2012). *Modelagem, análise e implementação em clp de seds utilizando redes de petri*, Undergraduate honors thesis, Universidade do Estado da Bahia, Salvador, Bahia, Brazil.
- Cerone, A. and Maggiolo-Schettini, A. (1999). Time-based expressivity of time petri nets for system specification, *Theoretical Computer Science* **216**(1–2): 1 – 53.
- Cohen, G. (2001). *Análisis y Control de Sistemas de Eventos Discretos: De Redes de Petri Temporizadas al Álgebra*, Cuadernos del Instituto de Matematica Beppo Levi.
- Lima, E. (2007). *Análise e Aplicações em Redes de Petri Temporais: Uma Abordagem via Álgebra Intervalar*, PhD thesis, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil.
- Merlin, P. (1974). *A Study of Recoverability of Computer Systems*, PhD thesis, University of California.
- Merlin, P. and Farber, D. (1976). Recoverability of communication protocols - implications of a theoretical study, *IEEE Transactions on Communications* pp. 1036–1043.
- Montano, L., Izquierdo, F. J. G. and Villarroel, J. L. (2000). Using the time petri net formalism for specification, validation, and code generation in robot-control applications., *International Journal Robotic Res.* **19**(1): 59–76.
- Murata, T. (1989). Petri nets: Properties, analysis and applications, *Proceedings of the IEEE*, pp. 541–580.
- Ramchandani, R. (1974). *Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Time Petri Nets*, PhD thesis, Cambridge, Mass.: MIT, Dept. Electrical Engineering.