

# CONTROLADOR BASEADO EM ESTABILIDADE DE LYAPUNOV PARA ESTABILIZAÇÃO DO VÔO DE UM QUADROTOR

EXUPERRY BARROS COSTA\* LEONARDO DE MELLO HONÓRIO\*, ANDRÉ LUÍS MARQUES MARCATO†

\**Universidade Federal de Juiz de Fora*  
*Grupo de Robótica Inteligente*  
*Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil*

Emails: [exuperrycosta@gmail.com](mailto:exuperrycosta@gmail.com) [leonardo.honorio@ufjf.edu.br](mailto:leonardo.honorio@ufjf.edu.br), [andre.marcato@ieee.org](mailto:andre.marcato@ieee.org)

**Abstract**— The development of Autonomous Unmanned Aerial Vehicles (AUAV's) has experimented large expansion in the last decade. The use of these vehicles in civil application has been showing to be useful and rentable in many areas. In this work is presented a methodology proposal to obtain quadrotor's controllers, based in Lyapunov's Stability Theory, as part of implementation study of a inspection air vehicle for power lines, insulators and power stations.

**Keywords**— Airplane Controll, Quadrotor, Lyapunov's Stability, aerial inspection, AUAV

**Resumo**— O desenvolvimento de veículos aéreos autônomos não-tripulados (VAANTs) têm experimentado grande expansão na última década. O uso destes veículos para aplicações civis vem se mostrando útil e rentável em muitas áreas. Neste trabalho é apresentada uma proposta de metodologia para obtenção de controladores para um quadrotor, baseando-se na Teoria de Estabilidade de Lyapunov, como parte do estudo de implementação de uma aeronave de inspeção de linhas aéreas de transmissão, isoladores e subestações.

**Palavras-chave**— Controle de Aeronave, Quadrotor, Estabilidade de Lyapunov, Inspeção Aérea, VAANT

## 1 Introdução

O desenvolvimento de veículos aéreos autônomos não-tripulados (VAANTs) têm tido grande expansão na última década. Essa terminologia se aplica aeronaves que operam sem intervenção humana, e que possuam certa capacidade deliberativa, para cumprir objetivos (Neto, 2008; Brandao et al., 2007). A motivação deste trabalho tem como finalidade fazer parte do desenvolvimento de uma aeronave autônoma para vistoria de subestações elétricas, linhas aéreas de transmissão e isoladores.

Existem diversas modalidades de VAANTs, classificados como de asas fixas (como aviões), de asas móveis (como helicópteros e multicópteros), entre outras categorias (balões, dirigíveis, etc). Cada uma delas apresenta certas características que determinam sua faixa de aplicação. Aviões normalmente são utilizados para vistorias de grandes áreas, por possuírem boa velocidade de cruzeiro e autonomia. Contudo, para se manterem no ar, é necessário que haja uma velocidade mínima de sustentação. Outra característica deste tipo de aeronave é a necessidade de locais apropriados de pouso e decolagem, limitando o local de vistoria para áreas próximas às condições exigidas.

Balões e dirigíveis possuem excelente autonomia, pois necessitam de pouca energia para se manter em vôo. Contudo, são lentas, com pouca manobrabilidade e possuem grande influência dos ventos. Por conta disso, a sua utilização é relacionada a áreas extensas, para climatologia e operações de resgate (Sunderhauf et al., 2007) por exemplo, embora haja exemplos de sua utilização para inspeção de linhas aéreas (Elfes et al., 1998).

Os helicópteros e multicópteros possuem grande manobrabilidade e precisão, sendo aptos a vistorias mais detalhadas. Helicópteros não tripulados são usados nesse tipo de inspeção em (Hrabar et al., 2010; Katrasnik et al., 2010). Os quadrotores possuem manutenção mais simples e robustez estrutural maior, portanto foram escolhidos neste desenvolvimento. O uso de multicópteros e outras aeronaves *VTOL (Vertical Take-Off and Landing)* em inspeção de linhas elétricas e outras aplicações tem ganhado grande atenção, uma revisão sobre a análise de custo o estado da arte no uso civil de VAANT é apresentado em (Montambault et al., 2010; Valavanis, 2007).

O presente trabalho se dedica em estabelecer um controlador para a estabilização de um quadrotor, o que será feito com base na teoria da estabilidade de Lyapunov (Costa, 2012). Será apresentada na seção 2 o modelo dinâmico da aeronave que possibilitará a construção do controlador. Na seção 3 uma breve revisão sobre estabilidade de Lyapunov será apresentada, e o controlador será elaborado. Na seção 4 o controlador obtido será utilizado, e se apresentarão os resultados de simulação e de voo. Na seção 5, será apresentada a conclusão deste trabalho, e uma proposta de trabalhos futuros.

## 2 Modelagem Cinemática e Dinâmica de Quadrotores

Nesta seção as expressões da dinâmica de um quadrotor são obtidas, serão usadas notações e sistema de coordenadas que são mais típicos na literatura de aeronáutica.

Define-se  $i$  como o referencial inercial e  $b$  como

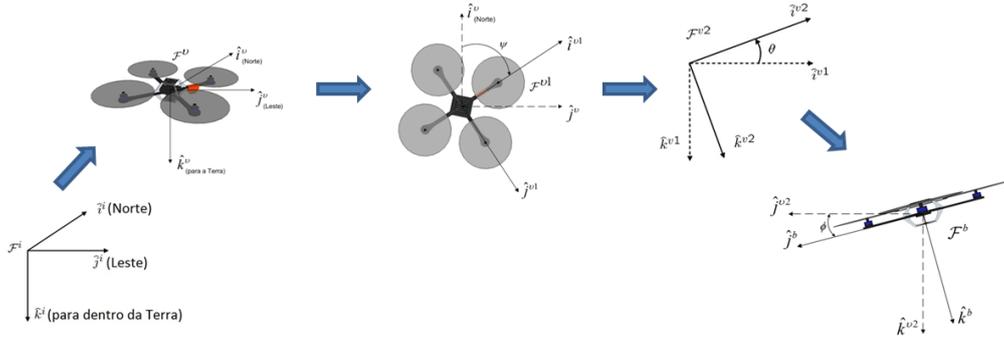


Figura 1: Sistema real para cada controlador

o referencial fixo ao corpo, existindo referências intermediárias, relativas às rotações e translações do corpo, como apresentado na Figura 1.

As posições lineares ( $p_n, p_e, h$ ) do quadrotor são dadas no referencial inercial, enquanto que suas velocidades lineares ( $u, v, w$ ) são dadas em relação ao referencial fixo ao corpo. Do mesmo modo, os ângulos de Euler ( $\phi$  (*roll*),  $\theta$  (*pitch*) e  $\psi$  (*yaw*)) e as velocidades angulares ( $p, q, r$ ) são definidas em relação a diferentes sistemas de coordenadas.

A lei de Newton aplicada ao movimento translacional é dada por

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt_i} = \mathbf{f} \quad (1)$$

onde  $\mathbf{v}$  a velocidade do quadrotor,  $m$  é sua massa,  $\mathbf{f}$  a força total aplicada e  $\frac{d}{dt_i}$  é a derivada no tempo no referencial inercial.

Para o movimento rotacional, a segunda lei de Newton diz que

$$\frac{d\mathbf{h}}{dt_i} = \mathbf{m} \quad (2)$$

onde  $\mathbf{h}$  é o momento angular e  $\mathbf{m}$  é o torque aplicado.

Cada motor do quadrotor produz uma força  $F$  e um torque  $\tau$ , como mostrado na Figura 2.

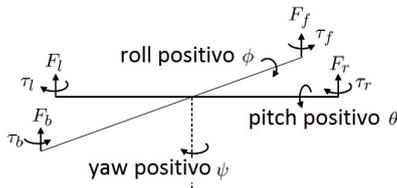


Figura 2: Definição das forças e torques que atuam sobre o quadrotor

O total de forças agindo sobre o quadrotor é dado por

$$F = F_f + F_r + F_b + F_l \quad (3)$$

onde  $f = front$ ,  $r = right$ ,  $b = back$  e  $l = left$ . O torque de rolamento (*roll*) é produzido pelas

forças dos motores da direita e esquerda como

$$\tau_\phi = \ell(F_l - F_r) \quad (4)$$

De maneira similar, o torque de arfagem (*pitch*) é produzido pelas forças dos motores traseiro e dianteiro

$$\tau_\theta = \ell(F_f - F_b) \quad (5)$$

Devido à terceira lei de Newton, o arrasto dos propulsores produz um torque de guinada (*yaw*) no corpo do quadrotor. A direção do torque é oposta à direção de movimento do propulsor. Portanto, o torque de guinada total é dado por

$$\tau_\psi = \tau_r + \tau_l - \tau_f - \tau_b \quad (6)$$

A sustentação e o arrasto produzido pelos propulsores é proporcional ao quadrado da velocidade angular. Assume-se que a velocidade angular é diretamente proporcional ao comando de largura de modulação de pulso (PWM) enviado ao motor. Portanto, a força e o torque de cada motor pode ser expressa como

$$F_* = k_1 \delta_* \quad (7)$$

$$\tau_* = k_2 \delta_* \quad (8)$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  são constantes que precisam ser determinadas experimentalmente,  $\delta_*$  é o sinal de comando do motor, e  $*$  representa  $f, r, b$  e  $l$ .

O modelo de seis graus de liberdade para a dinâmica do quadrotor (Beard, 2008) é dada por

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi - s\phi s\psi \\ s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \cos \theta \sin \phi \\ mg \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (12)$$

onde  $c\phi \triangleq \cos \phi$ ,  $s\phi \triangleq \sin \phi$ ,  $g$  é a gravidade e  $J$  é o momento de inércia. Os momentos de inércia do quadrotor são calculados assumindo uma esfera maciça no centro com massa  $M$  e raio  $R$ , e massas pontuais de massa  $m$  localizadas a uma distância  $\ell$  à partir do centro.

Adotando algumas simplificações (Beard, 2008), o modelo dinâmico do quadrotor pode ser reescrito como

$$\ddot{p}_n = -\cos \phi \sin \theta \frac{F}{m} \quad (13)$$

$$\ddot{p}_e = \sin \phi \frac{F}{m} \quad (14)$$

$$\ddot{h} = g - \cos \phi \cos \theta \frac{F}{m} \quad (15)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{J_x} \tau_\phi \quad (16)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_y} \tau_\theta \quad (17)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \tau_\psi \quad (18)$$

Deste resultado, apenas as equações 16, 17 e 18 se referem à estabilidade de voo da aeronave, as demais representam posições no espaço. Utilizando as simplificações obtidas, será usada a representação em espaço de estados (Ogata, 1997), descrita pela equação

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_\alpha \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

onde  $x_1$  é o ângulo que se deseja controlar, a saída  $y$  disponibiliza tanto o ângulo quanto a velocidade angular, e  $J_\alpha$  é um momento de inércia de qualquer um dos ângulos.

### 3 Ajuste do Controlador por Estabilidade de Lyapunov

#### 3.1 Introdução

Em sistemas de controle é vital a determinação de sua estabilidade. Existem diversos métodos e critérios para essa análise, como o método de Nyquist ou o de Routh (Ogata, 1997), porém limitados a sistemas lineares. Uma das principais abordagens para sistemas, sendo lineares ou não, é a teoria de estabilidade de Lyapunov (Astrom and Wittenmark, 1994; Spong et al., 2006), mais especificamente o segundo método, chamado método direto de Lyapunov (Ogata, 1997; Spooner et al., 2002).

Lyapunov concentrou esforços na resolução da equação diferencial

$$\dot{x} = f(x,t) \text{ com } 0 = f(0,t) \quad (20)$$

Seja um sistema descrito pela Equação 20, onde  $x$  é um vetor de  $n$  estados e  $f(x,t)$  um conjunto de  $n$  funções de  $x$  e  $t$ . Assume-se que o sistema tenha solução única dada uma condição inicial, e essa solução é denotada por  $\Phi(t, x_0, t_0)$ , ou seja, a trajetória composta por todos os pontos do espaço de estados que são a resposta do sistema no tempo. Então, define-se um ponto de equilíbrio um estado  $x_e$  onde

$$f(x_e, t) = 0, \text{ para qualquer } t$$

Se o sistema for um **sistema linear e invariante no tempo** (SLIT) (Ogata, 1997) tem-se que  $f(x,t) = Ax$ . Se  $A$  for inversível (não singular) existe apenas um ponto de equilíbrio, neste caso a origem.

Seja uma região esférica no espaço de estados, limitada e ao redor de um ponto de equilíbrio  $x_e$ , de raio  $k$

$$\|x - x_e\| \leq k$$

Seja  $S(\delta)$  uma porção do espaço tal que

$$\|x - x_e\| \leq \delta$$

e  $S(\epsilon)$  uma outra porção

$$\|\Phi(t, x_0, t_0) - x_e\| \leq \epsilon$$

Então, um sistema é considerado estável se uma trajetória iniciada em  $S(\delta)$  não deixa uma região correspondente  $S(\epsilon)$ , conforme  $t \rightarrow \infty$ , como no caso bidimensional na Figura 3.

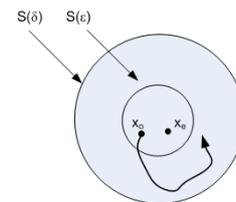


Figura 3: Representação em Duas Dimensões de um Sistema Estável

Caso a trajetória não deixe uma região  $S(\epsilon)$  e convirja assintoticamente para  $x_e$ , então este sistema será assintoticamente estável. Se por outro lado, independente do tamanho de  $S(\epsilon)$   $S(\delta)$ , a trajetória deixa as regiões, então o sistema é dito instável.

A estabilidade assintótica é, portanto, a mais desejável, e será o alvo da construção deste controlador.

#### 3.2 Segundo Método de Lyapunov

O Teorema de Estabilidade de Lyapunov (Spooner et al., 2002; Ogata, 1997) apresenta uma abstração física para qualquer tipo de sistema, criando uma

função  $V(x)$ , heurística da energia, e analisando o comportamento de sua derivada  $\dot{V}(x)$ . Caso seja possível determinar uma função escalar  $V(x)$  positiva definida, e sua derivada negativa definida, o sistema é assintoticamente estável. A representação desse sistema apresenta que o sistema tem uma energia finita e positiva ( $V(x)$ ), que está continuamente decrescendo até a estabilidade (visto que sua derivada é  $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0, \dot{V}(0) = 0$ ).

A escolha da função  $V(x)$  pode ser complexa, são normalmente utilizadas funções quadráticas (Ogata, 1997), e funções logarítmicas, principalmente para sistemas discretos (Landau et al., 1998). Nessa caso, será usada a forma quadrática

$$V(x) = x^T P x,$$

onde  $x$  são os estados, e  $P$  uma matriz hermitiana. Deseja-se controlar a posição angular, e isso será feito com através de uma referência  $r$  que a planta deve atingir. Neste caso,  $r$  será considerado constante, situação conhecida na literatura como **ajuste de setpoint** (Spooner et al., 2002). Caso esse valor fosse dinâmico,  $r(t)$ , o problema seria chamado **problema de rastreamento** (Spooner et al., 2002).

Seja definido o vetor de erro  $\varepsilon$  como

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

que é muito intuitivo, uma vez que se deseja que a posição seja  $r$ , e a velocidade 0.

Uma função de Lyapunov pode ser definida por

$$V(\varepsilon) = \varepsilon^T P \varepsilon \quad (22)$$

onde  $P$  é uma matriz positiva definida simétrica qualquer, por exemplo

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 \\ 0 & p_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

com  $p_{11}, p_{22} > 0$ .

Juntando as equações 21, 22 e 23

$$V(\varepsilon) = p_{11}(r - x_1)^2 + p_{22}(0 - x_2)^2$$

que é positiva definida. Agora, é necessário determinar a sua derivada, e forçá-la a ser negativa definida.

Assim

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon) &= 2p_{11}(r - x_1)(-\dot{x}_1) + 2p_{22}(0 - x_2)(-\dot{x}_2) \\ &= -2p_{11}x_2(r - x_1) + 2p_{22}x_2 \frac{1}{J_\alpha} u \\ &= 2x_2 \left( p_{11}(-r + x_1) + p_{22} \frac{1}{J_\alpha} u \right) \end{aligned}$$

Observe que se

$$p_{11}(-r + x_1) + p_{22} \frac{1}{J_\alpha} u = -x_2$$

então

$$\dot{V} = -2x_2^2$$

o que garante a estabilidade assintótica do sistema. Assim, a lei de controle pode ser obtida por

$$\begin{aligned} p_{11}(-r + x_1) + p_{22} \frac{1}{J_\alpha} u &= -x_2 \\ u &= \frac{J_\alpha}{p_{22}} (p_{11}r - p_{11}x_1 - x_2) \end{aligned} \quad (24)$$

A Equação 24 garante estabilidade para o sistema, sejam  $p_{11}$ ,  $p_{22}$  quaisquer, desde que positivos. Esta lei de controle pode ser arranjada como na Figura 4.

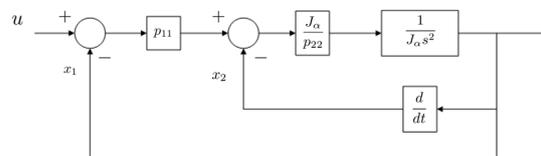


Figura 4: Diagrama de Blocos do Sistema Realimentado

### 3.3 Sintonia dos Ganhos de $P$

Visto que para qualquer valor de  $p_{11}$  e  $p_{22}$  há garantia de estabilidade, há de se garantir que o sistema possua uma boa performance. Isso será feito através da escolha adequada dos ganhos. Se aplicada a entrada 24 no sistema 19, será obtida a expressão

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{p_{11}}{p_{22}} & -\frac{1}{p_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p_{11}}{p_{22}} \end{bmatrix} r$$

Uma possibilidade de escolha para estes valores é igualá-los a um sistema desejado. Se for feito

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{p_{11}}{p_{22}} & -\frac{1}{p_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p_{11}}{p_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

então o sistema terá dinâmica sub-amortecida, com frequência natural não-amortecida  $\omega_n$  e amortecimento  $\zeta$ . Assim, pode-se usar a expressão

$$p_{11} = \frac{\omega_n}{2\zeta} \quad (25)$$

$$p_{22} = \frac{1}{2\omega_n\zeta} \quad (26)$$

para sintonizar os ganhos.

## 4 Resultados Obtidos

### 4.1 Resultados de Simulação

Foram feitos experimentos na bancada de ensaio, estrutura idêntica ao quadrotor, porém fixa a uma haste, como na figura 5. Para controle dos ângulos, a bancada possui uma junta universal, que permite rotação nos três graus de liberdade angulares, embora imprima restrição de movimento espacial.

Foi feita a identificação da planta, através de *toolbox* do MATLAB. A função de transferência encontrada foi

$$G(s) = \frac{48}{(s + 1,5)(s + 1,5)}, \quad (27)$$

para os ângulos de *roll* e *pitch*, pois a bancada não disponibilizava o ângulo de *yaw*<sup>1</sup>. Foi usado o ganho de entrada como o valor de  $1/J_\alpha$  para sintonizar o controlador, e ainda se inseriu ruído às medições, para simular uma dificuldade real. Para sintonia do controlador, os parâmetros de desempenho escolhidos foram

$$\omega_n = 10 \text{ rad/s} \quad (28)$$

$$\zeta = 0,8, \quad (29)$$

que culminaram nos valores de  $p_{11} = \frac{\omega_n}{2\zeta} = 6,25$  e  $p_{22} = \frac{1}{2\omega_n\zeta} = 0,0625$ .

A Figura 6 representa o diagrama de blocos do sistema estimado. A Figura 6 representa o resultado da simulação do controlador sobre um dos ângulos  $\phi$  ou  $\theta$ , visto que pela simetria da aeronave os sistemas são idênticos.



Figura 5: Bancada de Testes

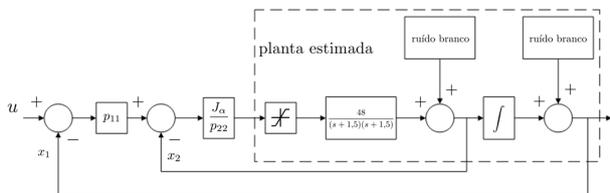


Figura 6: Diagrama de Blocos do Sistema Estimado

<sup>1</sup>O equipamento sofria influência por estar em ambiente *indoor*

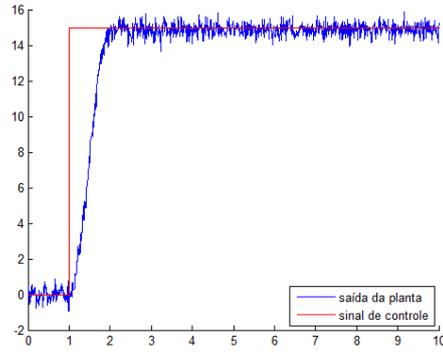


Figura 7: Resultados de Simulação com a Planta Estimada

### 4.2 Resultados Práticos

Usando estes valores de ganho na aeronave real, e usando de referência para  $\phi$  e  $\theta$  o sinal de um rádio controle, foram obtidos os resultados apresentados nas Figuras 8a e 8b.

Os dados são referentes a uma missão não-autônoma, cuja posição é controlada por um operador. As referências (em azul) são rapidamente seguidas pelo sistema controlado (em vermelho), o que demonstra a eficácia do método. Os sinais apresentados possuem natureza discreta, devido às conversões AD da placa de controle.

## 5 Conclusão e Trabalhos Futuros

O controlador mostrou bom desempenho, e o método de obtenção do controlador é de simples aplicação, visto que culmina em sistemas desacoplados para cada ângulo, dependendo de uma equação simples para garantir estabilidade, e uma igualdade para garantir desempenho.

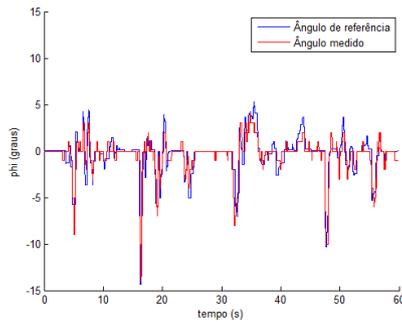
Em (Costa, 2012) as análises levaram a uma relação capaz de demonstrar que há performance semelhante no uso de um controlador PD e dessa metodologia, se

$$k_p = J_\alpha \frac{p_{11}}{p_{22}} \quad (30)$$

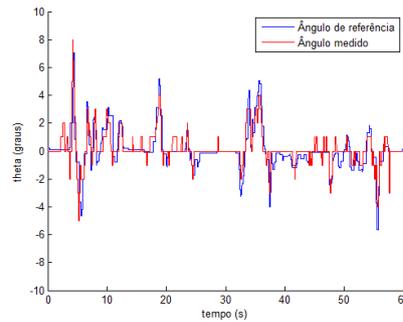
$$k_d = J_\alpha \frac{1}{p_{22}}. \quad (31)$$

Isso se deve ao fato das simplificações atribuídas na seção 2. O resultado apresentado nesse trabalho pode ser expandido ao modelo não-linear, e ser aplicada como mecanismo para obtenção de um controlador Backstepping (Cavalcanti, 2012), por exemplo.

A continuação natural desse trabalho é o controle automático de todos os graus de liberdade (Cavalcanti, 2012), bem como estratégias de controle adaptativo estão sendo estudadas (Spooner et al., 2002; Landau et al., 1998; Astrom and Wittenmark, 1994)



(a) Ângulo de Roll



(b) Ângulo de Pitch

Figura 8: Resultados do Sistema Real - Lyapunov

## Referências

- Astrom, K. and Wittenmark, B. (1994). *Adaptive control*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- Beard, R. (2008). Quadrotor dynamics and control, *Brigham Young University*.
- Brandao, M., Gomes, V., dOliveira, F. and Bueno, C. (2007). Uav activities in brazil, *First Latin-American Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Conference*.
- Cavalcanti, A. S. (2012). *Estudo e Aplicação de Técnicas de Controle Aplicadas em Veículos Aéreos Não-Tripulados*, PhD thesis, Departamento de Energia da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Costa, E. B. (2012). *Algoritmos de controle aplicados a estabilização do voo de um quadrotor*, Master's thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Elfes, A., Bueno, S., Bergerman, M., Ramos Jr, J., Gomes, S. et al. (1998). Project aurora: development of an autonomous unmanned remote monitoring robotic airship, *Journal of the Brazilian Computer Society* **4**(3).
- Hrabar, S., Merz, T. and Frousheger, D. (2010). Development of an autonomous helicopter for aerial powerline inspections, *Applied Robotics for the Power Industry (CARPI), 2010 1st International Conference on*, IEEE, pp. 1–6.
- Katrasnik, J., Pernus, F. and Likar, B. (2010). A survey of mobile robots for distribution power line inspection, *Power Delivery, IEEE Transactions on* **25**(1): 485–493.
- Landau, I., Lozano, R., M'Saad, M., Modestino, J., Fettweis, A., Massey, J., Thoma, M., Sontag, E. and Dickinson, B. (1998). *Adaptive control*, Springer-Verlag New York, Inc.
- Montambault, S., Beaudry, J., Toussaint, K. and Pouliot, N. (2010). On the application of vtol uavs to the inspection of power utility assets, *Applied Robotics for the Power Industry (CARPI), 2010 1st International Conference on*, pp. 1–7.
- Neto, A. A. (2008). *Geração de trajetórias para veículos aéreos autônomos não-tripulados*, Master's thesis, UFMG.
- Ogata, K. (1997). *Modern control engineering*, Prentice Hall.
- Spong, M., Hutchinson, S. and Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and control*, John Wiley & Sons New York, NY, USA:.
- Spooner, J., Maggiore, M., Ordonez, R. and Passino, K. (2002). *Stable adaptive control and estimation for nonlinear systems*, Wiley Online Library.
- Sunderhauf, N., Lange, S. and Protzel, P. (2007). Using the unscented kalman filter in monoslam with inverse depth parametrization for autonomous airship control, *Safety, Security and Rescue Robotics, 2007. SSRR 2007. IEEE International Workshop on*, pp. 1–6.
- Valavanis, K. (2007). *Advances in unmanned aerial vehicles: state of the art and the road to autonomy*, Vol. 33, Springer Verlag.