

CONTROLE DE FORMAÇÃO BASEADO EM *NMPC* APLICADO À ROBÓTICA MÓVEL

TIAGO TRINDADE RIBEIRO*, SAULO FRÓES*, ANDRÉ GUSTAVO S. CONCEIÇÃO*

**LaR - Robotics Laboratory
Department of Electrical Engineering
Federal University of Bahia
Salvador, Bahia Brazil*

Emails: ttrindade.ee@gmail.com, saulo.froes@hotmail.com, andre.gustavo@ufba.br

Abstract— This paper presents formation controllers for mobile robots along bidimensional paths. The control strategy used is based on continuous-time and distributed *NMPC* controllers. Is approached the case of initial configuration without defined formation and with high distance of reference paths. Simulated and real results are provided to differential and omnidirectional mobile robots, respectively, which confirm the efficiency of the proposed technique.

Keywords— Mobile Robotics, Formation Control, Predictive Control, Multi-robot systems.

Resumo— Neste artigo são apresentados controladores de formação para robôs móveis ao longo de caminhos bidimensionais. A estratégia de controle utilizada baseia-se em controladores *NMPC* de tempo contínuo e distribuídos. É abordado o caso de configuração inicial sem formação definida e elevada distância dos caminhos de referência. São apresentados resultados simulados e reais para robôs móveis diferenciais e omnidirecionais, respectivamente, que ratificam a eficiência da técnica proposta.

Palavras-chave— Robótica Móvel, Controle de Formação, Controle Preditivo, Sistemas Multirobôs.

1 Introdução

Sistemas autônomos cooperativos são alvos de constantes investigações acadêmicas, sendo este cenário justificado pelas suas diversas áreas de aplicação potenciais. Em (Arai et al., 2002) são resumidamente apresentadas algumas dessas áreas para o caso de sistemas multirobôs. Em (Murray, 2007) tem-se uma abordagem mais genérica definida através de controle cooperativo aplicado a sistemas multiveículos.

Muitos dos problemas de controle cooperativo possuem como parte de sua solução as tarefas de controle de formação. Define-se uma formação como um arranjo especial de um dado número de agentes para o cumprimento de um objetivo definido através das aplicações, como por exemplo, redes de sensores móveis (Monterey, 2006) e missões militares (Lavretsky, 2002).

Em (Chen and Wang, 2005), tem-se sumarizadas as principais características dos sistemas para controle de formação de robôs móveis e as abordagens mais utilizadas são apresentadas, tais como, estrutura virtual (Tan and Lewis, 1996), baseada em comportamento (Gazi, 2003) e seguimento de líder (Das et al., 2002).

A maioria destas abordagens utilizam controladores ótimos não-lineares como estratégia básica para o controle de formação. Dentre os diversos fatores que viabilizam a escolha deste tipo de estratégia, restringindo-se ao escopo da robótica, pode-se citar a possibilidade de se utiliza-la tanto para um grupo de robôs holonômicos como em (Kanjanawanishkul and Zell, 2008b) quanto para robôs não-holonômicos como em (Lim

et al., 2009).

Uma abordagem que vem sendo bastante utilizada baseia-se apenas na utilização de controladores preditivos baseados em modelos não lineares (*NMPC*) distribuídos (Kanjanawanishkul and Zell, 2008a). Tal abordagem é viável em situações onde se tem disponíveis modelos fiéis dos agentes, e são bem caracterizados os objetivos de controle.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de controladores de formação para robôs diferenciais e omnidirecionais. Utilizam-se controladores *NMPC* distribuídos entre os agentes e o acoplamento é feito via função objetivo. A coordenação dos movimentos relativos é feita através de ajustes nas velocidades de navegação e na taxa de atualização das referências de postura. A tarefa a ser executada pela formação é definida como o seguimento de caminhos bidimensionais.

A técnica originalmente proposta não aborda casos em que os robôs se encontrem inicialmente sem formação definida, e, distantes dos caminhos de referência. Este trabalho contribui para a solução deste problema através da técnica de saturação dos esforços de controle.

A eficiência e a versatilidade da técnica proposta são comprovadas através de resultados simulados e reais em dois diferentes cenários.

O texto está estruturado da seguinte forma: Na Seção 2 o problema de controle de formação é caracterizado e são apresentados os modelos dos robôs. Os controladores *NMPC* projetados são apresentados na Seção 3. A Seção 4 apresenta os resultados obtidos e a Seção 5 fornece as principais conclusões.

2 Caracterização do problema

Para qualquer tipo de robô móvel, o problema de controle de formação baseado em *NMPC* é solucionado através de ajustes nas velocidades de navegação e na taxa de atualização das referências de postura. Tal problema é dividido em duas partes, seguimento de caminho e coordenação dos movimentos. Para a formulação destes dois problemas são utilizados os modelos cinemáticos dos robôs a seguir apresentados.

2.1 Robôs móveis diferenciais

Robôs móveis diferenciais com rodas são classificados como robôs não-holonômicos e são bastante utilizados em diversas situações, sempre que haja necessidade de um mecanismo cuja descrição dos movimentos seja simplificada. A Figura 1 apresenta os sistemas de coordenadas e os parâmetros utilizados na modelagem destes tipos de robôs.

Utilizando os sistemas de coordenadas ilustrados na Figura 1, obtém-se o seguinte modelo cinemático:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (1)$$

A velocidade linear v e a velocidade angular ω , relacionam-se com as velocidades lineares das rodas direita v_d e esquerda v_e da seguinte forma:

$$v = \frac{v_d + v_e}{2}; \quad (2)$$

$$\omega = \frac{v_d - v_e}{l}. \quad (3)$$

2.2 Robôs móveis omnidirecionais

Robôs móveis omnidirecionais com rodas têm sido cada vez mais utilizados em diversos setores e com as mais variadas finalidades. Isto se deve em parte à sua capacidade de se movimentar em qualquer direção independente de sua direção inicial. Adicionalmente, estes tipos de robôs possuem independência e simultaneidade para a realização de movimentos translacionais e rotacionais.

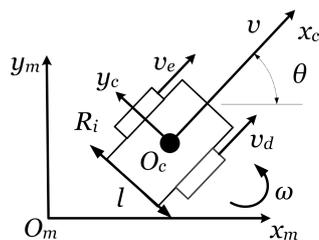


Figura 1: Sistemas de coordenadas do robô móvel diferencial R_i

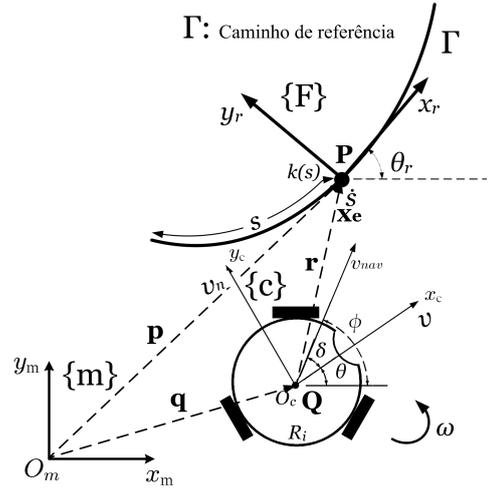


Figura 2: Ilustração do problema de seguimento de caminho para um robô móvel omnidirecional.

Utilizando os sistemas de coordenadas ilustrados na Figura 2, obtém-se o seguinte modelo cinemático:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v_n \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (4)$$

sendo: $[x \ y \ \theta]^T$ o vetor de estados do robô no sistema do mundo e $[v \ v_n \ \omega]^T$ as velocidades do centro de massa do robô observadas no sistema do corpo.

O vetor das velocidades do centro de massa do robô se relaciona com as velocidades das rodas através do modelo cinemático inverso conforme detalhado em (Ribeiro et al., 2011).

2.3 O problema de seguimento de caminho

O problema de seguimento de caminho é caracterizado por parametrização em termos de um comprimento de caminho s , diferentemente da abordagem denominada rastreamento de trajetórias onde o caminho parametrizado pelo tempo.

A Figura 2 ilustra o robô móvel juntamente com um caminho de referência Γ a ser seguido e os sistemas de coordenadas utilizados na modelagem.

O modelo cinemático de robô móvel pode ser definido com relação a um sistema de *serret-frenet*, $\{F\}$, se movendo ao longo de um caminho de referência. A idéia é utilizar este sistema para modelar a movimentação de um veículo virtual que deve ser seguido pelo veículo real.

Obtém-se o vetor de erro entre os estados do robô real e os estados de referência com relação a $\{F\}$ da seguinte forma:

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 0 \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ \phi - \theta_r \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Esta idéia foi originalmente proposta por (Soetanto et al., 2003) para solucionar problemas de singularidade verificados na abordagem definida originalmente para a técnica de seguimento de caminho. Tal solução é baseada na adição de um grau de liberdade ao se trabalhar com a taxa de progressão do veículo virtual \dot{s} .

Através de análise detalhada dos vetores mostrados na Figura 2 e considerando um perfil de velocidade v_{nav} , o problema de controle do seguimento de caminho é definido como um problema de controle regulatório, sendo o modelo dinâmico do erros de estados em relação ao sistema $\{F\}$ é dado como segue:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= y_e k(s) \dot{s} - \dot{s} + v_{nav} \cos \phi_e; \\ \dot{y}_e &= -x_e k(s) \dot{s} - v_{nav} \sin \phi_e; \\ \dot{\phi}_e &= \dot{\phi} - k(s) \dot{s}, \end{aligned} \quad (6)$$

sendo $k(s)$ a curvatura no trecho limitado por s .

No caso de robôs omnidirecionais, ajusta-se a orientação de maneira independente através da adição de mais um estado, definido por: $\theta_e = \theta - \theta_r$.

Apesar de solucionar o problema de singularidade, com esta abordagem ainda serão necessários sinais de controle elevados quando o robô estiver muito distante do caminho. Uma solução para este problema foi proposta por (Celeste et al., 2008) através de saturação dos sinais de controle.

2.4 O problema de coordenação

De maneira geral, tem-se um conjunto de N robôs móveis e N caminhos espaciais de referência Γ_i , com $i = 1, \dots, N$, sendo que o robô R_i deve seguir o caminho Γ_i . O objetivo de coordenar o movimento deste grupo de robôs pode ser alcançado através de ajustes das velocidades de navegação v_{nav_i} e na taxa de progressão do veículo virtual \dot{s}_i .

Neste trabalho define-se um caminho de referência base Γ_r que deve ser seguido em formação pelo grupo de robôs. A Figura 3 ilustra esta situação para o caso de três robôs mantendo uma formação em triângulo entre si. Considerando os vetores de estado do caminho de referência nos

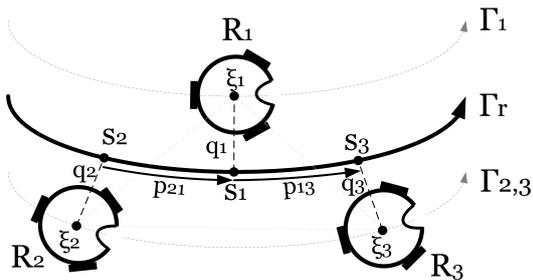


Figura 3: Controle de Formação em triângulo

pontos s_i como sendo $[x_{c_i}, y_{c_i}, \theta_{c_i}]^T$ e as distâncias transversais q_i entre estes pontos e o centro de massa dos robôs, obtém-se os vetores de estados de referência para cada robô i de acordo com as expressões a seguir:

$$\mathbf{x}_{r_i} = \begin{bmatrix} x_{r_i} \\ y_{r_i} \\ \theta_{r_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c_i} - q_i \sin \theta_{c_i} \\ y_{c_i} + q_i \cos \theta_{c_i} \\ \theta_{c_i} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

sendo θ_{c_i} o ângulo da tangente à curva de referência no ponto s_i com relação ao sistema de coordenadas do mundo.

Determina-se a velocidade de navegação de referência para o i -ésimo robô R_i através da relação entre Γ_r e Γ_i .

A velocidade angular de referência é determinada para cada robô i , como sendo: $\omega_{r_i} = k_i(\xi_i) v_{nav_{r_i}}$, com ξ_i o comprimento do caminho de referência para o i -ésimo robô e $k_i(\xi_i)$ a curvatura deste caminho.

A distância desejada entre dois robôs i e j pode ser dada por uma função $p_{ij}(s_i)$, sendo, genericamente $s_i + p_{ij}(s_i) = s_j$, no caso da Figura 3 tem-se, por exemplo, $s_1 + p_{12}(s_1) = s_2$.

A caracterização das variações de v_{nav_i} é feita através de uma nova variável de estado η_i dada por $\eta_i = v_{nav_i} - v_{nav_{r_i}}$, sendo sua primeira derivada $\dot{\eta}_i = \psi_i - \gamma_i$.

Finalmente, define-se os sinais de controle para o i -ésimo robô como sendo:

$$\mathbf{u}_{e_i} = \begin{bmatrix} u_{e_{i1}} \\ u_{e_{i2}} \\ u_{e_{i3}} \\ u_{e_{i4}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\xi}_i + (\eta_i + v_{nav_{r_i}}) \cos \phi_{e_i} \\ (\eta_i + v_{nav_{r_i}}) \sin \phi_{e_i} \\ \dot{\phi}_{e_i} - k_i(\xi_i) \dot{\xi}_i \\ \psi_i - \gamma_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

Assim, o modelo dinâmico do erro de estados é dado como segue:

$$\dot{\mathbf{x}}_{e_i} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{e_i} \\ \dot{y}_{e_i} \\ \dot{\phi}_{e_i} \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{e_i} k_i(\xi_i) \dot{\xi}_i + u_{e_{i1}} \\ -x_{e_i} k_i(\xi_i) \dot{\xi}_i + u_{e_{i2}} \\ u_{e_{i3}} \\ u_{e_{i4}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Novamente, para o caso de robôs omnidirecionais, ajusta-se de maneira independente e simultânea, a orientação absoluta do robô.

3 Controladores NMPC

Os modelos obtidos anteriormente apresentam uma característica fortemente não-linear, são variantes no tempo e possuem restrições nas entradas e nos estados. Deste modo, necessitam-se desenvolver controladores capazes de considerar explicitamente tais características.

Uma alternativa que vem sendo bastante utilizada em diversos âmbitos do controle automático

são os controladores preditivos baseados em modelo não-lineares (*NMPC*), que passaram atender aos requisitos citados sem um custo computacional proibitivo, na medida em que se tornaram disponíveis recursos tecnológicos avançados.

No controle *NMPC* a saída do sistema é preta baseada nos seus estados atuais e modelos e a partir de otimização numérica é encontrado um perfil de controle em malha aberta, sendo aplicado apenas o primeiro sinal de controle ao sistema. No próximo instante de amostragem um novo perfil é obtido considerando informações mais recentes. Maiores detalhes sobre esta estratégia são encontrados em (Allgöwer et al., 2004).

A abordagem distribuída utilizada neste trabalho consiste em solucionar localmente o problema de seguimento de caminho para cada robô considerando informações da vizinhança através da utilização de um termo de acoplamento definido nas funções objetivo. Em tal abordagem a entrada a ser aplicada ao *i-ésimo* subsistema é dada pela solução, a cada período de amostragem, do seguinte problema de controle ótimo em malha aberta sob um horizonte finito:

$$\min_{\mathbf{u}_{e_i}(\cdot)} \int_t^{t+T_p} F_i(\mathbf{x}_{e_i}(\tau), \mathbf{u}_{e_i}(\tau), s_i, v_{nav_i}) d\tau, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeito a: } \dot{\mathbf{x}}_{e_i}(\tau) &= f_i(\mathbf{x}_{e_i}(\tau), \mathbf{u}_{e_i}(\tau)); \\ \mathbf{u}_{e_i} &\in \mathcal{U}_i \forall \tau \in [t, t + T_c]; \\ \mathbf{x}_{e_i} &\in \mathcal{X}_i \forall \tau \in [t, t + T_p], \end{aligned} \quad (11)$$

com:

$$\begin{aligned} F_i(\mathbf{x}_{e_i}(\tau), \mathbf{u}_{e_i}(\tau), s_i, v_{nav_i}) &= \mathbf{x}_{e_i}^T \mathbf{Q}_i \mathbf{x}_{e_i} + \mathbf{u}_{e_i}^T \mathbf{R}_i \mathbf{u}_{e_i} + \\ &+ \sum_{(i,j) \in \varepsilon} W_{u_i} \left(\frac{P(\Gamma_B)}{P(\Gamma_i)} v_{nav_i} - \frac{P(\Gamma_B)}{P(\Gamma_j)} v_{nav_j} \right)^2 + \\ &+ \sum_{(i,j) \in \varepsilon} W_{s_i} (s_i - s_j + p_{ij})^2. \end{aligned}$$

sendo:

j : índice representativo do elemento vizinho ao robô i ;

ε : conjunto dos vetores relativos entre os robôs;

p_{ij} : distância desejada entre os robôs i e j ;

$P(\Gamma_x)$: comprimento total do caminho Γ_x ;

$\mathbf{Q}_i, \mathbf{R}_i$: matrizes definidas positivas que ponderam os desvios nos valores desejados;

W_{u_i} e W_{s_1} : constantes de ponderação dos erros de coordenação.

Após o problema de otimização ser resolvido para o robô R_i no instante $t_{i,k}$, os valores de s_i e v_{nav_i} atuais e preditos são transmitidos para a sua vizinhança.

Os níveis de saturação dos sinais de controle são definidos em função das especificidades da plataforma experimental utilizada.

4 Resultados

Nesta seção são apresentados separadamente, resultados simulados obtidos para o controle de formação com robôs diferenciais e resultados reais utilizando robôs omnidirecionais. Em ambos os casos utiliza-se o pacote para otimização não-linear *DONLP2* (Spellucci, 1998), que baseia-se em programação quadrática sequencial, técnica bastante utilizada para os tipos de problema apresentados.

4.1 Robôs diferenciais

São definidos caminhos de referência circulares para cada robô. Tais caminhos são caracterizados em função do seguinte caminho de referência base Γ_B :

$$\begin{aligned} x(s_i) &= r_B \cos(s_i); \\ y(s_i) &= r_B \sin(s_i), \end{aligned} \quad (12)$$

Sendo $r_B = 1$ o raio do caminho de referência base utilizado nos experimentos.

As simulações foram feitas durante 1 minuto e com uma velocidade de navegação ao longo do caminho base, $v_{nav_{r_i}}$, igual a 0,5m/s e foram utilizados os parâmetros de sintonia ilustrados na Tabela 1. Os resultados obtidos estão ilustrados na Figura 4. Verifica-se o cumprimento de todos os objetivos e comprova-se a eficiência da técnica para este tipo de robô, já que mesmo sem especificar sob forma de restrição ao controle, os erros de formação se mantiveram inferiores a 5cm em módulo.

4.2 Robôs omnidirecionais

Para as avaliações práticas desta etapa utilizouse uma arquitetura composta de um robô real e dois virtuais, foram utilizados os parâmetros de sintonia ilustrados na Tabela 2 e foram mantidos v_{nav_B} e Γ_B do caso anterior.

\mathbf{Q}_i	$diag(0,05; 0,05; 0,05; 0,00005)$
\mathbf{R}_i	$diag(0,005; 0,005; 0,005; 0,00001)$
W_{s_i}	0,01
W_{u_i}	0,001

Tabela 1: Parâmetros de sintonia - Robôs diferenciais.

\mathbf{Q}_i	$diag(0,05; 0,05; 0,00005; 0,05)$
\mathbf{R}_i	$diag(0,01; 0,01; 0,00005; 0,01)$
W_{s_i}	0,05
W_{u_i}	0,0005

Tabela 2: Parâmetros de sintonia - Robôs omnidirecionais.

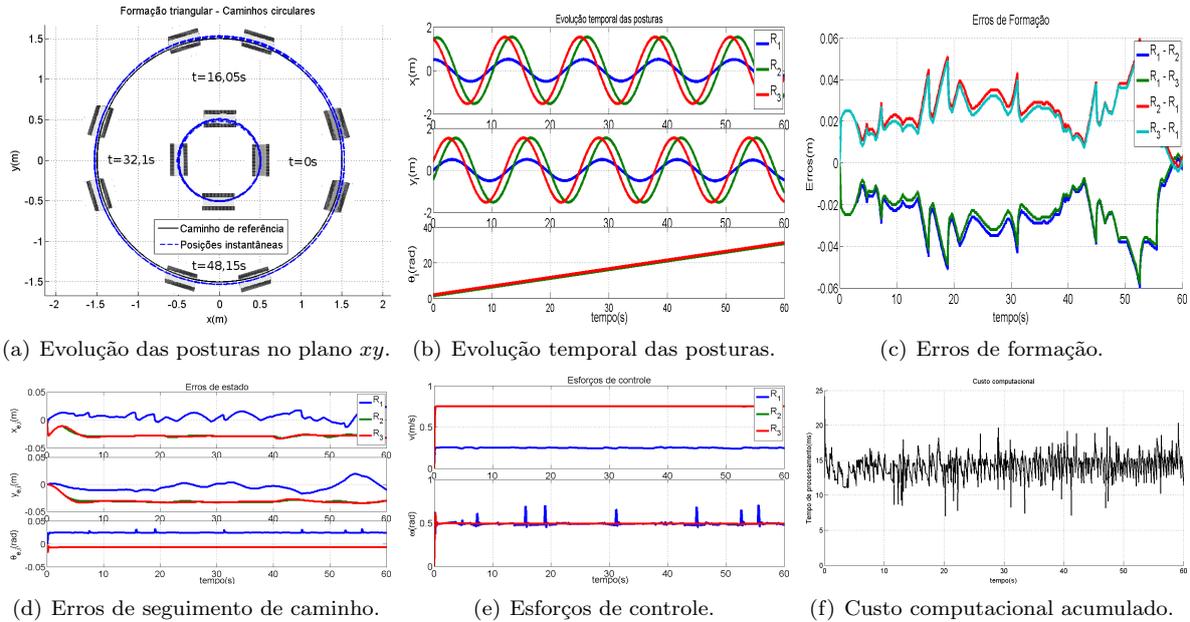


Figura 4: Controle de formação triangular em caminhos circulares - Robôs Diferenciais.

Objetiva-se verificar o desempenho dos controladores de formação, incluindo a técnica de saturação das ações de controle. O objetivo é fazer os robôs convergirem para seus caminhos de referência enquanto regulam o erro de formação.

Os resultados ilustrados na Figura 5 confirmam o atendimento dos objetivos de controle. Verifica-se que para o robô real, mesmo com as restrições para os estados sendo inicialmente violadas, conseguiu-se regular o erro de formação através da saturação nos sinais de controle. Tais sinais são ilustrados na Figura 5(e), sendo verificados picos em valores compatíveis com as restrições do problema.

5 Conclusões

Este artigo apresentou controladores formação baseados *NMPC* para robôs móveis diferenciais e omnidirecionais. A tarefa definida para formação foi seguir um dado de caminho de referência bidimensional. Foram adquiridos resultados simulados e reais que validam a técnica.

Primeiramente foram feitas simulações utilizando robôs diferenciais, objetivando validar a técnica para este tipo de robô, situação não verificada nas referências pesquisadas. Ficou comprovada a eficiência neste cenário, já que os objetivos de controle foram satisfeitos através de custos computacionais factíveis.

Em seguida foram obtidos resultados para o caso de controle de formação com robôs posicionados distantes dos caminhos e sem formação definida. Foi verificada a eficácia do acoplamento via função objetivo, já que foi dada maior prioridade à regulação da formação em detrimento a correção

dos erros de seguimento do caminho. Isto foi possível através da utilização da técnica de saturação dos sinais de controle. Tais esforços levaram os robôs a regiões próximas aos caminhos para posteriormente ser solucionado o problema integral.

Estes resultados permitem avaliações da técnica para casos de caminhos e formações variantes no tempo além de possibilitar o controle de formação com robôs de diferentes tipos.

Trabalhos futuros incluem provas de estabilidade e factibilidade, avaliações de desempenho com outros tipos de caminhos e formações e aquisição de resultados práticos utilizando robôs comerciais.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da *FA-PESB* (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia).

Referências

- Allgöwer, F., Findeisen, R. and Nagy, Z. K. (2004). Nonlinear model predictive control: From theory to application, *J. Chin. Inst. Chem. Engrs.* **35**(3): 299–315.
- Arai, T., Pagello, E. and Parker, L. (2002). Guest editorial: Advances in multirobot systems, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **18**(5): 655–661.
- Celeste, W. C., Filho, T. F. B. and Filho, M. S. (2008). Controle de seguimento de caminho com sinais de comando limitados aplicado a

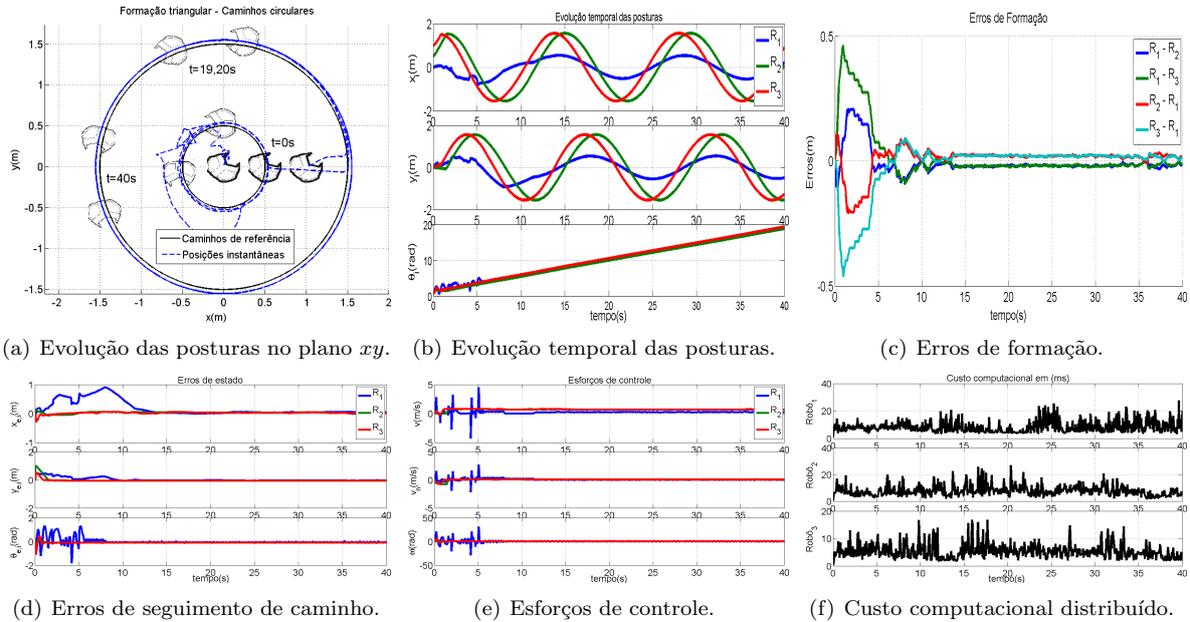


Figura 5: Controle de formação triangular em caminhos circulares - Robôs Omnidirecionais.

robôs móveis unicyclos, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática*.

- Chen, Y. Q. and Wang, Z. (2005). Formation control: a review and a new consideration, *Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 3181–3186.
- Das, A., Fierro, R., Kumar, V., Ostrowski, J., Spletzer, J. and Taylor, C. (2002). A vision-based formation control framework, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on* **18**(5): 813–825.
- Gazi, V. (2003). Swarm aggregations using artificial potentials and sliding mode control, *IEEE Transactions on Robotics* **21**: 1208–1214.
- Kanjanawanishkul, K. and Zell, A. (2008a). Distributed model predictive control for coordinated path following control of omnidirectional mobile robots, *Systems, Man and Cybernetics, 2008. SMC 2008. IEEE International Conference on*, pp. 3120–3125.
- Kanjanawanishkul, K. and Zell, A. (2008b). A model-predictive approach to formation control of omnidirectional mobile robots, *Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 2771–2776.
- Lavretsky, E. (2002). F/a-18 autonomous formation flight control systems design, In *aaGNC*, pages AIAA 2002-4757.
- Lim, H., Kang, Y., Kim, J. and Kim, C. (2009). Formation control of leader following unmanned ground vehicles using nonlinear model predictive control, *Advanced Intelligent Mechatronics, 2009. AIM 2009. IEEE/ASME International Conference on*, pp. 945–950.
- Monterey, B. A. R. I. (2006). Autonomous ocean sampling network, <http://www.mbari.org/aosn>.
- Murray, R. M. (2007). Recent research in cooperative control of multivehicle systems, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **129**(5): 571–583.
- Ribeiro, T. T., Santos, J. T., Conceição, A. S. and Costa, A. L. (2011). Sistema microprocessado de tempo real aplicado à robótica móvel, *Revista Jr de Iniciação Científica em Ciências Exatas e Engenharia* **2**: 23–31.
- Soetanto, D., Lapierre, L. and Pascoal, A. (2003). Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots, *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, Vol. 2, pp. 1765–1770 Vol.2.
- Spellucci, P. (1998). An SQP method for general nonlinear programs using only equality constrained subproblems, *Mathematical Programming* **82**: 413–448.
- Tan, K.-H. and Lewis, M. (1996). Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control, *Intelligent Robots and Systems '96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on*, Vol. 1, pp. 132–139 vol.1.