

# ANÁLISE DA NORMA NBR 7117 BASEADO NA ESTRATIFICAÇÃO OTIMIZADA DO SOLO A PARTIR DO ALGORITMO DE SUNDE E ALGORITMOS GENÉTICOS

ROONEY RIBEIRO A. COELHO, RICARDO SILVA THÉ PONTES.<sup>1</sup>

1. *Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Elétrica. Caixa-postal: 6001. Telefone: (85) 33669581, Campus do Pici, CEP: 60455-760 Fortaleza, CE - Brasil*  
*E-mails: rooneycoelho@dee.ufc.br; ricthe@dee.ufc.br*

**Abstract**—The conventional modeling of soil is a process which is highly susceptible to errors due to extrapolation of values. This paper proposes a methodology for soil stratification based on the minimization of the error, using the concept of genetic algorithms (GA), between a function of theoretical apparent resistivity and resistivity values measured in the field using the Wenner method. The values of stratification found in Annex B of the NBR 7117 standard will be optimized and the error between the experimental data and the theoretical curves with values found in the proposed rule will be confronted.

**Keywords**—Genetic Algorithms, Stratification, NBR7117.

**Resumo**—A modelagem convencional do solo é um processo bastante susceptível a erros devido a extrapolação de valores. Este trabalho propõe uma metodologia de estratificação do solo baseada na minimização do erro, utilizando o conceito de algoritmos genéticos (GA), entre uma função de resistividade aparente teórica e os valores de resistividade medidos em campo através do método de Wenner. Os valores da estratificação encontrados no anexo B da norma NBR 7117 serão otimizados e o erro entre os dados de campo e as curvas teóricas com valores encontrados na norma e os propostos neste trabalho serão confrontados.

**Palavras-chave**—Algoritmos Genéticos, Estratificação, NBR 7117.

## 1. Introdução

Este trabalho tem como objetivo aplicar as equações da modelagem eletromagnética do solo proposta por Sunde (Sunde, 1968) e o conceito de otimização multivariável através de algoritmos genéticos ao problema de estratificação do solo.

O modelo proposto neste trabalho será aplicado aos exemplos de estratificação do solo por métodos convencionais encontrados no anexo B da norma brasileira de medição da resistividade e determinação da estratificação do solo NBR 7117.

Os resultados e modelos encontrados em (ABNT NBR 7117, 2012) serão avaliados e confrontados com os modelos apresentados neste trabalho.

## 2. O Algoritmo de Sunde

O algoritmo de Sunde consiste em encontrar de maneira recursiva a função característica para o potencial elétrico na superfície de um solo estratificado em camadas horizontais. Este método consiste em determinar a curva teórica de resistividade aparente a partir dos parâmetros da estratificação do solo, a mesma mostra o comportamento da resistividade do solo para uma variação na profundidade do solo.

### 2.1. Determinação da função potencial elétrico para um meio homogêneo

Como mostrado na figura 1, assumindo um meio homogêneo e isotrópico de resistividade  $\rho_0$ , a equação básica para o potencial elétrico  $V_0$  gerado por uma fonte de corrente pontual  $I$  e uma constante de propagação de onda  $\lambda$ , situado na superfície do solo desprezando a corrente de deslocamento, é dado por:

$$V_0(x, z) = \frac{\rho_0 I}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (1)$$

onde  $J_0$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero.

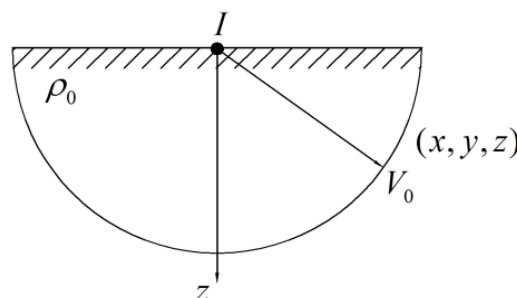


Fig. 1. Potencial elétrico em qualquer ponto do solo. Fonte: Adaptado de (Taliahashi, et al., 1990).

## 2.2. Determinação da função potencial elétrico para um meio estratificado em multicamadas horizontais

Como mostrado na figura 2, assumindo um meio heterogêneo estratificado em camadas horizontais. Temos a função potencial elétrico em uma estratificação arbitrária de  $N$  camadas  $V_N(x, z)$  definida como:

$$V_N(x, z) = V_0(x, z) +$$

$$\frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty \{f_N(\lambda) e^{-\lambda z} + g_N(\lambda) e^{\lambda z}\} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (2)$$

Onde  $f_N(\lambda)$  e  $g_N(\lambda)$  são funções desconhecidas, que são determinadas aplicando condições de contorno ao problema. Sendo as condições de contorno utilizadas:

1.  $z \rightarrow \infty, V_N \rightarrow 0$ , representando o terra remoto no infinito.
2.  $z = 0, \frac{\partial V_1}{\partial z} = 0$ , representando o ar como isolante perfeito.
3.  $z = h_{eq}, V_{N-1} = V_N$ , sendo  $h_{eq}$  a espessura da camada equivalente e  $V_{N-1}$  e  $V_N$  sendo a representação da continuidade do potencial elétrico na transição das camadas.
4.  $z = h_{eq}, \left(\frac{1}{\rho_{N-1}}\right) \left(\frac{\partial V_{N-1}}{\partial z}\right) = \left(\frac{1}{\rho_N}\right) \left(\frac{\partial V_N}{\partial z}\right)$ , representando a continuidade da corrente elétrica na transição de camadas.

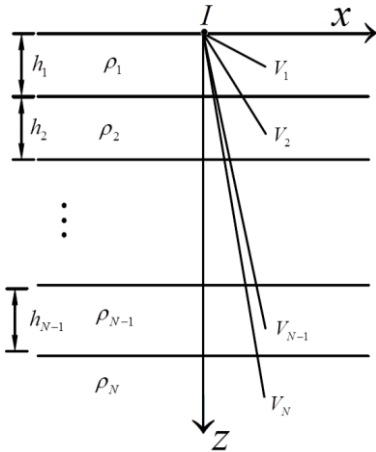


Fig. 2. Potencial elétrico em qualquer ponto de um solo estratificado em multicamadas horizontais. Fonte: Adaptado de (Taliahashi, et al., 1990).

Aplicando as condições de contorno previamente comentadas na equação (2), chegamos a equação do potencial elétrico na superfície do solo:

$$V_N(x) = \frac{\rho_1 I}{2\pi x} (1 + F_N(x)) \quad (3)$$

sendo:

$$F_N(x) = 2x \int_0^\infty \frac{K_{N1} e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_{N1} e^{-2\lambda h_1}} J_0(\lambda x) d\lambda \quad (4)$$

e

$$K_{N1} = \frac{k_1 + K_{N2} e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 + K_{N2} e^{-2\lambda h_2}} \dots$$

$$\dots K_{NS} = \frac{k_S + K_{NS+1} e^{-2\lambda h_{S+1}}}{1 + k_S + K_{NS+1} e^{-2\lambda h_{S+1}}} \dots K_{NN-1} = k_{N-1} \quad (5)$$

onde:

$$k_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \dots k_S = \frac{\rho_{S+1} - \rho_S}{\rho_{S+1} + \rho_S} \dots$$

$$\dots k_{N-1} = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}} \quad (6)$$

A formulação apresentada nas equações de (1) a (6) pode ser encontrada com detalhes em (Sunde, 1968).

## 2.3. Aplicação da função potencial elétrico no método de Wenner

O método de prospecção geolétrica de Wenner consiste em injetar uma corrente elétrica no solo por eletrodos de corrente e medir o gradiente de potencial gerado entre dois eletrodos de potencial, como mostra a figura 3.

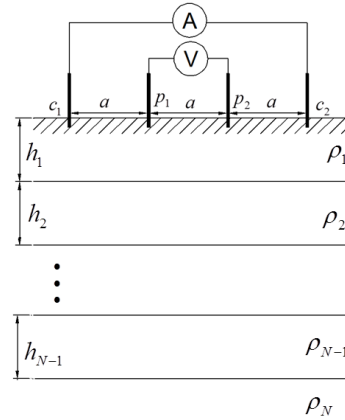


Fig. 3. Esquema para o levantamento da curva de resistividade aparente em campo pelo método de Wenner.  $C_1$  e  $C_2$  são os eletrodos de corrente e  $P_1$  e  $P_2$  são os eletrodos de potencial. Fonte: Adaptado de (Taliahashi, et al., 1990).

Aplicando a função potencial (3) considerando o espaçamento  $a$  entre as hastes no método de Wenner chegamos a expressão:

$$V_N = V_2 - V_3 = (V_{21} + V_{24}) - (V_{31} + V_{34}) =$$

$$= \frac{\rho_1 I}{2\pi a} (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (7)$$

A mesma será inserida na fórmula de Palmer simplificada (8), que despreza o efeito da profundidade dos eletrodos auxiliares:

$$\rho_a T = 2\pi a \frac{V_N}{I} \quad (8)$$

Após algumas manipulações algébricas, chegamos a equação da resistividade aparente teórica:

$$\rho_a T = \rho_1 (1 + 2F_N(a) - F_N(2a)) \quad (9)$$

### 3. Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos (GA) são um ramo dos algoritmos evolucionários, podendo ser definidos como uma técnica de busca baseada numa metáfora do processo biológico de evolução natural.

Os algoritmos genéticos são técnicas heurísticas de otimização global baseados nos mecanismos de seleção natural e genética.

O mesmo consiste na criação de populações de indivíduos que são submetidos aos operadores genéticos:

- Seleção
- Recombinação (crossover)
- Mutação.

Estes operadores utilizam uma caracterização da qualidade de cada indivíduo como solução do problema em questão chamada de avaliação ou fitness, gerando um processo de evolução natural destes indivíduos.

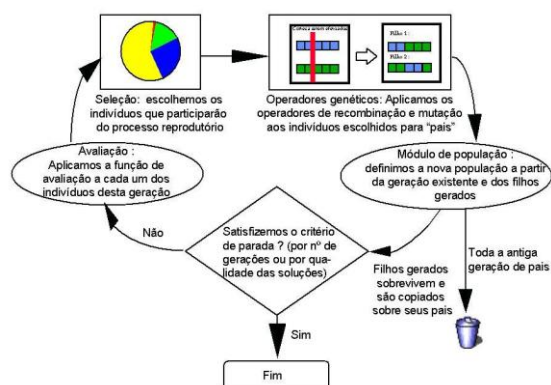


Fig. 4. Representação simplificada do funcionamento de um GA. Fonte: (Linden, 2006)

#### 3.1. Codificação dos cromossomos e determinação da função fitness

Neste trabalho foi utilizada a codificação real do cromossomo ao invés da codificação binária, modelo baseado em (Calixto, 2012) que segundo o mesmo torna possível a exploração em um tempo reduzido.

Genes de resistividade das camadas

$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
----------	----------	----------

Cromossomo codificado

$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$h_1$	$h_2$
----------	----------	----------	-------	-------

Genes de espessura das camadas

$h_1$	$h_2$
-------	-------

Fig. 5. Representação da codificação do cromossomo. Fonte: Adaptado de (Calixto, 2012).

Para a codificação do cromossomo foi criado um vetor  $x$  contendo como genes os valores de resistividade das  $N$  camadas e a espessura das mesmas

(com exceção da última que é infinita) como mostra a figura 5.

$$x = [\rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_N \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{N-1}] \quad (10)$$

Para a função de avaliação foi adotada a função proposta em (Calixto, 2012), a qual atribui um valor baseado na soma dos módulos dos erros percentuais entre os dados obtidos em campo e os dados estimados através da curva teórica.

$$f(x) = \sum_{i=1}^z \left| \frac{\rho_a E_i(a_i) - \rho_a T_i(a_i, x)}{\rho_a E_i(a_i)} \right| \cdot 100 \quad (11)$$

#### 3.2. Aplicação do GA ao problema de estratificação do solo

O problema de estratificação do solo pode ser tratado como um problema de otimização, onde devemos minimizar a função fitness, a qual aproxima o valor da curva teórica com a curva de campo. Feito isso encontramos os valores otimizados de resistividade das camadas e respectivas espessuras.

#### 3.3. Parâmetros adotados na implementação do GA

Para o GA proposto foi utilizado uma população de 20 indivíduos, onde cada um está em uma faixa de valores de resistividade e espessura de camadas (variável de acordo com o problema a ser resolvido).

Para a seleção foi utilizada a roleta viciada e foram adotados taxa de cruzamento e mutação variável de acordo com a evolução das gerações, buscando sempre explorar novas soluções. A taxa de cruzamento inicial é de 90% e a de mutação inicial é de 1%, ao decorrer das gerações, as mesmas são variadas em um passo de 5% do valor inicial (o cruzamento decresce e a mutação aumenta).

Para preservar a melhor solução foi considerado também o elitismo, onde a melhor solução é transferida para a geração seguinte.

## 4. Resultados

Os resultados obtidos neste trabalho são baseados na aplicação do procedimento explanado nos exemplos do anexo B da norma NBR 7117.

#### 4.1. Estudo de caso 1 – NBR 7117: Anexo B1

Neste problema a norma utiliza para a estratificação do solo um método simplificado de duas camadas, esse procedimento deveria ser restrito a curvas que possuíssem apenas um ponto de inflexão e comportamento assintótico (Kindermann, et al., 2011).

Visto que o procedimento para a escolha dos valores de resistividade da primeira e segunda camada é bastante subjetivo pois é necessária a extrapolação da curva tanto para a determinação do valor de resistividade da primeira quanto da segunda camada, pode-se esperar um erro bastante elevado entre os valo-

res de campo e a curva teórica obtida através da metodologia apresentada neste trabalho.

O modelo mais adequado para este problema é o modelo de três camadas pois o mesmo apresenta dois pontos de inflexão, este problema também foi apontado segundo referência (Calixto, 2012). A curva de resistividade aparente teórica para o modelo otimizado de duas e três camadas junto aos valores de resistividade e espessura das camadas e o resultado da função de avaliação é mostrado na figura 8.

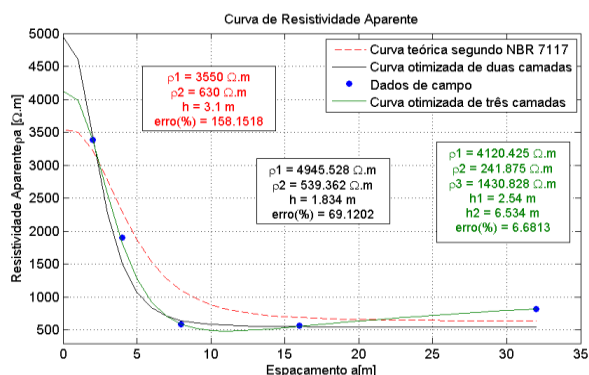


Fig. 8. Aplicação da metodologia apresentada ao problema de estratificação do solo encontrado no anexo B1 de (ABNT NBR 7117, 2012).

#### 4.2. Estudo de caso 2 – NBR 7117: Anexo B2

Neste problema a norma utiliza para a estratificação do solo o método gráfico de curvas-padrão e auxiliar, a mesma adota um modelo de três camadas para a estratificação do solo.

Neste exemplo a curva de resistividade aparente experimental realmente possui características de um modelo de solo de três camadas, embora os valores encontrados em (ABNT NBR 7117, 2012) tenham sido bons, os mesmos não estão otimizados. A curva de resistividade aparente teórica para o modelo otimizado de três camadas junto aos valores de resistividade e espessura das camadas e o resultado da função de avaliação é mostrado segundo figura 9.

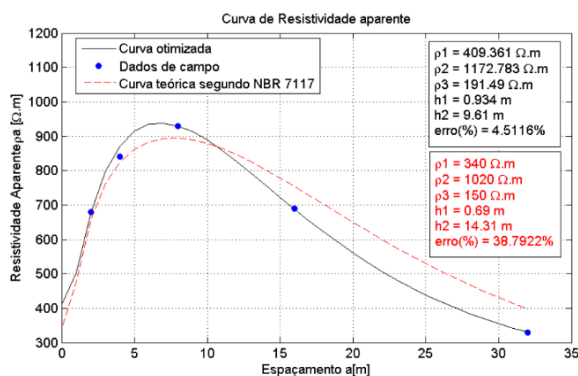


Fig. 9. Aplicação da metodologia apresentada ao problema de estratificação do solo encontrado no anexo B2 de (ABNT NBR 7117, 2012).

#### 4.3. Estudo de caso 3 – NBR 7117: Anexo B3

Neste problema a norma utiliza para a estratificação do solo o método de Pirson, adotando um modelo de cinco camadas para a estratificação do solo.

A curva de resistividade aparente experimental para este problema apresenta somente dois pontos de inflexão, o que caracteriza um modelo de três camadas para o solo.

Neste caso a modelagem por cinco camadas apesar de ser desnecessária não é errada, porém o procedimento realizado pela norma além de bastante extenso, não gerou bons resultados. Ao se traçar a curva de resistividade teórica utilizando os valores sugeridos pela mesma, a respectiva curva teórica não se aproxima dos dados de campo.

Foi desenvolvida um modelo de três camadas para a solução deste problema. A curva de resistividade aparente teórica para o modelo otimizado de três camadas junto aos valores de resistividade e espessura das camadas e o resultado da função de avaliação é mostrado segundo figura 10.

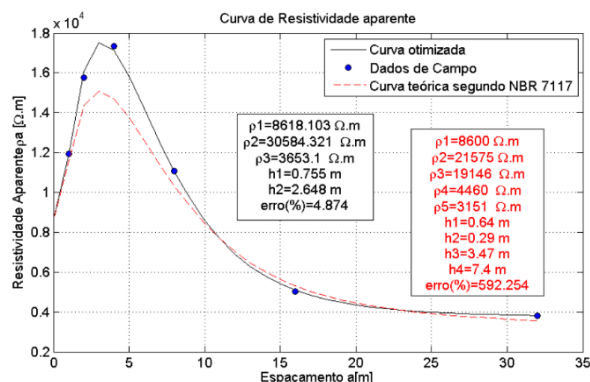


Fig. 10. Aplicação da metodologia apresentada ao problema de estratificação do solo encontrado no anexo B3 de (ABNT NBR 7117, 2012).

#### 4.4. Resumo dos resultados obtidos

No primeiro estudo de caso, a norma NBR 7117 adota um modelo de duas camadas apresentando um erro bastante considerativo, pois a modelagem adequada era de um solo de três camadas. Este mesmo erro não foi obtido pela mesma no segundo estudo de caso, onde o erro foi o menor entre os casos apresentados.

No último estudo de caso a norma apresenta uma modelagem desnecessária de cinco camadas para uma curva que apresenta somente dois pontos de inflexão, característica de um solo de três camadas. Mesmo com uma modelagem de cinco camadas o erro apresentado foi o maior entre os casos.

Os valores da função de avaliação, que é a soma dos erros entre os dados de campo e a curva teórica, e a modelagem adotada é mostrado conforme a tabela 1.

## Referências Bibliográficas

Tabela 1. Resumo dos resultados obtidos.

Caso	Erro absoluto(%) : Resultado da função fitness			
	Modelagem utilizada na norma NBR 7117		Modelagem Proposta	
B1	2 camadas	158,1518	2 camadas	69,1202
			3 camadas	6,6813
B2	3 camadas	38,7922	3 camadas	4,5116
B3	5 camadas	592,254	3 camadas	4,874

## 5. Conclusão

A metodologia apresentada para a estratificação na NBR 7117 consiste em quatro métodos:

- Método simplificado;
- Método gráfico de curvas padrão e auxiliar;
- Método de Pirson;
- Segundo método de Tagg.

A estratificação segundo a norma é desenvolvida baseada na interpretação de gráficos e interpolação de tabelas. Este método é bastante susceptível a erros, pois existe uma grande parcela do mesmo nas aproximações realizadas e devido à grande incerteza na estimativa de parâmetros.

A estimativa da resistividade da primeira camada do solo que é encontrada através da extrapolação dos valores da curva de resistividade aparente experimental é necessária para todos os exemplos encontrados no anexo B da norma. Este fato junto a constante interpolação linear de uma função não linear através das tabelas geram erros que tornam imprecisa a estratificação realizada.

A metodologia aqui proposta tem aplicação em qualquer problema de estratificação do solo em camadas horizontais, encontrando valores otimizados para o mesmo. Apesar norma deixa bem claro que todos os métodos apresentados pela mesma são baseados na resolução da equação proposta por Sunde (9) e que a mesma pode ser resolvida através de softwares computacionais, uma metodologia de estratificação otimizada do solo partindo de (9) poderia ser incluída como um dos anexos da norma, pois em todos os estudos de caso realizados neste trabalho é possível notar que essa metodologia apresenta um erro consideravelmente menor entre os valores experimentais e a curva teórica desenvolvida.

## Agradecimentos

À Companhia Energética do Ceará – Coelce e a Eletrobras - Centrais Elétricas Brasileiras S.A. pelo apoio ao projeto de avaliação de sistemas de aterramento do programa de pós graduação em engenharia elétrica da Universidade Federal do Ceará.

E. D. Sunde, *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, New Cork: MacMilan, 1968.

ABNT, NBR 7117: Medição de resistividade e determinação da estratificação do solo, 2012.

T. Taliahashi e T. Kawase, "ANALYSIS OF APPARENT RESISTIVITY IN A MULTI-LAYER EARTH STRUCTURE," *IEEE Transactions on Power Delivery*, pp. 604-612, 2 April 1990.

R. Linden, *Algoritmos Genéticos: uma importante ferramenta da inteligência computacional*, Rio de Janeiro: Brasport, 2006.

W. P. Calixto, *Métodos Matemático e Computacional Aplicados a Prospecção Geométrica com Estratificação Tridimensional*, Uberlândia- Minas Gerais- Brasil & Coimbra- Portugal: UFU/FEELT & UC/ISR, 2012.

G. Kindermann e J. M. Campanolo, *Aterramento Elétrico*, Florianópolis - SC: LabPlan, 2011.