

CONTROLE ADAPTATIVO POR POSICIONAMENTO DE POLOS E ESTRUTURA VARIÁVEL PARA PLANTAS SEM ZEROS

FRANCISCO C. SILVA JÚNIOR*, JOSENALDE B. OLIVEIRA†, ALDAYR D. ARAÚJO‡

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Campus Natal - Zona Norte
Natal, RN, Brasil*

†*Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Escola Agrícola de Jundiaí
Macaíba, RN, Brasil*

‡*Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Departamento de Engenharia Elétrica
Natal, RN, Brasil*

Emails: francisco.junior@ifrn.edu.br, josenalde@eaj.ufrn.br, aldayr@dca.ufrn.br

Abstract— This paper shows the design and the stability analysis of a Variable Structure Adaptive Pole Placement Controller (VS-APPC) for linear time invariant plants with no zeros. The VS-APPC was proposed in previous papers and it provides a fast and somewhat oscillatory transient. Besides, it suggests robustness to parameter uncertainties and disturbances, by using switching adaptive laws for the plant parameters, instead of the traditional integral ones, as the gradient method, for example. Additionally, simulation results are shown.

Keywords— Adaptive Control, Pole Placement, Variable Structure Systems, Plants with no Zeros.

Resumo— Este artigo apresenta o projeto e a análise de estabilidade de um Controlador Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável (VS-APPC) para plantas lineares invariantes no tempo sem zeros. O VS-APPC foi proposto em trabalhos anteriores e provê um transitório rápido e pouco oscilatório. Além disso, ele sugere robustez a incertezas paramétricas e perturbações, por usar leis adaptativas chaveadas para os parâmetros da planta, ao invés das leis integrais tradicionais, como o método do gradiente, por exemplo. Adicionalmente, são apresentados resultados de simulação.

Palavras-chave— Controle Adaptativo, Posicionamento de Pólos, Sistemas com Estrutura Variável, Plantas sem Zeros.

1 Introdução

O controle de plantas desconhecidos ou parcialmente conhecidos é objeto de estudo da área de sistemas de controle adaptativo.

Quando falamos sobre controladores adaptativos, estamos nos referindo a controladores que mudam seu comportamento conforme novas circunstâncias. Técnicas de controle adaptativo têm sido cada vez mais usadas em sistemas de controle industriais. Entretanto, apesar do crescimento significativo na literatura da teoria de controle adaptativo robusto nos últimos anos, algumas classes de sistemas permanecem como objeto de estudo, como por exemplo os sistemas de fase não mínima (Liao et al., 2009), os sistemas com atraso de transporte (Zifang et al., 2007), etc.

Embora a melhoria do comportamento transitório de tais controladores tenha evoluído ao longo do tempo, em algumas aplicações os resultados obtidos por sistemas adaptativos convencionais podem não ser satisfatórios, devido às oscilações dependentes das condições iniciais, ao sobresinal característico e à lenta convergência, notadamente quando se usa algum tipo de normalização.

Em contraste à maioria dos controladores adaptativos, o Controle por Estrutura Variável

(*Variable Structure Control* - VSC) emprega funções de controle não lineares e pode ser usado para gerar um sinal de controle a partir de um mecanismo de chaveamento paramétrico, não havendo adaptação paramétrica explícita. Ao longo dos anos, a teoria de Sistemas com Estrutura Variável (*Variable Structure Systems* - VSS) (Utkin, 1978) tem sido bastante utilizada no tratamento de problemas de sistemas de controle, principalmente na forma conhecida como Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control* - SMC). Neste método, as funções de chaveamento das variáveis de controle devem ser projetadas de modo a restringir a dinâmica do sistema a uma superfície chamada *superfície deslizante*. Os VSS têm como principais características a rapidez do transitório e a robustez a variações paramétricas e perturbações, dentro de uma faixa de tolerância estipulada no projeto.

Algumas estratégias propostas enfocam a possibilidade de combinar VSC e controle adaptativo, para melhorar a robustez e os desempenhos dos esquemas de controle resultantes. Integrando-se duas ou mais técnicas distintas, é possível obter bons resultados, já que se explora o que cada técnica tem de melhor. Seguindo esse conceito, foi proposto o Controlador Adaptativo por Mo-

delo de Referência e Estrutura Variável (*Variable Structure Model Reference Adaptive Control* - VS-MRAC) (Hsu and Costa, 1989), onde leis chaveadas são utilizadas em substituição às leis adaptativas integrais (Narendra and Valavani, 1978) do Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control* - MRAC) e somente a entrada e a saída são mensuráveis. O VS-MRAC apresentou resultados interessantes de robustez a variações paramétricas, assim como a perturbações externas e a dinâmica não modelada, assim como um bom desempenho transitório (Hsu and Costa, 1992).

Recentemente, outros trabalhos tiveram como base o VS-MRAC original para propor melhorias ao projeto, mantendo sua robustez e seu desempenho rápido. O Controlador em Modo Dual Adaptativo Robusto (*Dual Mode Adaptive Robust Controller* - DMARC) propõe uma transição entre os controladores VS-MRAC e MRAC, de maneira a se conseguir um sistema robusto, com desempenho rápido e pouco oscilatório e um sinal de controle suave em regime permanente (Cunha et al., 2009). Já o Controlador Adaptativo Indireto por Modelo de Referência e Estrutura Variável (*Indirect Variable Structure Model Reference Adaptive Controller* - IVS-MRAC), dentre outras características, fornece uma menor complexidade no projeto do algoritmo que o caso direto e reduz a amplitude do sinal de controle e o número de relés (Oliveira and Araújo, 2008).

Este artigo tem como objetivo apresentar a análise de estabilidade de um controlador adaptativo por posicionamento de pólos, aplicável a plantas monovariáveis (*Single Input Single Output* - SISO) e lineares invariantes no tempo (*Linear Time Invariant* - LTI) sem zeros, que agrega as características dos sistemas com estrutura variável para garantir robustez a variações paramétricas e perturbações, além de apresentar resultados de simulação. Esta técnica foi apresentada em trabalhos anteriores tanto no caso de sistemas de primeira ordem (Silva Jr. et al., 2004; Silva Jr. and Araújo, 2011), como no caso de sistemas de ordem superior (Silva Jr. and Araújo, 2005), e obteve bons resultados práticos (Silva Jr. and Araújo, 2006; Ribeiro et al., 2006). Denominada Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável (*Variable Structure Adaptive Pole Placement Control* - VS-APPC), esta técnica é derivada do APPC e foi motivada pelo sucesso obtido com o VS-MRAC.

O VS-APPC, apresentado neste artigo, agrega ao projeto as características presentes em outros controladores com estrutura variável e é aplicável a plantas SISO LTI de qualquer ordem sem zeros.

Muitos sistemas físicos podem ser modelados por sistemas sem zeros, como por exemplo os sistemas térmicos, os sistemas de controle de motor de corrente contínua e os sistemas do tipo

$G(s) = \omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$, entre outros.

2 Parametrização da Planta

Nesta seção, será apresentada uma parametrização para plantas SISO LTI, sem zeros e de ordem arbitrária, que será útil para os cálculos dos parâmetros da planta e do controlador a serem apresentados em seções posteriores deste artigo.

Considere a seguinte planta SISO LTI

$$y = \frac{Z(s)}{R(s)} = \frac{b}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (1)$$

onde b, a_{n-1}, \dots, a_1 e a_0 são constantes desconhecidas e um sinal de controle u deve ser escolhido de maneira que os polos da planta em malha fechada sejam as raízes de um polinômio Hurwitz mônico $A^*(s)$, conhecido como polinômio característico, e y siga um sinal de referência constante $r, \forall t \geq 0$.

A Equação (1) pode ser expressa como uma equação diferencial de ordem n dada por

$$y^{(n)} = -a_{n-1}y^{(n-1)} - \dots - a_1y^{(1)} - a_0y + bu \quad (2)$$

Segue de (2) que o erro de rastreamento $e_1 = y - r$ satisfaz

$$e_1^{(n)} = -a_{n-1}e_1^{(n-1)} - \dots - a_1e_1^{(1)} - a_0y + bu \quad (3)$$

Operando cada lado de (3) com $s \triangleq \frac{d}{dt}$, obtém-se

$$e_1^{(n+1)} = -a_{n-1}e_1^{(n)} - \dots - a_1e_1^{(2)} - a_0e_1^{(1)} + bu^{(1)} \quad (4)$$

Adicionando o termo $\alpha^{*\top}\varepsilon$ em cada lado de (4), obtém-se a seguinte representação:

$$e_1^{(n+1)} + \alpha^{*\top}\varepsilon = \theta^{*\top}\psi + \alpha^{*\top}\varepsilon \quad (5)$$

onde

$$\alpha^* = [\alpha_n^*, \alpha_{n-1}^*, \dots, \alpha_1^*, \alpha_0^*]^\top \in \mathfrak{R}^{n+1}$$

$$\varepsilon = [e_1^{(n)}, e_1^{(n-1)}, \dots, e_1^{(1)}, e_1]^\top \in \mathfrak{R}^{n+1}$$

$$\theta^* = [b, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0]^\top \in \mathfrak{R}^{n+1}$$

$$\psi = [u^{(1)}, -e_1^{(n)}, \dots, -e_1^{(2)}, -e_1^{(1)}]^\top \in \mathfrak{R}^{n+1}$$

e α_i^* são os coeficientes do polinômio característico $A^*(s)$, ou seja,

$$A^*(s) = s^{n+1} + \alpha_n^*s^n + \alpha_{n-1}^*s^{n-1} + \dots + \alpha_1^*s + \alpha_0^* \quad (6)$$

Reescrevendo a Equação (5) na forma de um modelo paramétrico linear, tem-se

$$e_1 = W(s)(\theta^{*\top}\psi + \alpha^{*\top}\varepsilon) \quad (7)$$

onde

$$W(s) = \frac{1}{s^{n+1} + \alpha_n^*s^n + \dots + \alpha_1^*s + \alpha_0^*} = \frac{1}{A^*(s)}$$

Pode-se reescrever (7) na forma

$$e_1 = W(s)L(s)(\theta^{*\top}\phi + \alpha^{*\top}\xi) \quad (8)$$

onde

$$\phi = L^{-1}(s)\psi, \quad \xi = L^{-1}(s)\varepsilon$$

e $L(s)$ é um polinômio escolhido de maneira que $L^{-1}(s)$ seja uma função de transferência própria estável e $W(s)L(s)$ seja uma função de transferência estritamente real positiva (ERP) e estritamente própria.

3 Lei de Controle

Quando se conhece exatamente os parâmetros da planta em (1), pode-se considerar a seguinte lei de controle por posicionamento de polos:

$$Q_m(s)u = -P_c(s)(y - r) \quad (9)$$

onde $P_c(s)$ é um polinômio de grau n a ser encontrado e $Q_m(s)$ é o modelo interno de r , ou seja, r é assumido satisfazer

$$Q_m(s)r = 0 \quad (10)$$

Como o sinal r está sendo considerado constante, $\forall t \geq 0$, tem-se que $Q_m = s$.

Aplicando (9) à planta (1), obtém-se a equação da planta em malha fechada

$$y = \frac{Z(s)P_c(s)}{Q_m(s)R(s) + P_c(s)Z(s)}r \quad (11)$$

cuja equação característica

$$Q_m(s)R(s) + P_c(s)Z(s) = 0 \quad (12)$$

tem ordem $n + 1$. Com isso, o objetivo é escolher $P_c(s)$, tal que

$$Q_m(s)R(s) + P_c(s)Z(s) = A^*(s) \quad (13)$$

seja satisfeita pelo polinômio $A^*(s)$ de grau $n + 1$. Como $Q_m(s)R(s)$ e $Z(s)$ são coprimos, a solução para $P_c(s)$ existe e é única (Ioannou and Sun, 1996).

Devido ao fato do vetor $\theta^* = [b, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0]^\top$ ser desconhecido, utilizaremos a mesma lei de controle, mas com o polinômio do controlador $P_c(s) = p_n s^n + \dots + p_1 s + p_0$ calculado utilizando o vetor de estimativas θ no lugar de θ^* , em cada tempo t , como se seus elementos fossem os verdadeiros parâmetros da planta, assim como é feito quando se utiliza leis de estimação de parâmetros convencionais, de acordo com o princípio de equivalência à certeza (Edgart, 1979). Portanto, $\hat{P}_c(s) = \hat{p}_n s^n + \dots + \hat{p}_1 s + \hat{p}_0$ é gerado resolvendo a seguinte equação polinomial

$$Q_m(s)\hat{R}(s) + \hat{P}_c(s)\hat{Z}(s) = A^*(s) \quad (14)$$

para $\hat{p}_n, \hat{p}_{n-1}, \dots, \hat{p}_1$ e \hat{p}_0 sendo calculados a partir das estimativas dos parâmetros da planta $\hat{b}(t)$,

$\hat{a}_{n-1}(t), \hat{a}_{n-2}(t), \dots, \hat{a}_1(t)$ e $\hat{a}_0(t)$, como parâmetros congelados em cada tempo t .

A solução única da Equação Diofantina (14) é dada por

$$\begin{cases} \hat{p}_i = \frac{\alpha_i^* - \hat{a}_{i-1}}{\hat{b}}, & i = 1, 2, \dots, n \\ \hat{p}_0 = \frac{\alpha_0^*}{\hat{b}} \end{cases} \quad (15)$$

onde $\hat{b} \neq 0$.

Considerando o polinômio $\hat{P}_c(s)$, o sinal de controle é calculado de maneira semelhante a (9), ou seja,

$$Q_m(s)u = -\hat{P}_c(s)(y - r) \quad (16)$$

Portanto,

$$u = \frac{-\hat{p}_n s^n - \hat{p}_{n-1} s^{n-1} - \dots - \hat{p}_1 s - \hat{p}_0}{s} e_1 \quad (17)$$

A partir da definição apresentada em (8), tem-se que

$$\phi_1 = \frac{su}{L(s)} \quad (18)$$

Substituindo (17) em (18), obtém-se

$$\phi_1 = \frac{-\hat{p}_n s^n - \hat{p}_{n-1} s^{n-1} - \dots - \hat{p}_1 s - \hat{p}_0}{L(s)} e_1 \quad (19)$$

ou seja,

$$\phi_1 = -\hat{p}^\top \xi \quad (20)$$

onde

$$\hat{p} = [\hat{p}_n, \hat{p}_{n-1}, \dots, \hat{p}_1, \hat{p}_0]^\top \quad (21)$$

Para os demais termos de ϕ , tem-se

$$\phi_i = -\frac{s^{n-i+2} e_1}{L(s)} = -\xi_{i-1} \quad (22)$$

para $i = 2, 3, \dots, n + 1$.

4 Análise de Estabilidade

Considera-se a seguinte representação de espaço de estado de (8):

$$\begin{cases} \dot{e} = A_c e + B_c(\theta^{*\top}\phi + \alpha^{*\top}\xi) \\ e_1 = C_c^\top e \end{cases} \quad (23)$$

onde A_c , B_c e C_c são as matrizes associadas com uma representação de espaço de estados que tem como função de transferência $W(s)L(s) = C_c^\top (sI - A_c)^{-1} B_c$.

Considera-se agora a seguinte candidata à função de Lyapunov para a equação diferencial em (23):

$$V(e) = \frac{e^\top P e}{2} \quad (24)$$

onde $P = P^\top > 0$ satisfaz as equações algébricas

$$\begin{cases} A_c^\top P + P A_c = -2Q \\ P B_c = C_c \end{cases} \quad (25)$$

para alguma matriz $Q = Q^\top > 0$. A Equação (25) é garantida pela propriedade ERP de $W(s)L(s) = C_c^\top(sI - A_c)^{-1}B_c$ e pelo Lema de Kalman-Yakubovich (Andrievsky et al., 1996).

A derivada no tempo \dot{V} é dada por

$$\dot{V}(e) = -e^\top Qe + e^\top PB_c(\theta^{*\top}\phi + \alpha^{*\top}\xi) \quad (26)$$

Sabe-se de (25) que $PB_c = C_c$, o que implica que $e^\top PB_c = e^\top C_c = e_1$. Portanto, (26) pode ser reescrita como

$$\dot{V}(e) = -e^\top Qe + e_1\theta^{*\top}\phi + e_1\alpha^{*\top}\xi \quad (27)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe + e_1b\phi_1 + e_1a_{n-1}\phi_2 + \dots + \\ & + e_1a_0\phi_{n+1} + e_1\alpha_n^*\xi_1 + e_1\alpha_{n-1}^*\xi_2 + \dots + \\ & + e_1\alpha_1^*\xi_n + e_1\alpha_0^*\xi_{n+1} \end{aligned}$$

Adicionando e subtraindo o termo $e_1\hat{b}\phi_1$ em (27), tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe + e_1b\phi_1 - e_1\hat{b}\phi_1 + e_1\hat{b}\phi_1 \\ & + e_1a_{n-1}\phi_2 + \dots + e_1a_0\phi_{n+1} + e_1\alpha^{*\top}\xi \end{aligned}$$

Substituindo ϕ_1 no termo $e_1\hat{b}\phi_1$ conforme (20), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe + e_1b\phi_1 - e_1\hat{b}\phi_1 - e_1\hat{b}\hat{p}^\top\xi \\ & + e_1a_{n-1}\phi_2 + \dots + e_1a_0\phi_{n+1} + e_1\alpha^{*\top}\xi \end{aligned}$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe + e_1b\phi_1 - e_1\hat{b}\phi_1 - e_1\hat{b}\hat{p}_n\xi_1 \\ & - e_1\hat{b}\hat{p}_{n-1}\xi_2 - \dots - e_1\hat{b}\hat{p}_1\xi_n - e_1\hat{b}\hat{p}_0\xi_{n+1} \\ & + e_1a_{n-1}\phi_2 + \dots + e_1a_0\phi_{n+1} + e_1\alpha^{*\top}\xi \end{aligned}$$

Substituindo os parâmetros do controlador conforme (15), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe + e_1b\phi_1 - e_1\hat{b}\phi_1 - e_1\alpha_n^*\xi_1 \\ & - e_1\alpha_{n-1}^*\xi_2 - \dots - e_1\alpha_1^*\xi_n - e_1\alpha_0^*\xi_{n+1} \\ & + e_1\hat{a}_{n-1}\xi_1 + \dots + e_1\hat{a}_1\xi_{n-1} + e_1\hat{a}_0\xi_n \\ & + e_1a_{n-1}\phi_2 + \dots + e_1a_1\phi_n + e_1a_0\phi_{n+1} \\ & + e_1\alpha_n^*\xi_1 + \dots + e_1\alpha_1^*\xi_n + e_1\alpha_0^*\xi_{n+1} \end{aligned}$$

Fazendo os cancelamentos necessários e substituindo os elementos do vetor ξ pelos elementos do vetor ϕ , conforme (22), obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe - e_1\tilde{b}\phi_1 - e_1\tilde{a}_{n-1}\phi_2 + \\ & - \dots - e_1\tilde{a}_1\phi_n - e_1\tilde{a}_0\phi_{n+1} \end{aligned}$$

onde $\tilde{b} = \hat{b} - b$ e $\tilde{a}_i = \hat{a}_i - a_i$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$.

Vamos considerar agora as seguintes leis chaveadas para θ :

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \bar{b} \operatorname{sgn}(e_1\phi_1) + b_{nom}, & \bar{b} &> |b - b_{nom}| \\ \hat{a}_i &= \bar{a}_i \operatorname{sgn}(e_1\phi_{n+1-i}), & \bar{a}_i &> |a_i| \end{aligned} \quad (28)$$

para $i = 0, 1, \dots, n-1$. Portanto,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & -e^\top Qe - [\bar{b}|e_1\phi_1| - (b - b_{nom})e_1\phi_1] \\ & - (\bar{a}_{n-1}|e_1\phi_2| - a_{n-1}e_1\phi_2) \\ & - \dots - (\bar{a}_0|e_1\phi_{n+1}| - a_0e_1\phi_{n+1}) \end{aligned}$$

Com $\bar{b} > |b - b_{nom}|$ e $\bar{a}_i > |a_i|$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, tem-se que

$$\dot{V}(e) \leq -e^\top Qe < 0 \quad (29)$$

que garante $e = 0$ como um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável, que implica que $e \in \mathcal{L}_\infty$ e $e \in \mathcal{L}_2$. Portanto, $e_1 \in \mathcal{L}_\infty$.

Neste esquema, não é necessário modificar as leis chaveadas em (28), já que elas garantem que $\hat{b} \neq 0$ para alguma constante $\bar{b} > |b - b_{nom}|$.

5 Simulações

Nesta seção, simulações para plantas instáveis de segunda e terceira ordem sem zeros serão apresentadas.

O objetivo em cada simulação é escolher o sinal de controle u de maneira que os polos de malha fechada sejam alocados nas raízes do polinômio característico $A^*(s)$ e o sinal de saída y siga um sinal de referência constante. No caso das simulações aqui apresentadas, $r = 1$. O passo de integração utilizado foi de $h = 0.001s$ e o método de aproximação no cálculo das derivadas foi o método de Euler.

Nas duas subseções a seguir, os parâmetros e equações de projeto são apresentados em detalhes, de acordo com as equações gerais apresentadas nas seções anteriores.

5.1 Planta de Segunda Ordem

Para a primeira simulação, considera-se a planta

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)^2}$$

Os polinômios de projeto escolhidos foram

$$A^*(s) = (s+4)^3, \quad L(s) = (s+3)^2$$

Para os cálculos das estimativas dos parâmetros da planta, são calculados os seguintes vetores de sinais:

$$\psi = \left[u^{(1)}, -e_1^{(2)}, -e_1^{(1)} \right]^\top, \quad \phi = L(s)^{-1}\psi$$

onde o erro de rastreamento é dado por $e_1 = y - r$.

As estimativas dos parâmetros da planta são calculados conforme (28), ou seja,

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \bar{b} \operatorname{sgn}(e_1\phi_1) + b_{nom}, & \bar{b} &> |b - b_{nom}| \\ \hat{a}_1 &= \bar{a}_1 \operatorname{sgn}(e_1\phi_2), & \bar{a}_1 &> |a_1| \\ \hat{a}_0 &= \bar{a}_0 \operatorname{sgn}(e_1\phi_3), & \bar{a}_0 &> |a_0| \end{aligned}$$

Com as estimativas dos parâmetros da planta, calculamos os parâmetros da lei de controle conforme (15), ou seja,

$$\hat{p}_2 = \frac{\alpha_2^* - \hat{a}_1}{\hat{b}}, \quad \hat{p}_1 = \frac{\alpha_1^* - \hat{a}_0}{\hat{b}}, \quad \hat{p}_0 = \frac{\alpha_0^*}{\hat{b}}$$

Calculados os parâmetros do controlador, geramos o sinal de controle conforme (17), ou seja,

$$u = \frac{-\hat{p}_2 s^2 - \hat{p}_1 s - \hat{p}_0}{s} e_1$$

O comportamento do sistema é apresentado na Figura 1, com uma variação de 10% nos valores nominais dos seus parâmetros, em $t > 3s$. As constantes utilizadas nos relés para esta simulação foram: $b_{nom} = 1.1$, $\bar{b} = 0.2$, $\bar{a}_1 = 2.2$ e $\bar{a}_0 = 14$. O tempo de convergência foi de $0.997s$, considerando uma tolerância de 2%, e a porcentagem de *overshoot* foi de 1.86%.

Além de apresentar transitório rápido e sem oscilações, podemos observar que o sinal de controle é suave, de forma diferente do sinal de controle do VS-MRAC e das abordagens que o aperfeiçoaram, onde o sinal de controle é chaveado em alta frequência. A justificativa para isso é que no projeto aqui apresentado, tem-se a presença do modelo interno de r , $Q_m(s)$, conforme pode ser visto no denominador de (17).

As escolhas para as constantes de projeto interferem diretamente no resultado da simulação e de uma implementação prática. Por exemplo, a escolha dos polos de malha fechada, que são as raízes do polinômio $A^*(s)$, afeta a magnitude do sinal de controle, o que pode tornar necessária a sua saturação, a resposta transitória do sistema, que pode apresentar oscilações, e o tempo de convergência do sinal de saída da planta para a referência.

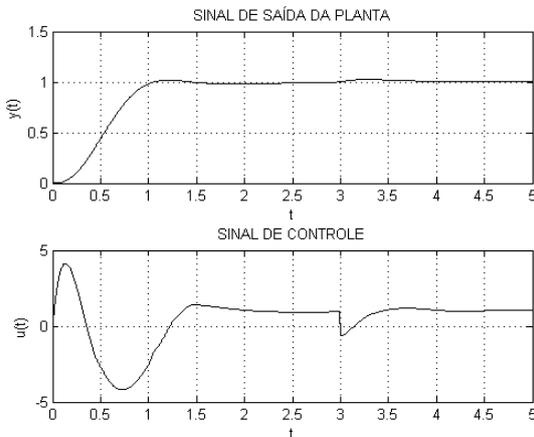


Figura 1: VS-APPC aplicado à planta $1/(s-1)^2$.

5.2 Planta de Terceira Ordem

Para a segunda simulação, considera-se a planta

$$G(s) = \frac{2}{s(s-2)(s+2)} \quad (30)$$

Para este caso, os polinômios de projeto foram

$$A^*(s) = (s+4)^4, \quad L(s) = (s+3)^3$$

Os vetores de sinais são gerados da seguinte maneira:

$$\psi = \left[u^{(1)}, -e_1^{(3)}, -e_1^{(2)}, -e_1^{(1)} \right]^T, \quad \phi = L(s)^{-1}\psi$$

onde o erro de rastreamento é dado por $e_1 = y - r$.

As estimativas dos parâmetros da planta são calculados conforme (28), ou seja,

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \bar{b} \operatorname{sgn}(e_1 \phi_1) + b_{nom}, & \bar{b} &> |b - b_{nom}| \\ \hat{a}_2 &= \bar{a}_2 \operatorname{sgn}(e_1 \phi_2), & \bar{a}_2 &> |a_2| \\ \hat{a}_1 &= \bar{a}_1 \operatorname{sgn}(e_1 \phi_3), & \bar{a}_1 &> |a_1| \\ \hat{a}_0 &= \bar{a}_0 \operatorname{sgn}(e_1 \phi_4), & \bar{a}_0 &> |a_0| \end{aligned}$$

Os parâmetros da lei de controle são calculados conforme (15), ou seja,

$$\begin{aligned} \hat{p}_3 &= \frac{\alpha_3^* - \hat{a}_2}{\hat{b}}, & \hat{p}_2 &= \frac{\alpha_2^* - \hat{a}_1}{\hat{b}}, \\ \hat{p}_1 &= \frac{\alpha_1^* - \hat{a}_0}{\hat{b}}, & \hat{p}_0 &= \frac{\alpha_0^*}{\hat{b}} \end{aligned}$$

O sinal de controle é gerado conforme (17), ou seja,

$$u = \frac{-\hat{p}_3 s^3 - \hat{p}_2 s^2 - \hat{p}_1 s - \hat{p}_0}{s} e_1$$

O comportamento do sistema é apresentado na Figura 2, com uma variação de 10% nos valores nominais dos seus parâmetros, em $t > 4s$. As amplitudes dos relés foram: $b_{nom} = 1.9$, $\bar{b} = 0.2$, $\bar{a}_2 = 0.3$, $\bar{a}_1 = 4.1$ e $\bar{a}_0 = 31.6$. O tempo de convergência foi de $1.686s$, considerando uma tolerância de 2%, e a porcentagem de *overshoot* foi de 1.99%. Os comentários feitos para a simulação anterior também valem para esta simulação.

6 Conclusões

Este artigo apresentou o projeto e a análise de estabilidade de um controlador adaptativo por posicionamento de pólos e estrutura variável para plantas sem zeros. Nas simulações apresentadas, para testar a eficácia da técnica proposta, o VS-APPC apresentou transitório bastante rápido e sinal de controle suave, mesmo com a agregação do controle por estrutura variável, o que não causa a necessidade de diminuição do chaveamento e/ou de suavização, possibilitando assim a aplicação desta técnica por diversos tipos de atuadores.

A generalização desta técnica para plantas de ordem qualquer foi apresentada em (Silva Jr. and

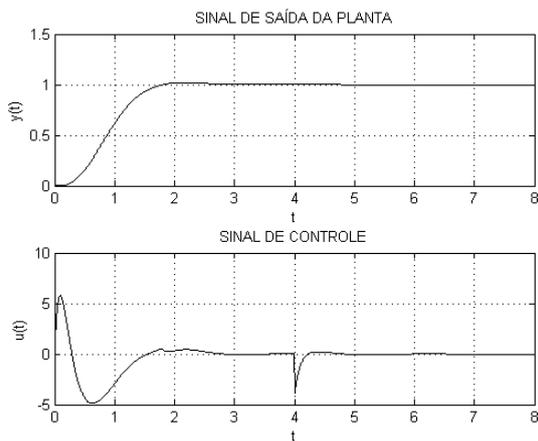


Figura 2: VS-APPC aplicado à planta $2/s(s - 2)(s + 2)$.

Araújo, 2005). Como não envolve o cancelamento de zeros e pólos, o projeto do VS-APPC pode ser aplicado a plantas de fase mínima e não mínima. A análise de estabilidade para o caso geral será apresentada em trabalhos posteriores, o que possibilitará uma gama maior de possibilidades de implementação prática do VS-APPC.

Como sugestões de aplicações práticas para esta técnica, podemos citar, por exemplo, o controle de velocidade de motores, robótica e controle de processos.

Agradecimentos

O terceiro autor agradece ao CNPq pelo apoio.

Referências

- Andrievsky, B. R., Churilov, A. N. and Fradkov, A. L. (1996). Feedback Kalman-Yakubovich Lemma and its Applications to Adaptive Control, *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control* pp. 4537–4542.
- Cunha, C. D., Araújo, A. D. and Mota, F. C. (2009). Controlador em Modo Dual Adaptativo Robusto para Plantas com Grau Relativo Arbitrário, *Controle & Automação* **20**: 72–82.
- Edgart, B. (1979). *Stability of Adaptive Controllers*, Springer-Verlag, New York.
- Hsu, L. and Costa, R. R. (1989). Variable Structure Model Reference Adaptive Control Using Only Input and Output Measurements - Part I, *International Journal of Control* **49**: 399–416.
- Hsu, L. and Costa, R. R. (1992). Robustness of VS-MRAC with Respect to Unmodelled

Dynamics and External Disturbances, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **6**: 19–33.

- Ioannou, P. A. and Sun, J. (1996). *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, New Jersey.
- Liao, F., Lum, K. Y., Wang, J. L. and Benosman, M. (2009). Adaptive Nonlinear Control Allocation of Non-Minimum Phase Uncertain Systems, *Proceedings of the 2009 American Control Conference* pp. 2587–2592.
- Narendra, K. S. and Valavani, L. S. (1978). Stable Adaptive Controller Design - Part i - Direct Control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-23**(4): 570–583.
- Oliveira, J. B. and Araújo, A. D. (2008). Design and Stability Analysis of an Indirect Variable Structure Model Reference Adaptive Control, *International Journal of Control* **81**(12): 1870–1877.
- Ribeiro, R. L. A., Júnior, F. C. S., Araújo, A. D., Jacobina, C. B., Oliveira, A. C. and Fernandes, E. M. (2006). A Non-Standard Current Control Strategy for Permanent-Magnet Synchronous Motor Drive, *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*.
- Silva Jr., F. C. and Araújo, A. D. (2005). Variable Structure Adaptive Pole Placement Control, *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control* pp. 2859–2864.
- Silva Jr., F. C. and Araújo, A. D. (2006). Controle Adaptativo por Posicionamento de Pólos e Estrutura Variável Aplicado ao Controle de Velocidade de um Motor de Indução Trifásico, *Revista Brasileira de Eletrônica de Potência* **11**(2): 127–134.
- Silva Jr., F. C., J. B. O. and Araújo, A. D. (2011). Design and Stability Analysis of a Variable Structure Adaptive Pole Placement Controller for First Order Systems, *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Control & Automation* pp. 895–900.
- Silva Jr., F. C., Oliveira, J. B. and Araújo, A. D. (2004). A Proposal for a Variable Structure Adaptive Pole Placement Control, *8th International Workshop on Variable Structure Systems*.
- Utkin, V. I. (1978). *Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems*, Mir Publishers, Moscow.
- Zifang, Q., Zhenbin, D. and Zhaowei, L. (2007). Adaptive Fuzzy Control for SISO Nonlinear Time-Delay Systems, *Proceedings of the 2007 Chinese Control Conference* pp. 246–249.