

PROJETO DE CONTROLE NEBULOSO COM ESTABILIDADE ROBUSTA BASEADO NA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA NEBULOSA

CARLOS CÉSAR TEIXEIRA FERREIRA*, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA*

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA)*
Avenida Getúlio Vargas, 04, Monte Castelo, Cep: 65025-001
São Luís-MA, Brazil

Emails: ccteixeira@ifma.edu.br, ginalber@ifma.edu.br

Abstract— A PID digital fuzzy control design based on Fuzzy Frequency Response (FFR) is proposed in this paper. From the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model of an uncertain dynamic system, the FFR is defined by a *Theorem* as a region in the frequency domain from the sub-models in the consequent space of the Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic model rule base. A FFR estimating procedure based on experimental data from the uncertain dynamic systems is presented. Experimental results for temperature real-time fuzzy control with robust stability from the gain and phase margins specifications, based on the FFR, demonstrate the efficiency of the proposed methodology.

Keywords— Uncertain dynamic systems, Takagi-Sugeno (TS) fuzzy systems, fuzzy clustering algorithm, fuzzy identification, Fuzzy Frequency Response, Robust control.

Resumo— Um projeto de controle PID digital nebuloso robusto baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) é proposto nesse artigo. A partir do modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) de um sistema dinâmico incerto, a RFN é definida através de um *Teorema*, como uma região no domínio da frequência, a partir dos sub-modelos no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Um procedimento de estimação da RFN baseado em dados experimentais do sistema dinâmico incerto é apresentado. Resultados experimentais obtidos para um controle nebuloso em tempo real de temperatura com estabilidade robusta, a partir das especificações de margens de ganho e fase, baseado na RFN, demonstram a eficiência da metodologia proposta.

Keywords— Sistemas dinâmicos incertos, sistemas nebulosos Takagi-Sugeno (TS), algoritmo de agrupamento nebuloso, identificação nebulosa, Resposta em Frequência Nebulosa (RFN), controle robusto.

1 INTRODUÇÃO

A crescente complexidade dos processos industriais, especialmente devido as incertezas inerentes a esses sistemas, tais como dinâmicas não-modeladas, variações paramétricas, não-linearidades, dentre outras, atrelada a busca por alta eficiência para tais processos, impõem restrições cada vez maiores aos sistemas de controle. Com o objetivo de aprimorar a estabilidade e o desempenho desses sistemas, várias estratégias de controle avançado têm sido propostas. Dentre as mais bem sucedidas, destacam-se as estratégias de controle robusto, utilizando os modelos dinâmicos nebulosos dos processos complexos a serem controlados (Chen and Chang, 1996), (Tseng and Chen, 2009), (Huang and Chiu, 2011). Nesse artigo apresenta-se uma metodologia para projeto de controladores robustos, com o uso de especificações de robustez, obtidas a partir da RFN, conforme descrito a seguir.

2 Modelo Nebuloso TS

O sistema de inferência TS (Takagi and Sugeno, 1985), apresenta no consequente uma expressão dinâmica funcional das variáveis linguísticas do antecedente. A i $\left| \begin{matrix} [i=1,2,\dots,l] \end{matrix} \right.$ -ésima regra, em que l representa o número de regras, é dada por

$$R^{(i)} : \\ SE \tilde{x}_1 \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1} E \dots E \tilde{x}_n \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n} \\ \text{ENTÃO } y_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (1)$$

onde o número total de regras é $l = p_{\tilde{x}_1} \times \dots \times p_{\tilde{x}_n}$. O vetor $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ contém as variáveis linguísticas do antecedente, onde T representa o operador para matriz transposta. Cada variável linguística tem seu próprio universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$, particionado por conjuntos nebulosos representando seus termos linguísticos, respectivamente. Na i -ésima regra, a variável $\tilde{x}_{\{1,2,\dots,n\}}$ pertence ao conjunto nebuloso $F_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i$ com um grau de pertinência $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i \in \{\mu_{F_{1|\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i, \mu_{F_{2|\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i, \dots, \mu_{F_{p|\{\tilde{x}_1,\tilde{x}_n\}}^i}^i\}$, onde $p_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}$ é o número de partições do universo de discurso associado a variável linguística $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$.

A saída do modelo TS, dada por

$$y(\tilde{\mathbf{x}}, \gamma) = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) f_i(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (2)$$

é uma combinação convexa das expressões dinâmicas funcionais $f_i(\tilde{\mathbf{x}})$. No modelo TS, o grau de ativação $h^i(\tilde{x})$, para a regra i , é dada por

$$h^i(\tilde{x}) = \mu_{F_{\{\tilde{x}_1\}}}^i \star \mu_{F_{\{\tilde{x}_2\}}}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{\tilde{x}_n\}}}^i \quad (3)$$

onde \star é qualquer Norma-T (Wang, 1986). O grau de ativação normalizado, é dado por:

$$\gamma^i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h^i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^l h^r(\tilde{\mathbf{x}})} \quad (4)$$

Esta normalização implica em

$$\sum_{k=1}^l \gamma^i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1. \quad (5)$$

De acordo com a definição de combinação convexa, as Eq. (3)-(5) demonstram que a saída do modelo nebuloso TS é uma combinação convexa das expressões dinâmicas funcionais $f^i(\tilde{\mathbf{x}})$ como exigido na Eq. (2).

3 Estimação da RFN a partir de Dados Experimentais

Nessa seção um procedimento para estimação da RFN baseado em dados experimentais do sistema dinâmico incerto é proposto.

3.1 Modelagem Nebulosa TS a partir de Dados Experimentais

3.1.1 Problema de Estimação do Espaço do Antecedente

A partir de um algoritmo de agrupamento nebuloso do tipo 'Fuzzy C-Means' (FCM) (Duda and Hart, 1973; Jain and Dubes, 1988) aplicado aos dados de entrada-saída do sistema incerto, pode-se estimar o espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso TS.

O funcional nebuloso C-Means é formulado por:

$$J(Z, U, W) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \|z_k - v_i\|_A^2 \quad (6)$$

onde:

$$U = [\mu_{ik}] \in M_{fc} \quad (7)$$

é a matriz de partição de Z

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_c], v_i \in \mathfrak{R}^n \quad (8)$$

é um vetor de protótipos de grupos (centros) a ser determinado

$$D_{ikA}^2 = \|z_k - v_i\|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i) \quad (9)$$

é uma norma quadrada do produto interno da distância, e

$$m \in [1, \infty) \quad (10)$$

é um parâmetro que determina a nebulosidade dos agrupamentos resultantes. O valor da função custo na Eq. (6) é uma medida da variância total de z_k a partir de v_i . A minimização do funcional na Eq. (6) é realizada com uma simples iteração Picard, através das condições de primeira ordem para os pontos estacionários da Eq. (6), conhecido como algoritmo nebuloso C-Means (FCM). Os pontos estacionários da função objetivo na Eq. (6) podem ser encontrados ao lado da restrição de J , por meio de multiplicadores de Lagrange:

$$\bar{J}(Z, U, V, \lambda) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m D_{ikA}^2 + \sum_{k=1}^N \lambda_k \left[\sum_{i=1}^c \mu_{ik} - 1 \right] \quad (11)$$

e pela definição de gradiente de \bar{J} em relação a U , V e λ para zero. Pode-se mostrar que se $D_{ikA}^2 > 0$, $\forall i, k$ e $m > 1$, então $(U, V) \in M_{fc} \times \mathfrak{R}^{n \times c}$ possam minimizar Eq. (6) somente se

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m-1)}}, \quad (12)$$

$$1 \leq i \leq c, \quad i \leq k \leq N,$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m z_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m}, \quad 1 \leq i \leq c \quad (13)$$

3.1.2 Problema de Estimação dos Parâmetros dos Sub-modelos do Consequente

Considere o caso mais geral para a função de transferência, $\hat{W}^i(z)$, como sub-modelo no espaço do consequente de um sistema de inferência nebuloso TS dado por

$$\hat{W}^i(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_\beta^i z^{-\beta}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_\alpha^i z^{-\alpha}}, \quad (14)$$

onde: $U(z)$ e $Y(z)$ representam os sinais de entrada e saída do sub-modelo, respectivamente; z é uma variável complexa; a_α^i and b_β^i são os parâmetros do sub-modelo; α and β são as ordens do numerador e denominador de $W^i(z)$.

A partir da Eq. (14), tem-se:

$$\begin{aligned} [1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_\alpha^i z^{-\alpha}] Y(z) = \\ [b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_\beta^i z^{-\beta}] U(z). \end{aligned} \quad (15)$$

Fazendo a transformada-z Inversa, resulta:

$$y(k) + a_1^i y(k-1) + a_2^i y(k-2) + \dots + a_\alpha^i y(k-\alpha) = b_0^i u(k) + b_1^i u(k-1) + \dots + b_\beta^i u(k-\beta). \quad (16)$$

O modelo dinâmico nebuloso TS é dado por

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^l \gamma^i(k) [b_0^i u(k) + b_1^i u(k-1) + \dots + b_\beta^i u(k-\beta) - a_1^i y(k-1) - a_2^i y(k-2) - \dots - a_\alpha^i y(k-\alpha)]. \quad (17)$$

Aplicando o algoritmo de mínimos quadrados, o vetor de parâmetros dos sub-modelos no espaço do consequente para cada regra pode ser estimado por:

$$\begin{aligned} \Theta^1 &= (\mathbf{X}^{1T} \Gamma^1 \mathbf{X}^1)^{-1} \mathbf{X}^{1T} \Gamma^1 \mathbf{Y}(\mathbf{k}) \\ \Theta^2 &= (\mathbf{X}^{2T} \Gamma^2 \mathbf{X}^2)^{-1} \mathbf{X}^{2T} \Gamma^2 \mathbf{Y}(\mathbf{k}) \\ &\vdots \\ \Theta^l &= (\mathbf{X}^{lT} \Gamma^l \mathbf{X}^l)^{-1} \mathbf{X}^{lT} \Gamma^l \mathbf{Y}(\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (18)$$

em que Θ é o vetor de parâmetros, \mathbf{X} é a matriz de regressores, Γ é a matriz de ponderação e $\mathbf{Y}(\mathbf{k})$ e o vetor de saída.

3.2 Definição e Análise da RFN

A resposta de um modelo TS a uma entrada senoidal de frequência ω_1 , tanto em amplitude quanto em fase, é dada por uma função de transferência avaliada em $z = e^{j\omega_1 T}$, como ilustrado na Figura 1.

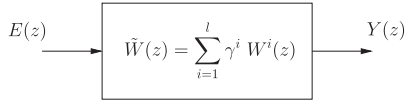


Figura 1: Função de Transferência TS.

Para este modelo TS:

$$Y(z) = \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(z) \right] E(z). \quad (19)$$

Considerando $\tilde{W}(e^{j\omega T}) = \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T})$ como

$$\tilde{W}(e^{j\omega T}) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T}) \right| \angle \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T}) \right] \quad (20)$$

Como resultado da definição da RFN, é proposto o seguinte *Teorema*:

Teorema: A Resposta em Frequência Nebulosa é uma região no domínio da frequência, definida pelos sub-modelos do consequente e baseada nas regiões de operação do espaço do antecedente.

Prova: (Ferreira and Serra, 2011)

4 Resultados Experimentais

Nessa seção apresenta-se o desenvolvimento da estratégia de controle PID robusta para controle de temperatura de um processo térmico, baseada na RFN, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase obtidas sobre a RFN. O projeto é implementado numa plataforma de controle em tempo real, usando um sistema CompactRIO (da *National Instruments*), associado ao *software* LabVIEW™ (ver Fig. 2).

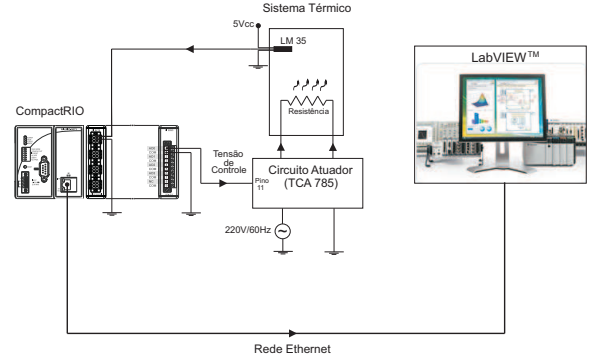


Figura 2: Diagrama esquemático da plataforma.

4.1 Modelagem Nebulosa do Processo Térmico a partir de Dados Experimentais

Para a modelagem nebulosa, realizou-se um experimento na plataforma de controle em tempo real, para obtenção do conjunto de dados experimentais de entrada e saída do processo térmico. Os resultados experimentais obtidos são mostrados na Fig. 3.

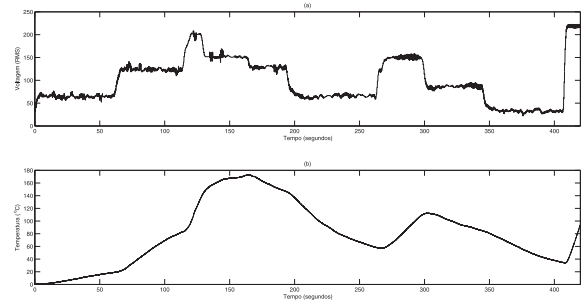


Figura 3: Dados para identificação do modelo nebuloso TS: (a) Entrada $u(k)$. (b) Saída $y(k)$.

4.1.1 Estimação Paramétrica do Antecedente

A partir do algoritmo de agrupamento FCM, subseção 3.1.1, apresenta-se os resultados do desempenho do algoritmo de FCM. Os centros do agrupamento nebuloso definem duas regiões de operação e, consequentemente, geram automática-

mente o espaço do antecedente da base de regras do modelo TS (Fig. 4).

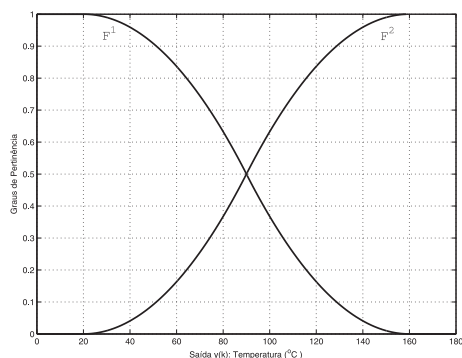


Figura 4: Funções de pertinência para o conjunto de dados de saída do processo térmico.

4.1.2 Estimação Paramétrica do Consequente

Considerando a representação de cada sub-modelo do espaço do consequente, como uma função de transferência de segunda ordem, obtém-se:

$$\hat{W}^i(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1^i z^{-1} + b_2^i z^{-2}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2}}, \quad (21)$$

A partir do agrupamento nebuloso FCM, subseção 3.1.1, e do algoritmo de mínimos quadrados aplicados aos sinais de entrada e saída, subseção 3.1.2, a base de regras do modelo TS é dada por:

$R^{(1)}$: SE *Temperatura* é F^1 ENTÃO

$$W^1(z) = \frac{-0.01610z^{-1} + 0.01629z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}}$$

$R^{(2)}$: SE *Temperatura* é F^2 ENTÃO

$$W^2(z) = \frac{-0.00640z^{-1} + 0.00651z^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688z^{-2}} \quad (22)$$

e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) do processo térmico é:

$$\tilde{W}(z) = \sum_{i=1}^2 \gamma^i W^i(z). \quad (23)$$

4.1.3 Estimação do Atraso Puro de Tempo

Estima-se o atraso puro de tempo (t_d) do processo térmico através de um procedimento estocástico, utilizando a *Função de Correlação Cruzada* (FCC) entre os sinais de entrada e saída, conforme mostra a Fig. 5. Assim,

$$t_d \approx 222 \times T_s \approx 3,7 \text{ segundos} \quad (24)$$

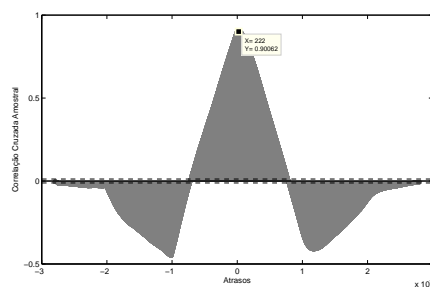


Figura 5: Função de correlação cruzada amostral.

4.1.4 Otimização do Modelo TS Baseada em Algoritmo Genético (AG)

No sentido de melhorar a representação nebulosa do processo térmico, submete-se o modelo TS identificado a um procedimento de otimização baseado em AG, onde os ganhos multiplicadores, ($G1$) e ($G2$), os quais serão aplicados aos sub-modelos identificados, $W^1(z)$ e $W^2(z)$, respectivamente, e as funções de pertinências, (F^1) e (F^2), obtidas pelo algoritmo de agrupamento nebuloso FCM durante o procedimento de identificação, serão os parâmetros a otimizar, seguindo-se posteriormente a estimação da RFN do processo térmico. No caso das funções de pertinência, aplicam-se intensificadores com o auxílio dos operadores de concentração (I_1) e dilatação (I_2), sobre as funções de pertinências identificadas. A Tab. 1 apresenta os parâmetros do AG, utilizado no procedimento de otimização, e a Fig. 6 mostra o resultado do processo de otimização.

Tabela 1: Parâmetros do AG para otimização do modelo TS identificado.

Tamanho do cromossomo: 4 ($G1, G2, I_1, I_2$)
Tamanho da população inicial: 10
Taxa de seleção: 60%
Taxa de crossover: 95%
Taxa de mutação: 10%
Número de gerações: 500

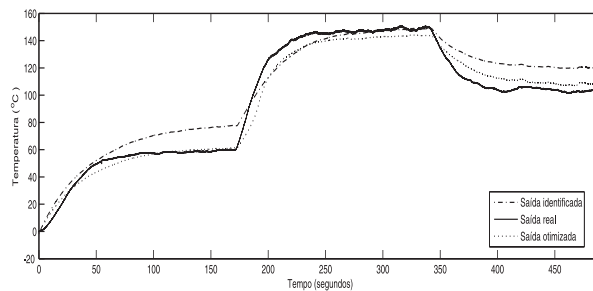


Figura 6: Resposta temporal do processo térmico.

4.2 RFN do Processo Térmico Baseada no Modelo TS Otimizado

A base de regras do modelo TS otimizado, considerando o atraso, é

$R^{(1)}$: SE Temperatura é $(F^1)^{m_1}$ ENTÃO

$$W_o^1(z) = \frac{-0.01545z^{-1} + 0.01564z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}} z^{-222}$$

$R^{(2)}$: SE Temperatura é $(F^2)^{m_2}$ ENTÃO

$$W_o^2(z) = \frac{-0.00546z^{-1} + 0.00555z^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688z^{-2}} z^{-222} \quad (25)$$

A Fig. 7 mostra a RFN do processo térmico, em que se verifica que a tal Resposta é uma região (faixa) definida pelos sub-modelos lineares do espaço do consequente, $W_o^i(z)$, a partir das regiões de operação do espaço do antecedente, conforme proposto pelo **Teorema**.

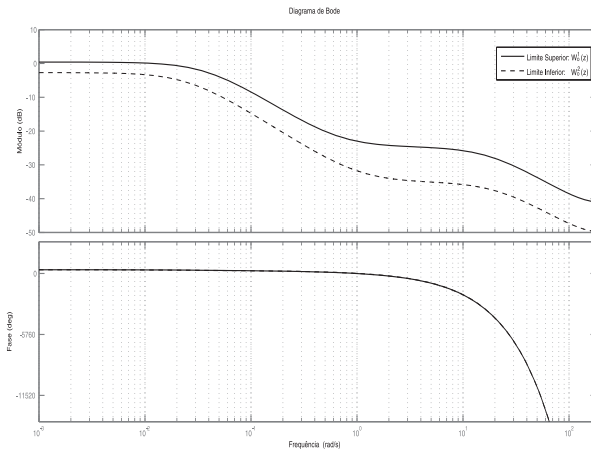


Figura 7: RFN do processo térmico.

4.3 Projeto de Controle Nebuloso Baseado na RFN

Considerando-se a base de regras do modelo TS otimizado e com atraso do processo térmico, Eq. (25), define-se a lei de controle nebulosa, utilizando-se a estratégia de Compensação Paralela Distribuída (CPD). Nesta, o controlador PID digital, $G_c^j(z)$, é projetado para cada sub-modelo, $W_o^i(z)$, através das especificações de margens de ganho e de fase, obtidas a partir da RFN, e organizado numa estrutura de modelo TS. Assim, a j [j=1,2,...,l] -ésima regra do controlador PID Digital nebuloso Takagi-Sugeno (TS), é dada por:

$R^{(1)}$: SE Temperatura é $(F^1)^{m_1}$ ENTÃO

$$G_c^1(z) = \frac{\alpha^1 + \beta^1 z^{-1} + \delta^1 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$R^{(2)}$: SE Temperatura é $(F^2)^{m_2}$ ENTÃO

$$G_c^2(z) = \frac{\alpha^2 + \beta^2 z^{-1} + \delta^2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (26)$$

onde: $\alpha^j = K_p^j + K_i^j T_s + \frac{K_d^j}{T_s}$, $\beta^j = -K_p^j - \frac{2K_d^j}{T_s}$, $\delta^j = \frac{K_d^j}{T_s}$ e T_s é o intervalo de amostragem.

Portanto, o controlador PID digital nebuloso, $\tilde{G}_c(z)$, é uma soma ponderada dos sub-controladores PID, $G_c^j(z)$, como segue:

$$\tilde{G}_c(z) = \sum_{j=1}^2 \gamma^j G_c^j(z). \quad (27)$$

A função de transferência do ramo direto, é dada por:

$$\tilde{G}_c(z) \tilde{W}_o(z) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma^j \gamma^i G_c^j(z) W_o^i(z) \quad (28)$$

A partir da definição das especificações de robustez para a margem de ganho (mg), Eqs. (29) e (30), e margem de fase (mf), Eqs. (31) e (32), obtêm-se:

$$\arg [G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})] = -\pi \quad (29)$$

$$mg = \frac{1}{|G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})|} \quad (30)$$

$$|G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})| = 1 \quad (31)$$

$$mf = \arg [G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})] + \pi \quad (32)$$

A partir das Eqs. (29-32), especificam-se as margens de ganho (mg_e) e fase (mf_e), e utilizando-se um AG, obtêm-se as margens de ganho (mg^*) e fase (mf^*) (Tab. 2).

Tabela 2: Especificações de robustez.

Sub-modelo	mg_e	mf_e	mg^*	mf^*
$W_o^1(z)$	10	60°	10.42	58.87°
$W_o^2(z)$	10	60°	11.98	59.51°

Os ganhos de cada sub-controlador PID digital, obtidos pelo algoritmo genético (AG) para as margens de ganho e de fase especificadas, são mostrados na Tab. 3.

A resposta temporal, a ação de controle e as funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo

Tabela 3: Ganhos dos sub-controladores PID.

Sub-modelo	α	β	δ
$W_o^1(z)$	1.290093	-2.569329	1.279572
$W_o^2(z)$	1.230784	-2.486613	1.256153

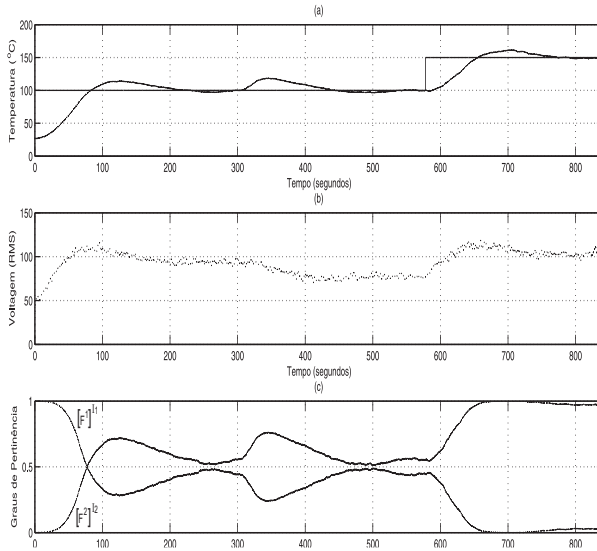


Figura 8: Desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto.

real para o sistema de controle em malha fechada nebuloso, baseada na RFN, de acordo com as margens de ganho e fase especificadas na Tab. 2, são mostradas nas Figs. 8(a) - 8(c), respectivamente.

A Fig. 9 mostra uma análise, em tempo real, de robustez, baseada nas margens de ganho e de fase do controlador PID digital nebuloso, projetado sobre a RFN.

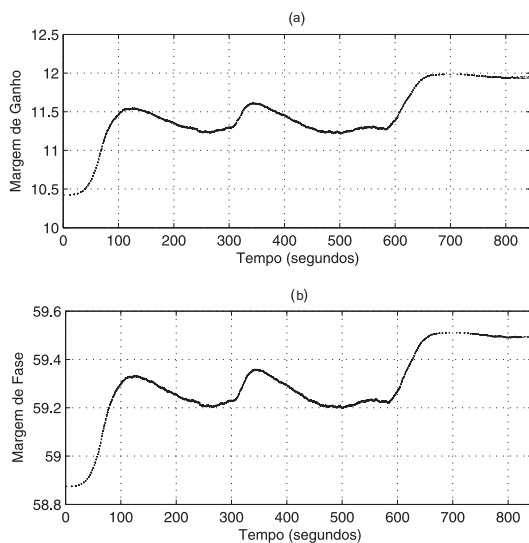


Figura 9: Estabilidade robusta em tempo real.

5 Conclusões

Um projeto de controle nebuloso com estabilidade robusta baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) é apresentado nesse artigo. Mostrou-se que a RFN a partir de dados experimentais é uma região no domínio da frequência, definida pelos sub-modelos lineares do espaço do consequente, $W^i(z)$, a partir de regiões de operação do espaço do antecedente do sistema dinâmico incerto, conforme proposto pelo Teorema. Implementou-se uma estratégia de controle robusto, baseada na RFN, numa plataforma de controle em tempo real, evidenciando, dessa maneira, a eficiência da metodologia no desenvolvimento de controladores robustos.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao IFMA, à UFCG e à FAPEMA pelo suporte financeiro desta pesquisa.

Referências

- Chen, Bor-Sen; Lee, C.-H. and Chang, Y.-C. (1996). H_∞ tracking design of uncertain nonlinear siso systems: adaptive fuzzy approach, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 4: 32–43.
- Duda, R. O. and Hart, P. E. (1973). *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley & Sons.
- Ferreira, C. C. T. and Serra, G. L. O. (2011). Fuzzy frequency response: Proposal and application for uncertain dynamic systems, *IFAC International Journal on Engineering Applications of Artificial Intelligence* 24: 1186–1194.
- Huang, Cheng-Hao; Wang, W.-J. and Chiu, C.-H. (2011). Design and implementation of fuzzy control on a two-wheel inverted pendulum, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58: 2988–3001.
- Jain, A. K. and Dubes, R. C. (1988). *Algorithms for Clustering Data*, Prentice Hall.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber*, pp. 116–132.
- Tseng, C.-S. and Chen, B.-S. (2009). Robust fuzzy observer-based fuzzy control design for nonlinear discrete-time systems with persistent bounded disturbances, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 17: 711–723.
- Wang, L.-X. (1986). *A Course in Fuzzy: Systems and Control*, Addison-Wesley.