

JULIO E. A. ROSA FILHO¹, EDNO GENTILHO JUNIOR¹, MÁRCIO R. COVACIC¹, RUBERLEI GAINO¹.

1. *Laboratório de Controle Avançado, Robótica e Engenharia Biomédica, Depto. de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina, Centro de Tecnologia e Urbanismo*
Rodovia Celso Garcia Cid (PR 445), km 380, 86057-970, Londrina, Paraná, Brasil
E-mails: julio.estefano@yahoo.com.br, edno.gentilho@hotmail.com, marciocovacic@yahoo.com.br, ruberlei.gaino@gmail.com.

Abstract- Using a real model of a system defined in the literature of a wheelchair controlled by blowing and suction, an analysis was performed of control techniques using pole placement minimizing a given cost function and its implementation. The study aimed to develop and achieve control models formulated directly in terms of performance indices in the time domain. The procedures were based on data collection, analysis, computer simulations and mathematical conditions using Labview and Matlab programs.

Keywords- Wheelchair, performance index, pole placement, transfer function

Resumo- Usando um modelo real de um sistema definido na literatura de uma cadeira de rodas controlada por sopro e sucção, foi realizada uma análise de técnicas de controle utilizando alocação de pólos minimização de uma dada função custo e sua implementação. O trabalho teve como objetivo desenvolver e alcançar modelos de controle formulados diretamente em termos de índices de desempenho no domínio do tempo. Os procedimentos foram baseados na coleta de dados, análises, condições matemáticas e simulações computacionais utilizando os programas Labview e Matlab.

Palavras-chave- Cadeira de rodas, índice de desempenho, alocação de pólos, função de transferência

1-Introdução

Atualmente, muitas organizações no mundo estão interessadas em desenvolver cadeiras de rodas capazes de compensar as habilidades perdidas e restrições decorrentes de deficiências físicas. Com o recente avanço tecnológico, muitas pessoas portadoras de deficiência já podem ter sua mobilidade parcialmente reestabelecida, o que lhes permite desenvolver sua capacidade profissional.

Graças a avanços na aplicação de técnicas de controle inteligente para o controle da movimentação e sistemas de rastreamento de trajetória em cadeiras de rodas motorizadas, até mesmo pessoas com alto grau de deficiência podem ter uma qualidade de vida melhor (Mazo, 1995), (Espinosa, 2001), (Fonseca Sobrinho, 2003).

O projeto apresentado neste artigo é baseado no desenvolvimento e análise de um sistema de controle utilizado na estrutura cinemática da cadeira de rodas modelada por Mazo (1995) e adaptada em Fonseca Sobrinho (2003), para tetraplégicos, com comandos de sopro e sucção. Em trabalhos mais recentes, como em Ferreira (2008), utilizou-se uma cadeira de rodas comercial com *joystick* e adaptou-se o projeto para comandos de sopro e sucção (Fonseca Sobrinho, 2003). Neste artigo é acrescentado ao projeto o controle dos motores através da técnica de alocação de pólos.

Seguindo a linha de protótipos da cadeira de rodas descrita em Mazo (1995) e Espinosa (2001), o propósito deste trabalho é projetar o sistema de controle de forma a minimizar um determinado índice de desempenho no controle dos motores de corrente contínua. Uma linha

de desenvolvimento de pesquisa com controle ótimo em cadeira de rodas foi estudada em Rosa Filho (2011).

O projeto de controle a ser desenvolvido deve ser baseado na minimização de um índice de desempenho, definido em (1):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt. \quad (1)$$

sendo \mathbf{x} o vetor de estado e \mathbf{u} vetor de controle.

Por meio da formulação de equação no espaço de estados, deve-se encontrar um possível vetor de controle $u(t)$ que realize a transferência de um estado para uma região no espaço de estados desejado e para a qual um índice de desempenho seja minimizado.

2-Modelo de um Controle de Cadeira de Rodas com Técnicas de Controle Inteligentes e Avançadas.

Como citado em Fonseca Sobrinho (2003), segundo modelo adaptado de Mazo (1995), a cadeira de rodas consiste de uma plataforma baseada em quatro rodas: duas livres e duas motorizadas independentemente. Cada roda motorizada usa um motor de corrente contínua (CC).

Um sistema de controle eficaz requer o modelo mecânico da cadeira de rodas. Neste caso, um modelo linear garante bons resultados. O modelo simplificado da cadeira, conforme Figura 1, é dado e permite o cálculo das velocidades linear (V) e angular (Ω) da cadeira, a partir das velocidades angulares das rodas motorizadas ω_r e ω_l . No modelo, R é o raio das rodas

motorizadas, D é a distância entre elas e u é a posição instantânea da cadeira, dada pela relação $\frac{du}{dt} = V$.

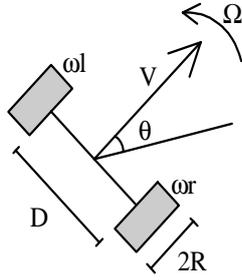


Figura 1: Modelo linear da cadeira, adaptado de Mazo (1995).

A velocidade angular e linear da cadeira são dadas respectivamente por (2) e (3).

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{R}{D} \int_0^t (\omega_l - \omega_r) dt \quad (2)$$

$$V = \frac{du}{dt} = \frac{R}{2} (\omega_l + \omega_r) \quad (3)$$

Essas expressões são mostradas graficamente na Figura 2:

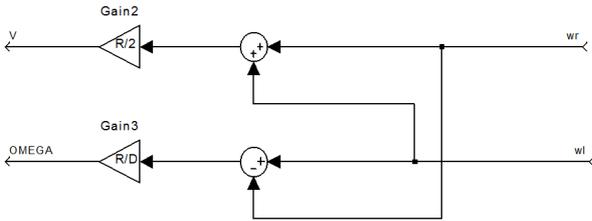


Figura 2: V e Ω em função de ω_r e ω_l , adaptado de Mazo (1995).

O diagrama de blocos da Figura 3 apresenta uma visão de como seria uma solução global de um controle aplicado a uma cadeira de rodas inteligente.

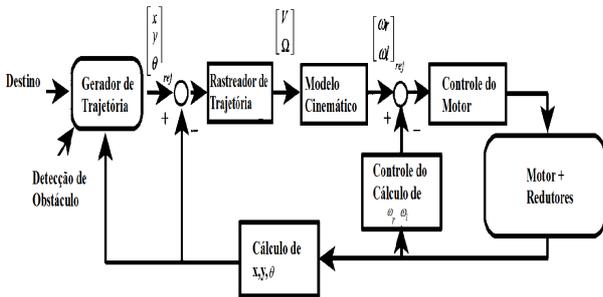


Figura 3: Solução global de um sistema de cadeira de rodas, adaptado de Espinosa (2001).

3-Esquema de Controle da Cadeira de Rodas

As variáveis do sistema de controle são mostradas no diagrama de blocos da Figura 4, sendo V_{ref} e Ω_{ref} as

velocidades linear e angular, respectivamente, da cadeira de rodas (*set point*). Dois níveis de controle podem ser identificados em Mazo (1995):

- O primeiro nível opera diretamente sobre a velocidade angular das cadeiras a partir da informação obtida por sensores colocados nos eixos dos motores;
- O segundo nível opera nas velocidades linear e angular da cadeira. Isto permite estabelecer trajetórias simples (linhas e curvas), sendo o raio da curva a razão entre as duas velocidades ω_r e ω_l .

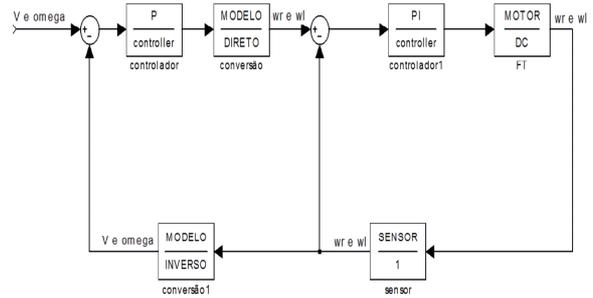


Figura 4: Diagrama de blocos do sistema de controle, adaptado de Mazo (1995).

O bloco “MODELO DIRETO” converte V e Ω em ω_r e ω_l . O bloco “MODELO INVERSO” converte ω_r e ω_l em V e Ω . As representações dos dois modelos, em espaço de estados, são descritas em (4):

$$\begin{bmatrix} V \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} & \frac{R}{2} \\ R & -R \\ D & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & \frac{D}{2R} \\ \frac{1}{R} & -\frac{D}{2R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ \Omega \end{bmatrix}.$$

O objetivo é projetar uma lei de controle $u(t)$ em função do vetor de estados $x(t)$, de acordo com (5).

$$u(t) = -Kx(t). \quad (5)$$

É possível encontrar a matriz K do vetor de controle ótimo. Ao projetar o sistema de controle, é interessante escolher o vetor de controle $u(t)$ de modo que uma dada função custo J seja minimizada.

Da equação (1), define-se, segundo Ogata (2010), Q como uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica e R como uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica.

O papel das matrizes Q e R é definir o peso relativo que o estado e o sinal do controle têm no cálculo do critério J . As matrizes Q e R determinam o consumo de energia dos sinais de controle.

4-Representação da Função de Transferência dos Motores da Cadeira de Rodas

Para o projeto de controle, a função de transferência de segunda ordem genérica para o motor CC da cadeira, considerando o efeito da indutância, é:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (6)$$

A representação da equação (6) no espaço de estados na forma canônica controlável está apresentada nas equações (7) e (8):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t). \quad (7)$$

$$y(t) = [b \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

5-Determinação do Ganho K e Minimização do Índice de Desempenho J

Para encontrar a matriz de ganho K que proporcione um controle melhor possível devemos minimizar J, em (1), para o motor da esquerda e da direita, com a lei de controle (5).

Considere agora a seguinte equação no espaço de estado:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (9)$$

sendo: x= vetor de estado (n-dimensional)
u=vetor de controle (r-dimensional)
A=matriz (nxn)
B=matriz (nxr)

e o sinal de controle dado em (5).

Para o projeto, deve-se encontrar a matriz de forma a minimizar a função custo dada em (1).

Definindo:

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \quad e \quad R=1, \quad (10)$$

será escolhido um controlador com retroação de modo que u seja alguma função das variáveis de estado .

Substituindo (5) em (9)

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (11)$$

Fazendo (11) em (1) tem-se:

$$J = \int_0^{\infty} x^t (Q + K^t K) x dt \quad (12)$$

Para obter o valor mínimo de J, será assumida a existência de uma equação diferencial exata tal que:

$$x^t (Q + K^t K) x = -\frac{d}{dt} (x^t P x) \quad (13)$$

onde P é uma matriz positiva.

$$\text{Tem-se } x^t (Q + K^t K) x = -\dot{x}^t P x - x^t P \dot{x} \quad (14)$$

$$= -[(A - BK)x]^t P x - x^t P (A - BK)x \quad (15)$$

$$= -x^t [(A - BK)^t P + P(A - BK)]x \quad (16)$$

ou ainda

$$-(Q + K^t K) = (A - BK)^t P + P(A - BK) \quad (17)$$

Substituem-se as matrizes na equação (17), sendo

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} \quad e \quad K = [K_1 \quad K_2] \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} K_1^2 + \alpha & K_1 K_2 \\ K_1 K_2 & K_2^2 + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2P_{12}(a_2 + K_1) & P_{11} - P_{12}(a_1 + K_2) - P_{22}(a_2 + K_1) \\ P_{11} - P_{12}(a_1 + K_2) - P_{22}(a_2 + K_1) & 2P_{12} - 2P_{22}(a_1 + K_2) \end{bmatrix} \quad (19)$$

De onde obtém-se:

$$P_{11} = -\frac{(K_1^2 + \alpha)(a_1 + K_2)}{(2a_2 + 2K_1)} + \frac{(K_2^2 + \beta)(a_2 + K_1)}{(2a_1 + 2K_2)} + \frac{(K_1^2 + \alpha)}{(2a_1 + 2K_2)} - K_1 K_2 \quad (20)$$

$$P_{12} = \frac{K_1^2 + \alpha}{2a_1 + 2K_1} \quad (21)$$

$$P_{22} = \frac{K_2^2 + \beta}{(2a_1 + 2K_1)} + \frac{K_1^2 + \alpha}{(2a_2 + 2K_1)(a_1 + K_2)} \quad (22)$$

Segundo Ogata (2010), o índice de desempenho J para um sistema assintoticamente estável é dado por:

$$J = x^t(0) P x(0) \quad (23)$$

Então, escrevendo-se J na forma matricial tem-se que:

$$J = [x_1(0) \quad x_2(0)] \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = x_1^2(0)P_{11} + 2x_1(0)x_2(0)P_{12} + x_2^2(0)P_{22} \quad (24)$$

Substituindo os valores de P_{ij} obtém-se:

$$J = \left(\frac{(K_1^2 + \alpha)(a_1 + K_2)}{2a_2 + 2K_1} + \frac{(K_2^2 + \beta)(a_2 + K_1)}{2a_1 + 2K_2} \right) x_1^2(0) + \left(\frac{K_1^2 + \alpha}{(2a_1 + 2K_2)} - K_1 K_2 \right) x_1^2(0) + \frac{K_1^2 + \alpha}{a_2 + K_1} x_1(0)x_2(0) + \left(\frac{K_2^2 + \beta}{(2a_1 + 2K_2)} + \frac{K_1^2 + \alpha}{(2a_2 + 2K_1)(a_1 + K_2)} \right) x_2^2(0) \quad (25)$$

Para minimizar o valor de J e encontrar o valor de K_1

$$\text{e } K_2 \text{ faremos } \frac{\partial J}{\partial K_1} \quad e \quad \frac{\partial J}{\partial K_2} = 0 \quad (26)$$

Assim, a matriz K que minimiza a função custo é dada pelos elementos:

$$K_1 = -a_2 + \sqrt{a_2^2 + \alpha} \quad (27)$$

$$K_2 = -a_1 + \sqrt{a_1^2 + \beta - 2a_2 + 2\sqrt{a_2^2 + \alpha}} \quad (28)$$

5.1-Obtenção de K_1 e K_2 pelo método de alocação de pólos

Através dos resultados obtidos anteriormente, são analisadas as conseqüências da realização de um projeto com alocação de pólos, e da sua viabilidade. Com a escolha de uma matriz de ganho para a retroação de estados, é possível forçar o sistema a ter pólos em malha fechada nos locais desejados desde que sejam respeitadas as condições de compatibilidade da técnica de controle.

Para que o projeto assuma uma resposta mais rápida, adota-se um tempo de estabelecimento pequeno e avalia-se quais os valores ou a faixa de valores em que o coeficiente de amortecimento ξ pode ser aceito para o projeto.

Em projetos normais, dadas as especificações de desempenho, calcula-se através da equação (29) o valor do coeficiente de amortecimento ξ (Ogata, 2010).

$$M_p = e^{-\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)\pi} \quad (29)$$

Encontrado o valor do coeficiente de amortecimento, é possível obter a frequência natural não amortecida ω_n por meio da equação do tempo de acomodação (30), levando em consideração o critério de 2% (Ogata, 2010):

$$t_e = \frac{4}{\omega_n \xi} \quad (30)$$

Substituindo os valores de acordo com o desejado para o tempo de acomodação e o valor obtido para o coeficiente de amortecimento, obtém-se a frequência natural não amortecida.

Com isso chega-se aos pólos dominantes em malha fechada, que pode ser expressos pela seguinte equação:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (31)$$

Os pólos de malha fechada do sistema são dados pela equação

$$|sI - A + BK| = 0 \quad (32)$$

$$\therefore s_{1,2} = \frac{-(a_1 + K_2) \pm \sqrt{(a_1 + K_2)^2 - 4a_2 - 4K_1}}{2} \quad (33)$$

Comparando as equações (31) e (33) obtém-se da primeira igualdade que:

$$a_1 + K_2 = 2\xi\omega_n \quad (34)$$

Da segunda igualdade tem-se que:

$$2\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} = \sqrt{(a_1 + K_2)^2 - 4a_2 - 4K_1} \quad (35)$$

$$\therefore K_1 = \omega_n^2 - a_2 \quad (36)$$

Da equação (36) vemos que K_1 é função somente de ω_n , e através dessa mesma equação obtemos a nossa primeira condição para a alocação de pólos, pois devemos ter que:

$$K_1 \geq 0 \quad (37)$$

$$\omega_n^2 - a_2 \geq 0 \quad (38)$$

Substituindo (30) em (38)

$$\xi^2 t_e^2 \leq \frac{16}{a_2} \quad (39)$$

Para que K_2 seja positivo temos ainda pela equação (34) que:

$$t_e \leq \frac{8}{a_1} \quad (40)$$

sendo a_1 e a_2 os maiores coeficientes das funções de transferência dos dois motores.

6-Análise para os motores da direita e esquerda da cadeira

Para a obtenção das funções de transferência dos motores, foram realizadas as seguintes etapas em laboratório: aquisição de dados pelo Labview, ajuste e filtragem dos dados através do Matlab e obtenção da função transferência pelo Matlab através da técnica chamada Armax.

Assim, para os motores da esquerda e da direita, foram obtidas as seguintes funções respectivamente:

$$G_l(s) = \frac{55400}{s^2 + 1200s + 12090} \quad (41)$$

$$G_r(s) = \frac{28870}{s^2 + 1466s + 14450} \quad (42)$$

As suas equações nos espaços de estados são dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -12090 & -1200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t). \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 55400 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

e

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -14450 & -1466 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t). \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 28870 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

Como os pólos de malha aberta das duas funções apresentam suas partes reais negativas, o sistema é estável (Ogata, 2010). Entretanto, é possível tornar a resposta transitória mais rápida por meio da lei de controle (5).

Para que os sistemas em malha fechada apresentem também uma resposta um pouco mais rápida em relação ao sistema de malha aberta define-se Q com q_{11} maior que q_{22} :

$$Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Como na equação (27) o valor de a_2^2 é grande dentro do radicando, tem-se ainda que o valor de α da matriz Q mantém pouca influência sobre o ganho K_1 .

Com esses valores de α e β encontra-se pelas equações em (27) e (28) que o valor de K_1 e K_2 do motor da esquerda é dado por:

$$K_1 = 0.0414 \text{ e } K_2 = 0.0417 \quad (46)$$

e o motor da direita por;

$$K_1 = 0.0346 \text{ e } K_2 = 0.0341 \quad (47)$$

Para que a equação (40) seja satisfeita escolhe-se um valor de t_e muito pequeno da ordem de $10^{-3} s$.

Pelas equações (34), (46), (47) e (39) tem-se que o intervalo apropriado para a técnica de controle dos motores da esquerda e da direita são respectivamente:

$$-5.45 \leq \xi \leq 5.45 \text{ para } t_e = 6.66 \times 10^{-3} s \quad (48)$$

$$-6.09 \leq \xi \leq 6.09 \text{ para } t_e = 5.45 \times 10^{-3} s \quad (49)$$

7-Resultados e Discussão

O sistema de controle da cadeira de rodas foi representado pelo seguinte diagrama de blocos, derivado da Figura 4 e elaborado no software Simulink,

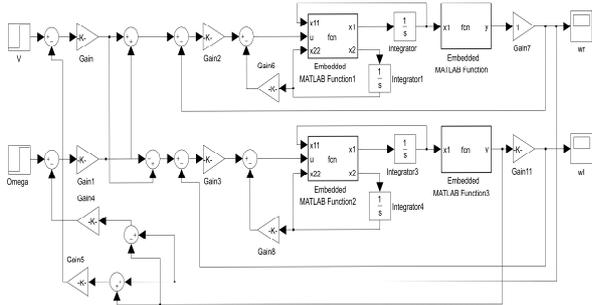


Figura 5: Sistema do controle da cadeira de rodas

7.1-Análise das Curvas de Saída dos Motores em Resposta ao Degrau Unitário nas entradas V e Ω .

Obtidos os valores dos ganhos K_1 e K_2 dos motores da cadeira, aplica-se um degrau nas entradas V (Velocidade Linear) e Ω (Velocidade Angular) da Figura 5, obtendo os seguintes gráficos para a resposta de saídas dos motores direito e esquerdo.

Considerando $V=1m/s$ e $\Omega =0$, os motores da direita e da esquerda giram no mesmo sentido, movimentando a cadeira para a frente, como mostra a Figura 6.

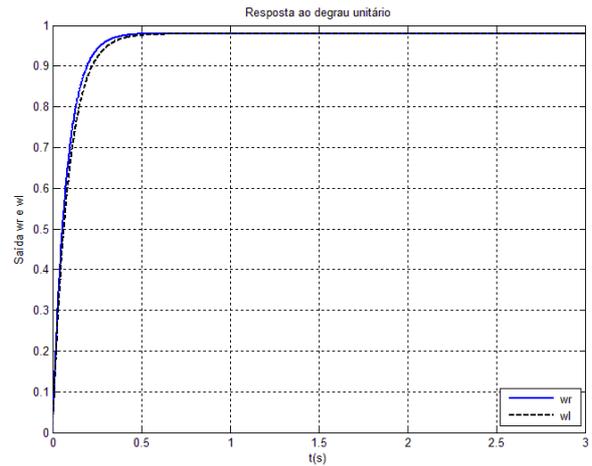


Figura 6: Curva dos motores R e L considerando $V=1m/s$ e $\Omega =0$.

Para $V=0$ e $\Omega =1rad/s$, os motores apresentam rotações em sentidos opostos, causando a rotação da cadeira de rodas em torno do seu centro de massa, como mostra a Figura 7.

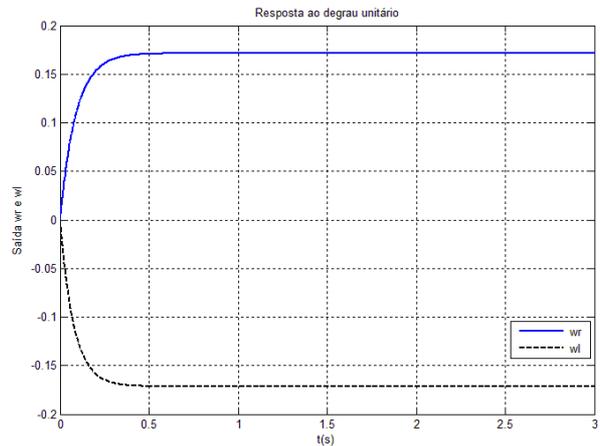


Figura 7: Curva dos motores R e L considerando $V=0$ e $\Omega =1rad/s$.

Para $V=0$ e $\Omega =0$, os motores ficam parados, mantendo a cadeira em repouso, como mostra a Figura 8.

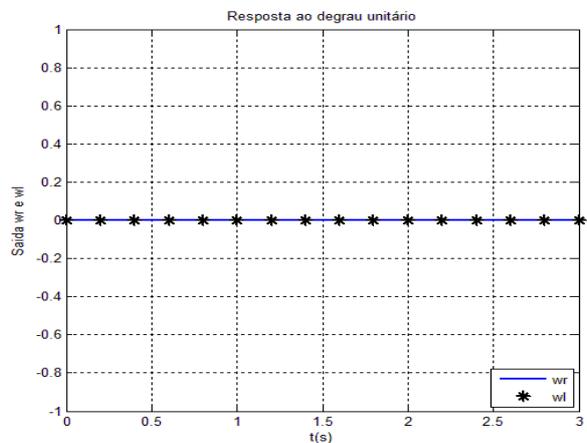


Figura 8: Curva dos motores R e L considerando $V=0$ e $\Omega =0$.

8-Conclusão

Este trabalho foi desenvolvido baseado em um protótipo da cadeira de rodas montada em laboratório. Com base nas coletas de dados dos parâmetros de tensão e velocidade angular percorridos pela cadeira, foi possível obter a função de transferência dos motores CC através dos softwares Labview e Matlab.

Obtida a função que representa cada motor, iniciou-se o desenvolvimento da técnica de controle que possibilite satisfazer determinado índice de desempenho selecionado. Essa técnica de controle obtida através da minimização de uma função custo também pode ser formulada pelo método de alocação de pólos de malha fechada desejados, desde que sejam respeitadas as condições matemáticas do projeto.

Através da diferenciação da função do índice de desempenho J , mostra-se que é possível, para quaisquer condições do sistema, inclusive condições iniciais das variáveis de estado $x_1(0)$ e $x_2(0)$, obter qualquer valor dos ganhos K_1 e K_2 que ofereçam um controle ótimo.

Na simulação com o Simulink, quando os valores de K_1 e K_2 são tomados dentro dos intervalos em que a alocação de pólos fica bem definida matematicamente, os resultados obtidos ficam adequados para o controle de uma cadeira de rodas.

Provavelmente, o ponto mais importante é que o projeto baseado no índice de desempenho resulte em um sistema de controle estável com a obtenção do vetor de controle $u(t)$ que minimiza este índice de desempenho.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da Capes, Fundação Araucária do Estado do Paraná, da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e do CNPq.

Referências

- [1] Mazo, M.; Rodríguez, F. J.; Lázaro, J. L.; Ureña, J.; García, J. C.; Santiso, E. and Revenga, P. A. (1995). Eletronic control of a wheelchair guided by voice commands. *Control Engineering Practice*, Vol. 3, No. 5, pp. 665-674.
- [2] Espinosa, F.; López, E.; Mateos, R.; Mazo, M. and García, R. *Advanced and Intelligent Control Techniques Applied to the Drive Control and Path Tracking Systems on Robotic Wheelchair, Autonomous Robots 11*, 137-148,2001.
- [3] Fonseca Sobrinho, A. S., Prado, L., Felizardo, K. R., Germanovix, W., Gaino, R., Sistemas de controle

para cadeira de rodas comandados por sopro e sucção, in: VI *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*. Bauru, 2003, pp. 1-6.

- [4] Ferreira, C. L. L. ; Cervantes, S. G. S. ; Germanovix, W. . Cadeira de rodas controlada por sopro e sucção. In: *Anais do Congresso Brasileiro de Automática 2008*, Juiz de Fora, PP. 1-4.
- [5] Rosa Filho, J. E. A. Contribuições de controle ótimo, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- [6] Ogata, K. *Engenharia de Controle Moderno*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 5ª edição, 2010.