

CONTROLE IDA-PBC COM AÇÃO INTEGRAL PARA SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS DE UM HELICÓPTERO QUADRIRROTOR

C. SOUZA,* G. V. RAFFO,† E. B. CASTELAN*

**Departamento de Automação e Sistemas
Universidade Federal de Santa Catarina
Florianópolis, SC, Brasil*

†*Departamento de Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, MG, Brasil*

Emails: cristian@das.ufsc.br, raffo@ufmg.br, eugenio@das.ufsc.br

Abstract— This paper presents the control design of a VTOL (Vertical Take-Off and Landing) aircraft via PBC (passivity based Control) methodology. In this work the path tracking problem is solved for a realistic quadricopter model. Moreover, an integral control action is added to the control strategy for sustained disturbance rejection. It is shown through the adoption of a tilt angle on the rotors that it is possible to create coupling between the longitudinal and lateral movements and pitch and roll movements, avoiding the necessity of using controllers in cascade or augmented state space on the control design stage. Finally, the good performance of the proposed controller is corroborated in presence of disturbances for smooth path tracking.

Keywords— Passivity Based Control, underactuated mechanic systems, unmanned aerial vehicle, VTOL.

Resumo— Este trabalho apresenta o projeto de controle de uma aeronave VTOL (*Vertical Take-Off and Landing*) via metodologia PBC (*Passivity Based Control*). Neste trabalho o problema de seguimento de trajetórias foi solucionado para um modelo realístico do quadricóptero. Além disso, uma ação integral foi adicionada a estratégia de controle para rejeição de perturbação constante. É mostrado por meio da adoção de uma inclinação nos rotores que é possível criar acoplamento entre os movimentos longitudinal e lateral e os movimentos de arfagem e rolagem, evitando assim a necessidade de utilizar controladores em cascata ou de espaço de estados aumentados na etapa de projeto de controle. Ao final, o bom desempenho do controlador para o seguimento de uma trajetória suave é corroborado na presença de perturbações.

Palavras-chave— Controle baseado em passividade, sistemas mecânicos subatuados, veículo aéreo não-tripulado, VTOL.

1 Introdução

Quadricópteros são sistemas VTOL (Vertical Take-off and Landing) que fazem uso de quatro rotores para gerar seus movimentos. Quadricópteros têm vantagens evidentes sobre outras aeronaves uma vez que podem decolar e pousar em área limitada, voar em baixas velocidades e realizar vôo pairado. Além disso, eles têm grande manobrabilidade. Como são sistemas instáveis, um sistema de controle deve ser implementado e, ademais, deve ser robusto o suficiente para lidar com perturbações externas (rajadas de vento), com variações e incertezas paramétricas e para que a aeronave possa voar de forma semi ou completamente autônoma.

Estratégias clássicas de controle para helicópteros assumem um modelo linear obtido em um ponto de operação particular. A aplicação da teoria moderna de controle não linear pode melhorar o desempenho do controlador e permitir o rastreamento de trajetórias agressivas (Castillo et al., 2005).

Diversas técnicas não lineares já foram utilizadas para o controle de helicópteros quadricópteros. Em (Bouabdallah and Siegwart, 2005) foi realizada a modelagem dinâmica de um VANT onde dois controladores foram aplicados e comparados, um controlador *backstepping* e um controlador por modos deslizantes. Diversas variações de leis de controle usando a técnica *backstepping* foram desenvolvidas nos últimos para controlar o helicóptero quadricóptero; em

(Saif et al., 2012) a abordagem utilizada para projeto do controlador utilizou somente uma parte dos parâmetros de ajuste utilizados na abordagem clássica; em (Fang and Gao, 2011) uma lei de controle adaptativa e com ação integral usando a abordagem *backstepping* foi desenvolvida com o intuito de aumentar a robustez do sistema; em (Al-Younes and Jarrah, 2008) são apresentados os controladores BFL (*backstepping fuzzy logic controller*) e BLMS (*backstepping least mean square controller*) para controlar o quadricóptero.

Propostas de controle preditivo com ação integral e controle \mathcal{H}_∞ não linear (Raffo et al., 2010; Raffo et al., 2011) vêm sendo estudadas e aplicadas em helicópteros na configuração quadricóptero. Nesse último, o modelo do quadricóptero utilizado para projeto da lei de controle considera um ângulo de inclinação nos rotores para criar acoplamento entre os movimentos longitudinal/lateral e os movimentos dos ângulos de arfagem e rolagem.

Controle baseado em passividade (do inglês *Passivity-Based-Control* (PBC)) é uma técnica de controle bem estabelecida que tem mostrado ser bastante eficiente para o projeto de controladores robustos para sistemas físicos descritos pelas equações de movimento obtidas por meio da formulação de Euler-Lagrange (Ortega et al., 2002).

A metodologia IDA-PBC já foi utilizada para o controle de um braço robótico com flexibilidade na junta (Sanz and Etxebarria, 2006), no controle de ní-

vel de um típico sistema de 4 tanques (Jøhnsen and Allwer, 2007), em sistemas eletromecânicos como, por exemplo, o controle de velocidade de motores elétricos (Petrovic et al., 2001; González et al., 2008; Hongmei et al., 2010) e o controle de sistemas de levitação magnética (Ortega et al., 2001; Rodríguez and Ortega, 2003), porém pouco têm sido feito no campo de controle de VANTs através da metodologia PBC.

Este artigo tem como objetivo expandir a lei de controle IDA-PBC apresentada em (Cristian et al., 2012) (onde apenas os movimentos referentes ao plano XY eram considerados) para um modelo mais realístico do quadricóptero, onde todos os seis graus de liberdade são considerados na solução do problema de seguimento de trajetórias. Uma parcela adicional referente à ação integral é incorporada à lei de controle para garantir rejeição de perturbações constantes. Além disso, de modo a aumentar a controlabilidade do modelo usado para o projeto do controlador, uma inclinação nos rotores é considerada, evitando, assim, a utilização de estruturas de controle em cascata e de espaço de estados aumentado.

A organização deste artigo segue da seguinte forma: a seção 2 trata do modelagem matemática do sistema; na seção 3 é apresentada a metodologia IDA-PBC e os cálculos referente ao projeto do controlador; os resultados obtidos via simulação são mostrados na seção 4 e por fim as conclusões e trabalhos futuros são apresentados na seção 5.

2 Modelagem Matemática

O quadricóptero é uma aeronave de hélices fixas (ausência dos comandos de cíclico e coletivo) que conta com quatro motores ligados a quatro hélices para a geração de movimento. Estes motores são fixados nas extremidades de uma plataforma em forma de cruz, como pode ser visto na figura 1,

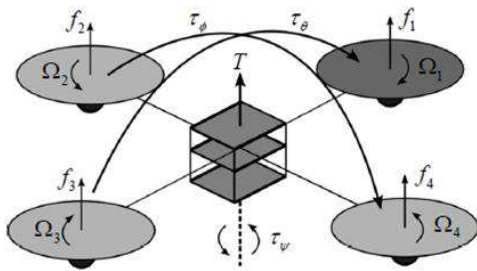


Figura 1: Esquema demonstrativo do quadricóptero.

A disposição dos rotores é dada aos pares e os movimentos são dados acelerando e desacelerando-os. Este tipo de helicóptero tenta alcançar a estabilidade de voo utilizando as forças de equilíbrio produzidas por seus quatro rotores (Raffo et al., 2010). Cada rotor exerce uma força vertical que depende da sua velocidade e a soma de suas forças resulta na impulsão total da aeronave como pode ser observado na Fig. 1. O

par de rotores (f_1, f_3) gira no sentido contrário ao par (f_2, f_4) , desta forma o efeito giroscópico é minimizado e, por conveniência, este efeito pode ser desconsiderado na modelagem do sistema e tratado como uma perturbação no sistema de controle.

Neste artigo algumas considerações foram tomadas a fim de simplificar a modelagem utilizada para o projeto de controle. Assume-se que o centro de massa e de rotação é o mesmo e apenas os elementos da diagonal principal da matriz de inércia, que serão apresentados mais adiante, são considerados.

As equações do movimento de helicóptero quadricóptero podem ser representadas como segue:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{B}(\mathbf{q})\Gamma \quad (1)$$

onde a matriz $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ é a matriz de inércia $(n \times n)$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ é a matriz de forças de Coriolis e centrífugas $(n \times n)$, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ é o vetor de forças gravitacionais, $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ é a matriz de forças externas $(n \times n)$, Γ é o vetor de torques e forças aplicado ao quadricóptero e \mathbf{q} é o vetor de coordenadas generalizadas do sistema, e é formado por:

$$\mathbf{q} = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T$$

Pode-se escrever a matriz de inércia, $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, da seguinte forma:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m\mathbf{1}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathcal{I}(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{I}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz}\mathbf{S}(\theta) \\ 0 & I_{yy}\mathbf{C}(\phi)^2 + I_{zz}\mathbf{S}(\phi)^2 & I_{yy}\mathbf{C}(\phi)\mathbf{C}(\theta)\mathbf{S}(\phi) - I_{zz}\mathbf{C}(\phi)\mathbf{C}(\theta)\mathbf{S}(\phi) \\ -I_{xz}\mathbf{S}(\theta) & I_{yy}\mathbf{C}(\phi)\mathbf{C}(\theta)\mathbf{S}(\phi) & I_{zz}\mathbf{C}(\phi)^2\mathbf{C}(\theta)^2 + I_{yy}\mathbf{C}(\theta)^2\mathbf{S}(\phi)^2 + I_{xz}\mathbf{S}(\theta)^2 \end{bmatrix},$$

na qual m representa a massa total do quadricóptero, g_a é a aceleração da gravidade, I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} são os momentos de inércia em torno de cada eixo, $\mathbf{C}(\cdot) = \cos(\cdot)$ e $\mathbf{S}(\cdot) = \sin(\cdot)$. Os elementos da matriz $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ podem ser calculados por meio dos conhecidos símbolos de Christoffel de primeiro tipo. O vetor de forças gravitacionais, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$, é escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = [0 \quad 0 \quad m \cdot g_a \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2)$$

Por fim, a matriz $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ é dada por:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{J}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}'_{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $\mathbf{W}'_{\boldsymbol{\eta}}$ é a chamada matriz de Euler e \mathbf{R} é a matriz de rotação que especifica a orientação do sistema de coordenadas fixo ao corpo com relação ao sistema de coordenadas inercial, representadas da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\psi}\mathbf{C}_{\theta} & \mathbf{C}_{\psi}\mathbf{S}_{\theta}\mathbf{S}_{\phi} - \mathbf{S}_{\psi}\mathbf{C}_{\phi} & \mathbf{C}_{\psi}\mathbf{S}_{\theta}\mathbf{C}_{\phi} + \mathbf{S}_{\psi}\mathbf{S}_{\phi} \\ \mathbf{S}_{\psi}\mathbf{C}_{\theta} & \mathbf{S}_{\psi}\mathbf{S}_{\theta}\mathbf{S}_{\phi} + \mathbf{C}_{\psi}\mathbf{C}_{\phi} & \mathbf{S}_{\psi}\mathbf{S}_{\theta}\mathbf{C}_{\phi} - \mathbf{C}_{\psi}\mathbf{S}_{\phi} \\ -\mathbf{S}_{\theta} & \mathbf{C}_{\theta}\mathbf{S}_{\phi} & \mathbf{C}_{\theta}\mathbf{C}_{\phi} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}'_{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Dado que não é possível controlar todos os graus de liberdade do quadricóptero com apenas um controlador, foi adotada uma inclinação nos rotores, proposta em Raffa et al. (2011), a fim de se aumentar a controlabilidade do modelo. A nova configuração dos rotores é apresentada na Fig 2.

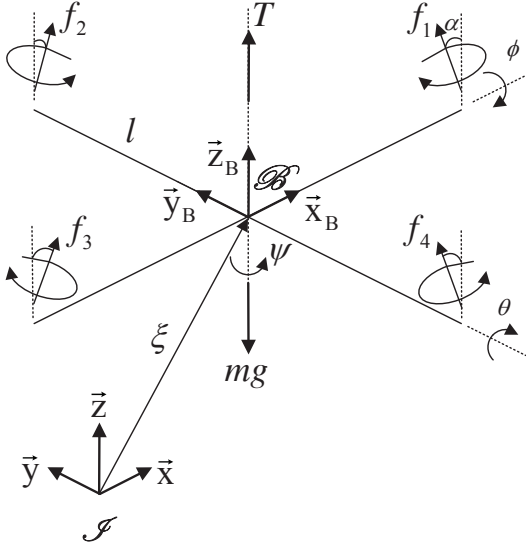


Figura 2: quadricóptero com inclinação nos rotores.

Desta forma a matriz de acoplamento de entrada (matriz de forças externas B) é recalculada da seguinte forma:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\Gamma = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{B}_M\mathbf{u}_M = \mathbf{B}_{\mathcal{J}}(\mathbf{q})\mathbf{u}_M =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{J}} & 0 \\ 0 & \mathbf{W}'_{\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -bS(\alpha) & 0 & bS(\alpha) & 0 \\ 0 & -bS(\alpha) & 0 & bS(\alpha) \\ bC(\alpha) & bC(\alpha) & bC(\alpha) & bC(\alpha) \\ 0 & lbC(\alpha) & 0 & -lbC(\alpha) \\ -lbC(\alpha) & 0 & lbC(\alpha) & 0 \\ k\tau C(\alpha) & -k\tau C(\alpha) & k\tau C(\alpha) & -k\tau C(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix}$$

Portanto, o vetor de entradas de controle no sistema passa a ser \mathbf{u}_M (velocidades de rotação ao quadrado) ao invés de Γ (forças/torques).

3 Controle Baseado em Passividade

A técnica de controle não-linear utilizada neste trabalho para resolver o problema de seguimento de trajetória de um helicóptero quadricóptero é o IDA-PBC. É uma metodologia de projeto de controladores desenvolvida para estabilidade assintótica de sistemas não lineares que não se baseia em procedimentos de linearização ou desacoplamento, mas modifica o sistema em malha fechada com uma estrutura hamiltoniana a partir de uma função de energia desejada.

3.1 Balanceamento de Energia

Como o objetivo é controlar sistemas descritos por (1) através da técnica IDA-PBC, torna-se necessário transformar o sistema na representação do hamiltoniano de porta controlada (PCH). A representação de um

sistema na forma PCH padrão é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})] \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}'(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x})$$
(4)

em que $H(\mathbf{x})$ é a função da energia total acumulada no sistema, $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}'(\mathbf{x})$ representa a matriz de interconexão, $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}'(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}$ é a matriz de amortecimento e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ são as variáveis de porta de potência, pois o produto de ambas define o fluxo de potência trocado com o ambiente do sistema.

Para o projeto do IDA-PBC recorre-se ao conceito de energia do sistema, sendo que as trocas internas de energia do sistema em questão são representadas pelas matrizes de interconexão e de amortecimento. A partir de escolhas adequadas para essas matrizes (interconexão e de amortecimento) equações diferenciais parciais são obtidas.

Considera-se que a partir do sistema 4 obtém-se um sistema PCH desejado como segue:

$$(\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x})) \nabla_{\mathbf{x}} H_d(\mathbf{x}) =$$

$$-(\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_a(\mathbf{x})) \nabla_{\mathbf{x}} H(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}$$
(5)

em que

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = -[\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_a(\mathbf{x})]^T$$

$$\mathbf{R}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x}) + \mathbf{R}_a(\mathbf{x}) = [\mathbf{R}(\mathbf{x}) + \mathbf{R}_a(\mathbf{x})]^T \geq \mathbf{0},$$

sendo que \mathbf{J}_a e \mathbf{J}_d são as matrizes de interconexão adicional e desejada, respectivamente, e \mathbf{R}_a e \mathbf{R}_d são as matrizes de amortecimento adicional e desejado, respectivamente. Observa-se que (5) resulta em um sistema de equações diferenciais parciais, PDE's (do inglês *Partial Differential Equations*). A partir da solução desse sistema de PDE's encontra-se a lei de controle \mathbf{u} para que o sistema tenha o comportamento desejado, sendo que para isso algumas condições devem ser satisfeitas:

- Integrabilidade: $\nabla_{\mathbf{x}} H_d(\mathbf{x}) = \mathbf{G}(\mathbf{x})$ é o gradiente de uma função escalar que mantém a propriedade:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{G}(\mathbf{x}) = [\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{G}(\mathbf{x})]'$$

- Atribuição do equilíbrio: $\nabla_{\mathbf{x}} H_d(\mathbf{x})$ no equilíbrio $\bar{\mathbf{x}}$ verifica:

$$\nabla_{\mathbf{x}} H_d(\bar{\mathbf{x}}) = -\nabla_{\mathbf{x}} H(\bar{\mathbf{x}})$$

- Estabilidade segundo Lyapunov: o jacobiano de $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ no equilíbrio satisfaz o limite:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{G}(\bar{\mathbf{x}}) \geq -\nabla_{\mathbf{x}}^2 H(\bar{\mathbf{x}})$$

Por meio das condições anteriores, garante-se que $\bar{\mathbf{x}}$ é um equilíbrio (localmente) estável em malha fechada. Adicionalmente, se o maior conjunto invariante contido em:

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \left[\frac{\partial H_d(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \mathbf{R}_d(\mathbf{x}) \frac{\partial H_d}{\partial x}(x) = 0 \right\}$$

for o próprio ponto de equilíbrio, então esse ponto de equilíbrio é assintoticamente estável.

3.2 Síntese do Controlador

Reescrevendo o sistema (1), a fim de deixá-lo na forma de (4), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} H \\ \nabla_{\mathbf{p}} H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{\mathcal{J}} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathbf{M}} \quad (6)$$

Para o sistema em questão a função de energia total é:

$$\begin{aligned} H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) &= \mathcal{K}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + \mathcal{U}(\mathbf{q}) \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{p}' \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{p} + \mathcal{U}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (7)$$

sendo o primeiro termo do lado direito referente à energia cinética do sistema e o segundo termo à energia potencial.

A escolha da função 7 é devida aos tipos de energias envolvidas no sistema (energia cinética e potencial gravitacional).

Sendo assim, para a representação desse modelo em PCH, tem-se:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz \mathbf{R}_a será formulada na tentativa de introduzir um amortecimento ao sistema no projeto do controlador,

$$\mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_v \end{bmatrix}$$

em que \mathbf{K}_v é uma matriz diagonal, de dimensão apropriada e definida positiva. Com isso substituindo na equação 5, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 + \mathbf{J}_{d_{12}} \\ -1 - \mathbf{J}_{d_{12}}' & -\mathbf{K}_v \end{bmatrix} \nabla_{\mathbf{x}} H_a = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{J}_{d_{12}} \\ \mathbf{J}_{d_{12}}' & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \nabla_{\mathbf{x}} H + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{\mathcal{J}} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathbf{M}} \quad (8)$$

na qual

$$\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}_{d_{12}} \\ -\mathbf{J}_{d_{12}}' & 0 \end{bmatrix}$$

é a parcela adicional de interconexão introduzida ao sistema.

Expandindo (8), chega-se em:

$$\begin{aligned} (1 + \mathbf{J}_{d_{12}}) \nabla_{\mathbf{p}} H_a &= -\mathbf{J}_{d_{12}} \nabla_{\mathbf{p}} H \\ -(1 + \mathbf{J}_{d_{12}}') \nabla_{\mathbf{q}} H_a - \mathbf{K}_v \nabla_{\mathbf{p}} H_a &= \mathbf{J}_{d_{12}}' \nabla_{\mathbf{q}} H + \mathbf{K}_v \nabla_{\mathbf{p}} H \\ &\quad + \mathbf{B}_{\mathcal{J}} \mathbf{u}_{\mathbf{M}} \end{aligned} \quad (9)$$

Nota-se que com a solução da primeira PDE em (9) tem-se:

$$H_a(\mathbf{x}) := \gamma(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} (1 + \mathbf{J}_{d_{12}})^{-1} \mathbf{J}_{d_{12}} p' M^{-1} p \quad (10)$$

onde $\gamma(\mathbf{x})$ é uma função arbitrária, diferenciável e contínua. Isolando-se $\mathbf{u}_{\mathbf{M}}$ na segunda PDE, encontra-se a lei de controle do sistema:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\mathcal{J}} \mathbf{u}_{\mathbf{M}} &= -(1 + \mathbf{J}_{d_{12}}') \nabla_{\mathbf{q}} H_a \\ &\quad + \mathbf{K}_v [(1 + \mathbf{J}_{d_{12}})^{-1} \mathbf{J}_{d_{12}} (M^{-1} p) - M^{-1} p] \\ &\quad - \mathbf{J}_{d_{12}}' [\frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{q}} (p' M^{-1} p) + G]. \end{aligned} \quad (11)$$

Deve-se definir a função $\gamma(\mathbf{x})$ de tal forma que $H_d(x) = H(x) + H_a(x)$ tenha um mínimo em $(\bar{q}, 0)$. Sendo assim, a função $\gamma(\mathbf{x})$ é definida como:

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{q}})' K p (\bar{\mathbf{q}}) - \mathcal{U} - \frac{1}{2} (1 + \mathbf{J}_{d_{12}})^{-1} \mathbf{J}_{d_{12}} p' M^{-1} p \\ &\quad + K i \int_0^t \bar{\mathbf{q}}^2 dt \end{aligned} \quad (12)$$

onde Kp e Ki são matrizes diagonais de ganhos proporcionais ao erro de posição e à integral do erro de posição, respectivamente. O segundo termo da equação (12) cancela a componente de energia potencial do hamiltoniano de malha aberta, o terceiro termo é responsável por satisfazer a condição da primeira equação do conjunto de EDPs (9) e a integral de $\bar{\mathbf{q}}^2$ é introduzida para garantir erro nulo na presença de perturbações constantes. A matriz $\mathbf{J}_{d_{12}}$ deve estar compreendida entre $-1 < \mathbf{J}_{d_{12}} \leq 0$ para garantir o valor mínimo de H_d em $(\bar{q}, 0)$.

Desta forma, tem-se a seguinte lei de controle:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\mathbf{M}} &= \mathbf{B}_{\mathcal{J}}^{\#} \{ -(1 + \mathbf{J}_{d_{12}}') \\ &\quad \cdot [Kp(q - \bar{q}) - G - (1 + \mathbf{J}_{d_{12}})^{-1} \mathbf{J}_{d_{12}} \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{q}} (p' M^{-1} p) + Ki \int_0^t \bar{\mathbf{q}}] \\ &\quad + K_v [(1 + \mathbf{J}_{d_{12}})^{-1} \mathbf{J}_{d_{12}} (M^{-1} p) - M^{-1} p] \\ &\quad - \mathbf{J}_{d_{12}}' [\frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{q}} (p' M^{-1} p) + G] \} \end{aligned} \quad (13)$$

sendo $\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{U}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{B}_{\mathcal{J}}^{\#}$ a pseudo inversa de $\mathbf{B}_{\mathcal{J}}$.

4 Simulação

O objetivo do sistema de controle proposto é resolver o problema de seguimento de trajetórias, regulando os graus de liberdade X , Y , Z e ψ , enquanto as velocidades angulares $\dot{\phi}$ e $\dot{\theta}$ são estabilizadas em zero.

Como é mostrado em Mistler et al. (2001), o modelo do helicóptero quadricóptero, considerando as hélices coplanares, não permite controlar os graus de liberdade X , Y , Z e ψ sem a utilização do espaço de estados aumentado ou de estruturas de controle em cascata. Neste artigo foi utilizado a proposta apresentada em Raffa et al. (2011), onde uma inclinação α nos rotores é adotada, acoplando os movimentos longitudinal e lateral com os movimentos de arfagem e rolagem, aumentando assim a controlabilidade do modelo.

As simulações foram realizadas utilizando a trajetória apresentada na Fig. 3 definida como:

$$\begin{aligned} X(t) &= 0.05t \cos(0.1t) \\ Y(t) &= 0.05t \sin(0.1t) \\ Z(t) &= 0.25t \end{aligned} \quad (14)$$

Os parâmetros do modelo utilizado pelo controlador são: $b = 9.5e - 6 \text{ N s}^2$, $l = 0.332 \text{ m}$, $k_{\tau} = 1.7e - 7 \text{ N m s}^2$, $m = 2.24 \text{ kg}$, $I_{xx} = I_{yy} = 0.0363 \text{ Kg.m}^2$, $I_{zz} = 0.0615 \text{ Kg.m}^2$ e $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Os ganhos do controlador foram sintonizados com os seguintes valores: $\alpha = 10^\circ$, $kp1 = 20$, $kp2 = 20$, $kp3 = 16$, $kp4 = 0$, $kp5 = 0$, $kp6 = 3$, $kv1 = 8$, $kv2 = 8$, $kv3 = 20$, $kv4 = 1$, $kv5 = 1$, $kv6 = 2$, $ki1 = 10$, $ki2 = 10$, $ki3 = 2$, $ki4 = 0$, $ki5 = 0$, $ki6 = 0$ e a matriz $\mathbf{J}_{d_{12}}$ foi considerada nula. O helicóptero parte da posição $x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) =$

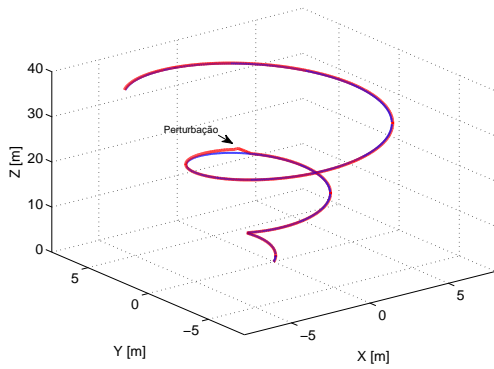


Figura 3: Seguimento de Trajetória.

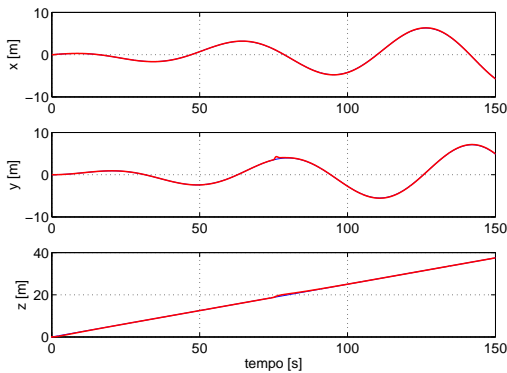


Figura 4: Seguimento nos eixos XYZ.

0 e $\psi(0) = 0$ com velocidades lineares e angulares nulas.

A partir dos resultados da simulação pode ser observado que o controlador atinge níveis satisfatórios no seguimento de trajetória, apresentando erro nulo em regime permanente. No instante $t = 75 s$ uma perturbação do tipo degrau é inserida no movimento de Y e Z, sendo compensada rapidamente devido à ação integral do controlador. Os sinais de controle apresentam valores de pico no instante que é aplicada a perturbação, porém com valores aceitáveis durante todo o restante da simulação.

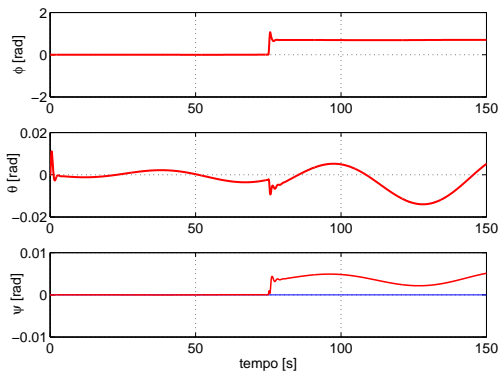


Figura 5: Orientação.

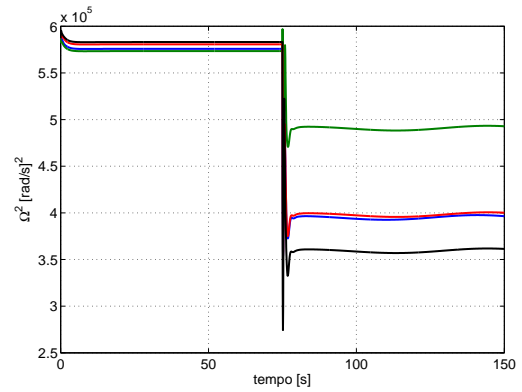


Figura 6: Sinais de controle.

5 Conclusões

Foi apresentado neste trabalho o desenvolvimento de um controlador IDA-PBC para o seguimento de trajetórias de um helicóptero quadrirrotor. O sistema de controle é desenvolvido sem a necessidade de estruturas em cascata ou o uso de espaço de estados aumentado.

Resultados de simulação foram utilizados para corroborar o bom desempenho da lei de controle proposta. O controlador mostrou-se robusto o suficiente para lidar com a mudança na estrutura mecânica proposta e com as simplificações empregadas, obtendo sucesso no seguimento das trajetórias nos eixos X, Y e Z e na regulação de ψ quando perturbações constantes afetaram o helicóptero quadrirrotor.

Agradecimentos

Os autores desejam agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), pelo financiamento deste trabalho.

Referências

- Al-Younes, Y. and Jarrah, M. (2008). Attitude stabilization of quadrotor uav using backstepping fuzzy logic & backstepping least-mean-square controllers, *Mechatronics and Its Applications, 2008. ISMA 2008. 5th International Symposium on*, pp. 1–11.
- Bouabdallah, S. and Siegwart, R. (2005). Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor, *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*, pp. 2247 – 2252.
- Castillo, P., Lozano, R. and Dzul, A. (2005). Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors, *Control Systems, IEEE* **25**(6): 45 – 55.

- Cristian, S., G., V. R., Rômulo, L. M., Luís, F. P. S., Eugênio, B. C. and Ubirajara, F. M. (2012). Adaptive integral backstepping control of a micro-quadrotor, *Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012*, pp. 2306–2313.
- Fang, Z. and Gao, W. (2011). Adaptive integral backstepping control of a micro-quadrotor, *Intelligent Control and Information Processing (ICICIP), 2011 2nd International Conference on*, Vol. 2, pp. 910–915.
- González, H., Duarte-Mermoud, M., Pelissier, I., Travieso-Torres, J. and Ortega, R. (2008). A novel induction motor control scheme using idabc, *Journal of Control Theory and Applications* **6**: 59–68. 10.1007/s11768-008-7193-9.
- Hongmei, L., Xichen, W., Shusong, Z., Zhengjie, B. and Xiaojun, N. (2010). A novel controller for energy-efficient and wide-speed-range drive for permanent magnet synchronous motor based on the interconnection and damping assignment passivity based control, *Optoelectronics and Image Processing (ICOIP), 2010 International Conference on*, Vol. 1, pp. 83–87.
- Jøhnsen, J. and Allwer, F. (2007). Interconnection and damping assignment passivity-based control of a four-tank system, in F. Allgwer, P. Fleming, P. Kokotovic, A. Kurzhanski, H. Kwakernaak, A. Rantzer, J. Tsitsiklis, F. Bullo and K. Fujimoto (eds), *Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control 2006*, Vol. 366 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer Berlin / Heidelberg, pp. 111–122.
- Mistler, V., Benallegue, A. and M'Sirdi, N. (2001). Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback, *Robot and Human Interactive Communication, 2001. Proceedings. 10th IEEE International Workshop on*, pp. 586–593.
- Ortega, R., Van Der Schaft, A., Mareels, I. and Maschke, B. (2001). Putting energy back in control, *Control Systems, IEEE* **21**(2): 18–33.
- Ortega, R., van der Schaft, A., Maschke, B. and Escobar, G. (2002). Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems, *Automatica* **38**(4): 585–596.
- Petrovic, V., Ortega, R. and Stankovic, A. (2001). Interconnection and damping assignment approach to control of pm synchronous motors, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **9**(6): 811–820.
- Raffo, G. V., Ortega, M. G. and Rubio, F. R. (2010). An integral predictive/nonlinear control structure for a quadrotor helicopter, *Automatica* **46**(1): 29–39.
- Raffo, G. V., Ortega, M. G. and Rubio, F. R. (2011). Nonlinear \mathcal{H}_∞ Controller for the Quad-Rotor Helicopter with Input Coupling, *18th World Congress, IFAC 2011*, Milano, Italy.
- Rodríguez, H. and Ortega, R. (2003). Stabilization of electromechanical systems via interconnection and damping assignment, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **13**(12): 1095–1111.
- Saif, A., Dhaifullah, M., Al-Malki, M. and Shafie, M. (2012). Modified backstepping control of quadrotor, *Systems, Signals and Devices (SSD), 2012 9th International Multi-Conference on*, pp. 1–6.
- Sanz, A. and Etxebarria, V. (2006). Interconnection and damping assignment passivity-based experimental control of a single-link flexible robot arm, *Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2006 IEEE*, pp. 2504–2509.