

# UMA METODOLOGIA *BRANCH-AND-BOUND* APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES MISTAS COM LINHAS CA, *LINKS* CCS E DISPOSITIVOS FACTS

JULIANA KLAS E SÉRGIO HAFFNER

GMASP – PPGEE – UFRGS

Av. Osvaldo Aranha, 103 CEP: 90035-190 - Porto Alegre, RS - Brasil

E-mail: jklas@ece.ufrgs.br, haffner@ieee.org

**Abstract**— This paper presents a modified branch-and-bound approach to solve the transmission planning problem. The resolution applies an enumerative exact branch-and-bound method, initially in a relaxed Hybrid transmission system model to find integer solutions followed by a DC transmission system model test. The methodology applied to Garver's six bus and 46 South Brazilian bus systems presented correct answers accordingly to the current bibliography e while tested with a 6 bus system with both CA and CC lines and FACTS proved to be a broader methodology when applied to transmissions systems that have power electronics new technologies.

**Keywords**— Optimization, Transmission Planning, HVDC transmission, FACTS, branch-and-bound

**Resumo**— Este trabalho apresenta uma abordagem *branch-and-bound* modificada para a resolução do problema de planejamento do sistema de transmissão. A resolução utiliza um método exato de enumeração utilizando o modelo de rede Híbrido relaxado em uma primeira etapa que encontra soluções inteiras, subsequente ao teste destas soluções no modelo de fluxo CC. O método aplicado aos sistemas de 6 barras de garver e sistema Sul Brasileiro de 46 barras apresentou respostas adequadas de acordo com a bibliografia e ao ser testado em um sistema de 6 barras misto com linhas CA, *links* CC e controladores FACTS, provou ser uma metodologia abrangente quando aplicada em sistemas de transmissão com novas tecnologias oriundas do uso extensivo de Eletrônica de Potência.

**Palavras-chave**— Otimização, Planejamento da expansão do sistema de transmissão, *branch-and-bound*, *links* CC, FACTS

## 1 Introdução

O ministério de Minas e Energia do Brasil através da Empresa de Pesquisa Energética (EPE) presta serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético. Resultado deste serviço pode ser encontrado no Plano Decenal de Expansão de Energia, cuja última edição foi disponibilizada em 2009 contendo o horizonte 2008 a 2017.

A segunda parte do plano decenal detalha os principais aspectos da configuração do sistema de transmissão e de sua expansão. A expansão da transmissão é necessária para que os agentes de mercado tenham livre acesso à rede, para interligar os submercados e para um despacho ótimo do parque gerador (Brasil, Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética, 2009).

Existem diversos trabalhos no Brasil e no exterior relacionados à resolução deste problema e eles podem ser agrupados de acordo com o modelo de rede utilizado, a forma de busca da solução e implementações adicionais.

As formulações do modelo de rede mais utilizadas para resolução do problema de expansão são: Transporte, Híbrido e Fluxo de carga CC (Romero et al., 2002) apesar de existirem investigações recentes utilizando-se fluxo de carga CA (Zhang et al., 2012) (Rider et al., 2007).

O modelo CA, apesar de mais completo, é de alta complexidade (Zhang et al., 2012), raramente utilizado para resolução do problema de expansão da transmissão. Subsequente ao modelo CA temos o CC, que apresenta uma aproximação do fluxo relacionando diretamente a potência ativa e o ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra.

Já a busca de soluções pode ser feita de duas formas. Tem-se os métodos exatos como enumeração explícita ou decomposição de Benders, que garantem a otimalidade da solução e os métodos aproximados como meta-heurísticas tais como o GRASP, algoritmo genético e busca tabu (Arenales et al., 2007).

Além do modelo e da forma de busca a resolução do problema pode apresentar implementações adicionais com a utilização de pré-processamento, algoritmo de planos de cortes e técnicas de linearização, como a aplicada no model disjuntivo (Bahense et al., 2001).

Pré-processamento é a análise somente da formulação do problema, buscando-se variáveis e restrições que ajudarão à apertar os limites. Algoritmo de planos de cortes objetivam a aproximação convexa da região factível do problema (Arenales et al., 2007) e podem ocorrer no decorrer do processo da busca não somente inicialmente como o pré-processamento. A união do método de enumeração explícita em conjunto com cortes válidos resultam no algoritmo de *branch-and-cut*, técnica já utilizada para a resolução do problema de expansão (Sousa e Asada, 2012).

Em relação às técnicas existentes algumas considerações podem ser feitas. Quando é aplicada a decomposição de Benders, pode ser necessário produzir um número excessivo de cortes de Benders que podem inviabilizar a solução de problemas de expansão mais complexos, mesmo com a aplicação de técnicas hierarquizadas. A utilização do modelo linear disjuntivo implica na substituição das variáveis inteiras por variáveis binárias, aumentando o número de variáveis do problema, pois são necessárias várias variáveis binárias para representar cada variável inteira. Além disto, a utilização de um parâmetro  $M$  (um número grande o bastante para permitir a relaxação das restrições inválidas) tende a provocar problemas

de condicionamento que dificultam a solução do problema linear equivalente. Por outro lado, a utilização de métodos heurísticos não garante que a solução ótima do problema seja obtida.

Este trabalho propõe-se a resolver o problema de expansão do sistema de transmissão através de um método exato de enumeração explícita (*branch-and-bound*) utilizando o modelo Híbrido e de fluxo CC aplicado em diferentes sistemas incluindo uma proposta de sistema misto com linhas em corrente alternada (CA), em corrente contínua (*links* CC) e controladores flexíveis de transmissão em corrente alternada (do inglês, Flexible Alternating Current Transmission Systems - FACTS).

A complexidade do planejamento e operação de sistemas de potência estão diretamente relacionados à rede de transmissão, que apresenta linhas com limites térmicos e de estabilidade que restringem o nível de potência que pode ser transmitido com segurança (Watanabe et al., 1998).

Uma alternativa para redução desta complexidade e melhor operação do sistema é a utilização de novas tecnologias oriundas do uso extensivo de Eletrônica de Potência. Dentre estas tecnologias podemos destacar os controladores FACTS e sistemas de transmissão em corrente contínua.

Os controladores FACTS são equipamentos estáticos que atuam sobre alguns parâmetros do sistema para controle do fluxo de potência. (Miasaki, 2006), com o objetivo principal de aumentar a capacidade de transmissão de potência das redes e controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão (Watanabe et al., 1998).

Já sistemas de transmissão em corrente contínua são utilizados para a transmissão de grandes blocos de energia em grandes distâncias, sua controlabilidade sem limites resolve problemas de congestionamento da rede ou fluxo de malha em caminhos paralelos (Bahman e Johnson, 2007)

O presente artigo está organizado da seguinte forma: Seção dois discute a formulação do problema, Seção três discorre sobre uma proposta de algoritmo, Seção quatro apresenta os resultados do algoritmo quando aplicado nos sistemas de 6 barras de Garver e Sul Brasileiro de 46 barras e Garver modificado e a Seção cinco traz as conclusões e possibilidades de melhoria do algoritmo proposto.

## 2 Formulação do Problema de expansão

Quando a rede de transmissão é representada pelo modelo de rede do fluxo de carga CC, o problema do planejamento da expansão do sistema de transmissão incluindo *links* CC e dispositivos FACTS assume a seguinte forma:

$$\min \quad v = v_{\text{inv}} + v_{\text{oper}} \quad (1)$$

$$v_{\text{inv}} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \quad (1.1)$$

$$v_{\text{oper}} = \alpha \sum_k r_k \quad (1.2)$$

$$\text{s.a.} \quad S^0 f^0 + S^1 f^1 + S f^2 + g + r = d \quad (2)$$

$$f_{ij}^0 = \frac{n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^0 \quad (3)$$

$$f_{ij}^1 = \frac{n_{ij}}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (4)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^0 \quad (5)$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij} f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (6)$$

$$|f_{ij}^2| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^2 \quad (7)$$

$$-\varphi_{ij}^{\text{max}} \leq \theta_i - \theta_j \leq \varphi_{ij}^{\text{max}} \quad \forall ij \in \Omega^2 \quad (8)$$

$$g^{\min} \leq g \leq g^{\text{max}} \quad (9)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (10)$$

$$n_{ij}^{\min} \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{max}} \quad (11)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad (12)$$

$$f_{ij} \text{ e } \theta_i \text{ irrestritos} \quad (13)$$

sendo  $v_{\text{inv}}$  o custo do investimento;  $v_{\text{oper}}$  o custo de operação;  $f_{ij}^0$  o fluxo de potência ativa no circuito  $ij$  das linhas de transmissão CA e transformadores da rede inicial;  $f_{ij}^1$  o fluxo de potência ativa no circuito  $ij$  das linhas de transmissão CA e transformadores adicionados;  $f_{ij}^2$  o fluxo de potência ativa no circuito  $ij$  dos *links* CC e dispositivos FACTS (rede inicial e adicionados);  $f_{ij}^{\text{max}}$  o fluxo máximo de potência ativa no circuito  $ij$ ;  $\theta_i$  o ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra  $i$ ;  $\Omega^0$  o conjunto de circuitos das linhas de transmissão e transformadores existentes;  $\Omega^1$  o conjunto de circuitos das linhas de transmissão CA e transformadores candidatos;  $\Omega^2$  o conjunto de circuitos dos *links* CC e dispositivos FACTS;  $g_i^{\min}$  e  $g_i^{\text{max}}$  os limites de injeção de potência ativa na barra  $i$ ;  $r$  o vetor dos cortes de carga nas barras,  $d$  o vetor das demanda nas barras;  $n_{ij}^0$  o número de circuitos (linhas, transformadores, *links* CC ou dispositivos FACTS) existentes no corredor  $ij$  na rede inicial;  $n_{ij}$  o número de circuitos instalados no corredor  $ij$ ;  $x_{ij}$  a reatância das linhas e transformadores do ramo  $ij$ ;  $n_{ij}^{\min}$  e  $n_{ij}^{\text{max}}$  o número mínimo e máximo de circuitos que podem ser adicionados no corredor  $ij$ ;  $\varphi_{ij}^{\text{max}}$  o limite de abertura angular do dispositivo FACTS dos circuito  $ij$  (Taranto et al., 1992).

O problema definido pelas equações (1) a (13) possui variáveis inteiras e contínuas, função objetivo linear e restrições lineares e não-lineares, constituindo um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM). Para contornar a não-linearidade das restrições (4), o problema foi resolvido em duas etapas. Na primeira etapa resolve-se o modelo híbrido linear, eliminando-se a equação (4) e buscando-se soluções inteiras. Nesta primeira etapa a segunda lei de Kirchhoff é aplicada somente para as linhas da rede inicial, por intermédio da equação (3). Quando encontrada uma solução inteira para o problema da primeira etapa, é iniciada a segunda etapa considerando fixo o investimento da solução obtida e quantificado apenas o custo de operação da equação (1.2), com todas as restrições incluídas. Da forma que foi estruturado o

problema, a melhor solução será aquela que resulta no corte de carga nulo.

As equações (7) e (8) são específicas para a resolução do problema de sistemas incluindo *links* CC e dispositivos FACTS. No caso de sistemas com linhas CA e links CC, somente a equação (7) é necessária. No caso dos dispositivos FACTS a segunda lei de Kirchhoff deve ser atendida considerando-se os limites impostos pela equação (8).

### 3 Algoritmo *branch-and-bound* modificado

O algoritmo *branch-and-bound* é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma árvore onde os nós representam os problemas candidatos e os ramos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas serão encontradas. A estrutura geral apresenta três elementos fundamentais, que serão detalhados a seguir: relaxação, separação e sondagem. (Geoffrion e Marsten, 1972).

#### 3.1 Relaxação

A relaxação consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema (P) visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original (P) esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado ( $P_R$ ). Isto implica que:

- (R1) se ( $P_R$ ) não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para (P);
- (R2) o valor mínimo de (P) não é menor que o valor máximo de ( $P_R$ );
- (R3) se uma solução ótima de ( $P_R$ ) é viável em (P), então ela é uma solução ótima de (P).

A forma usual de relaxação que é utilizada no algoritmo *branch-and-bound* é a eliminação das restrições de integralidade (12) para transformar o problema inteiro misto em um problema contínuo. Na abordagem apresentada neste trabalho, para tornar o problema não linear de expansão (1) a (13) em um problema linear é necessário relaxar também as restrições (4). Observar que a relaxação adicional das restrições (4) também satisfaz as condições (R1), (R2) e (R3). As restrições (4) voltam a ser consideradas quando é encontrada uma solução inteira, ou seja, quando é encontrado um plano de investimento inteiro que é definido por  $n_{ij}^{int}$ . Neste caso, como os valores de  $n_{ij}^{int}$  são conhecidos, basta resolver o problema linear obtido com a substituição das equações (1), (4) e (6) por, respectivamente:

$$\min \quad v^{int} = v_{inv}^{int} + v_{oper}^{int} \quad (1a)$$

$$v_{inv}^{int} = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^{int} \quad (1.1a)$$

$$v_{oper}^{int} = \alpha \sum_k r_k \quad (1.2a)$$

$$\text{s.a.} \quad f_{ij}^1 = \frac{n_{ij}^{int}}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (4a)$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij}^{int} f_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \Omega^1 \quad (6a)$$

Com a introdução das restrições (4a) o problema torna-se mais restrito e o valor da solução ótima  $v$ , será maior ou igual ao obtido com o relaxamento das restrições (4). Para cada problema relaxado avaliado, a diferença entre o valor da solução ótima considerando ou não a restrição (4) está na parcela  $v_{oper}^{int}$ , pois os valores das variáveis de investimento são os mesmos para ambos os problemas. Assim, para o plano de investimento definido por  $n_{ij}^{int}$ , o valor da solução ótima do problema não linear de expansão será dado por  $v^{int}$ .

#### 3.2 Separação

Na etapa de separação, o problema original (P) é separado em  $q$  subproblemas ( $P_1$ ), ( $P_2$ ), ..., ( $P_q$ ) sujeitos às seguintes condições:

- (S1) toda a solução viável de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$ ;
- (S2) uma solução viável de qualquer um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$  é, também, uma solução viável de (P).

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$  é uma partição do conjunto das soluções viáveis de (P). Os subproblemas ( $P_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, q$  são denominados descendentes de (P) e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

Enquanto a solução de (P) não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos ( $P_C$ ). A seguir, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível o problema é novamente separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos; caso contrário o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é comparado com o valor da solução incumbente, que é a melhor solução viável conhecida até o momento e caso a nova solução seja melhor do que a solução incumbente, ela se torna a nova incumbente.

A seguir, retorna-se à lista e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando se pode afirmar que a solução do problema é a solução incumbente final.

A forma usual de separação de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). A cada nó se associa um subproblema candidato e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada com a variável empregada na separação.

Na etapa de separação é necessário realizar uma pequena adaptação para garantir que todas as soluções ótimas do problema não linear sejam obtidas (no caso de haverem soluções múltiplas). Nas implementações tradicionais do algoritmo *branch-and-bound*, a variável de separação é selecionada apenas entre as variáveis inteiras que apresentem parte fracionária não desprezível. Na abordagem apresentada neste trabalho, realiza-se a separação também na variável inteira com parte fracionária

desprezível desde que tal variável ainda apresente algum grau de liberdade, ou seja, desde que o limite inferior desta variável seja menor que o limite superior. Assim, uma solução vai ser considerada inteira apenas quando as todas variáveis inteiras estiverem com seus respectivos limites inferior e superior iguais. Com esta adaptação, o número de nós gerados na árvore *branch-and-bound* aumenta, mas grande parte dos nós gerados resulta em soluções com custos elevados ou infactíveis. Além disto, a partir de uma única solução inteira é possível gerar grande parte de seus descendentes sem a necessidade de resolver nenhum problema linear adicional.

Quando a separação é realizada em uma variável com valor fracionário, cada um dos dois nós descendentes gerados possui uma restrição de desigualdade adicional que inviabiliza o valor fracionário obtido anteriormente. Como exemplo, seja um problema de expansão com três variáveis inteiras no qual a solução obtida relaxando-se as restrições de integralidade é dada por  $v=3,85$ , sendo  $n_{12}=0,57$ ,  $n_{13}=0,5$  e  $n_{23}=0$ . Tal solução corresponde ao nó inicial da árvore *branch-and-bound* (nó 0), mostrado na Fig. 1. Como pode ser visto na Fig. 1, o processo de separação prossegue com o subproblema (P<sub>2</sub>) sendo substituído pelos seus descendentes, subproblemas (P<sub>3</sub>) e (P<sub>4</sub>) por intermédio da introdução das seguintes restrições  $n_{13} \leq 0$  e  $n_{13} \geq 1$ , respectivamente, para os nós 3 e 4. Na árvore *branch-and-bound* da Fig. 1 existem dois tipos de nós: (a) inativos ou já processados, como o nó 0 (substituído pelos nós 1 e 2) e nó 2 (substituído pelos nós 3 e 4), para os quais a solução do problema linear associado é conhecida; e (b) ativos ou ainda não processados, como os nós 1, 3 e 4, para os quais o problema linear associado ainda não foi resolvido. O conjunto dos nós ativos contém o espaço de busca que ainda necessita ser explorado. Entre os nós ativos é selecionado um para ser processado, por intermédio da solução do problema linear associado, obtido pela relaxação das restrições (4) e (12). Para os nós já processados (nós 0 e 2), o valor ótimo e os valores das variáveis inteiras de investimento são mostrados na Fig. 1.

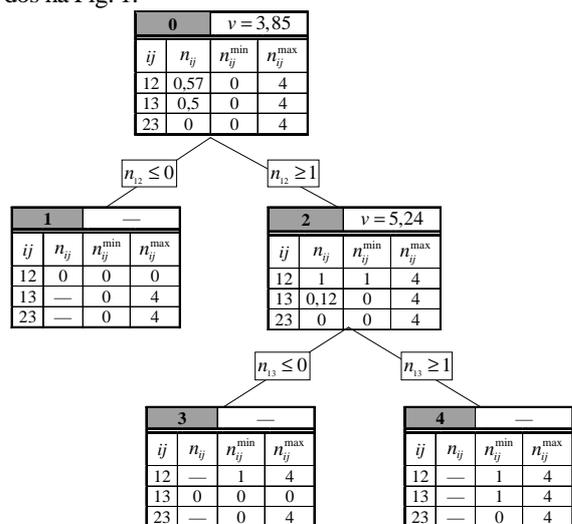


Figura 1. Nós iniciais da árvore *branch-and-bound*.

Por outro lado, quando a separação é realizada em uma variável inteira, a solução relaxada de um dos nós descendentes é sempre igual ao nó pai, conforme mostra-

do na Fig. 2. Os nós 5, 7 e 9 possuem a mesma solução de seus antecessores, ou seja, podem ser avaliados sem a necessidade de resolver um novo problema linear. Desta forma, a partir da solução inteira obtida no nó 4, são gerados diversos descendentes, até não existirem variáveis inteiras com algum grau de liberdade (limite inferior menor que o limite superior), como ocorre no nó 9. Assim, o subproblema (P<sub>4</sub>) é substituído pelos subproblemas (P<sub>6</sub>), (P<sub>8</sub>), (P<sub>9</sub>) e (P<sub>10</sub>). A solução inteira obtida no subproblema (P<sub>4</sub>) é reproduzida novamente no subproblema (P<sub>9</sub>) e os demais subproblemas (P<sub>6</sub>), (P<sub>8</sub>) e (P<sub>10</sub>), geralmente apresentam custos mais elevados, pois correspondem a problemas mais restritos.

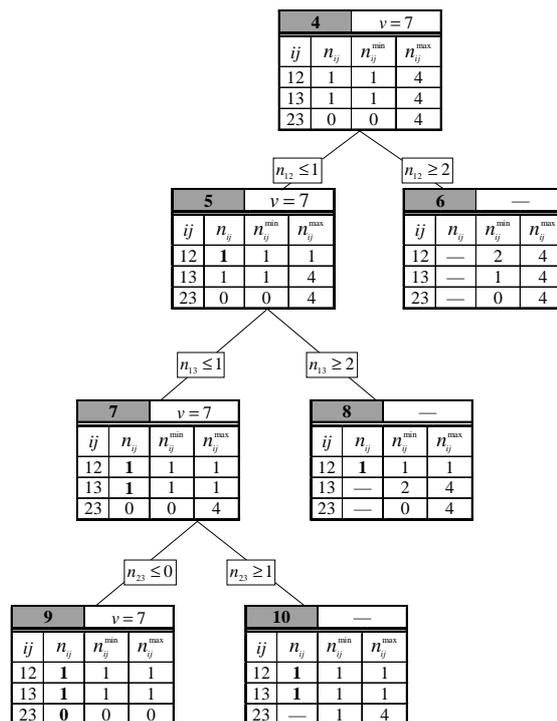


Figura 2. Descendentes gerados a partir da solução inteira do nó 4. Em negrito são mostradas as variáveis sem grau de liberdade, ou seja, com limites iguais.

Observa-se que o subproblema do nó 9 da Fig. 2 não possui nenhuma variável inteira com grau de liberdade, sendo então uma solução inteira para o problema de expansão, quando as restrições (4) são relaxadas. Utilizando-se o plano de investimento definido para o nó nove,  $n_{ij}^{int}$ , a solução do problema não linear de expansão correspondente a este nó é dada pela solução do problema linear definido pelas equações (1a), (1.1a), (1.2a), (2), (3), (4a), (5), (6a), (7) e (13).

A criação dos nós 6, 8 e 10 é necessária para que todos os planos viáveis de investimento do problema relaxado, ou seja, sem as restrições (4), possam ser enumerados de maneira implícita ou explícita. Quando as restrições (4) são relaxadas, a solução relaxada do nó 4 sempre é menor ou igual do que a solução relaxada de todos os seus descendentes. Entretanto, não se pode afirmar o mesmo da solução do problema não linear quando as restrições (4) são consideradas. Neste caso, como o investimento já está definido pelos limites das variáveis de investimento (limite inferior igual ao superior), a introdução das restrições (4) pode provocar o au-

mento do custo de operação em função da necessidade de aumentar o corte de carga para que os limites das linhas e transformadores sejam respeitados, quando o fluxo é redistribuído para atender a segunda lei de Kirchhoff. Assim, uma solução com maior custo de investimento ( $v_{inv}$ ) pode apresentar um custo total ( $v$ ) menor, desde que seu custo de operação ( $v_{oper}$ ) seja menor, quando consideradas as restrições (4).

### 3.3 Sondagem

Na análise dos problemas candidatos, é necessário determinar quais são promissores e devem ser examinados, e quais podem ser sumariamente descartados. Isto é realizado na etapa de sondagem onde o problema candidato (PC) é eliminado, juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer à pelo menos um dos seguintes critérios:

- (CS1) o problema candidato relaxado ( $PC_R$ ) não tem solução viável;
- (CS2) a solução ótima do problema candidato relaxado ( $PC_R$ ) é pior do que a melhor solução atualmente conhecida para (P) (solução incumbente);
- (CS3) uma solução ótima do problema relaxado (PCR) é viável, também, em (PC). Neste caso, devido à (R3), ela é ótima em (PC) e, devido à (S2) ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a incumbente atual, a solução deste problema candidato passa a ser a nova incumbente.

### 3.4 Implementações adicionais

Com o objetivo de redução do espaço de busca foi implementado um pré-processamento que observa algumas características do sistema e define novas restrições para o problema.

A primeira característica a ser observada são as barras ilhadas sem nenhuma geração ou demanda. Quando uma barra desta existe no sistema, a ligação da mesma somente se faz necessária caso seja constituído um novo caminho para o fluxo, com barras adjacentes conectadas. Assim criam-se restrições que exigem que linhas com capacidade de fluxo compatível sejam adicionadas simultaneamente. Este tipo de restrição é designado restrição de novos caminhos. A segunda característica a ser observada são as barras com geração ou demanda. Neste caso é necessário uma adição mínima de linhas que atendam esta capacidade. Este tipo de restrição é designado restrição de cerca.

## 4 Resultados

O algoritmo descrito foi aplicado em três sistemas: de 6 barras de Garver; Sul Brasileiro de 46 barras; e Garver modificado.

### 4.1. Garver e Sul Brasileiro

Os resultados conhecidos (Romero et al., 2002) destes sistemas foram encontrados aplicando-se a metodologia descrita neste trabalho. O esforço computacional foi medido através do número de problemas lineares do

modelo Híbrido (PL) e do modelo CC ( $PL_{CC}$ ) resolvidos e encontra-se na tabela 1.

Tabela 1. Esforço Computacional.

Sistema	Operação (Redespacho)	PL	$PL_{CC}$
6 barras	Sem	89	5
6 barras	Com	68	4
46 barras	Sem	2812632	61822
46 barras	Com	15796	521

### 4.2. Garver Modificado

Para validar o algoritmo em sua abrangência para redes mistas com linhas CA e links CC utilizou-se uma configuração do sistema de 6 barras de garver modificado.

Os valores destas novas linhas CC foram estimados como sendo 50% maiores que o da linha CA especificada (a bibliografia indica 15%) e com capacidade de transmissão superior no mesmo percentual, considerando-se circuitos com cerca de 200 km (Canada, Alberta Energy, 2009). Assim, além das linhas já propostas no sistema de Garver, são candidatos os circuitos em CC mostrados na Tabela 2.

Tabela 2. Linhas CC adicionais.

Barra de Origem	Barra de Destino	Fluxo Máximo (MW)	Custo de Investimento
2	6	200	45
3	5	200	30
4	6	200	45

Com estas possibilidades de investimento o algoritmo encontrou novas solução para o problema com redespacho (Tabela 3) e sem redespacho (Tabela 4), com custo de investimento inferior ao do sistema original.

Tabela 3. Resultado Obtido Sem Redespacho

$v [pu] = 185$						
	Sol. 1	Sol. 2	Sol. 3	Sol. 4	Sol. 5	Sol. 6
$n_{26}$	2	0	0	1	1	4
$n_{35}$	1	1	1	1	1	1
$n_{46}$	2	1	1	0	0	0
$n_{26}^{CC}$	1	2	3	1	2	0
$n_{46}^{CC}$	0	1	0	2	1	1

Nota-se que as soluções encontradas no resultado da Tabela 3 diferem da solução original na quantidade (inferior) das linhas propostas  $n_{26}$  e  $n_{46}$ . Estas linhas são aquelas que formam laços, nos quais a distribuição do fluxo segue a segunda lei de Kirchhoff, implicando um número final de linhas maior. Com a opção de utilização de links CC esta imposição não se faz mais necessária, possibilitando um investimento inferior.

Tabela 4. Resultado Obtido Com Redespacho

$v [pu] = 105$		
	Sol. 1	Sol. 2
$n_{26}$	1	0
$n_{46}$	0	1
$n_{26}^{CC}$	1	1
$n_{35}^{CC}$	1	1

Na operação com redespacho o problema é resolvido com a adição de um link CC em um circuito que não fazia parte da solução original. A inclusão do circuito 2-6 no problema original ocasiona caminhos paralelos que são limitados no momento que o primeiro deles atinge

seu limite de capacidade, impactando no custo de operação. Com a inclusão dos *links* CC propostos o algoritmo encontra uma nova rota por intermédio da redistribuição dos fluxos para atender os limites de cada caminho paralelo.

## 5 Conclusão

Este artigo apresentou uma metodologia de resolução do problema de operação que considera a primeira e segunda lei de Kirchhoff em processo enumerativo de *branch-and-bound* modificado dividido em duas etapas. A abordagem proposta possui dois pontos importantes: i) é um método exato de solução do problema considerando a segunda lei de Kirchhoff; ii) apresenta a possibilidade da utilização direta em problemas de expansão de linhas de transmissão misto que possuem tanto linhas CA quanto *links* CC e dispositivos FACTS.

Verificada a abrangência do método quando aplicado em sistemas de transmissão com novas tecnologias oriundas do uso extensivo de Eletrônica de Potência, a próxima etapa é melhorar-se o número de PL necessários para a resolução do problema dado que o mesmo é superior aos obtidos em trabalhos na área (Bahense et al., 2001) (Haffner, 2000).

## Agradecimentos

O trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq por intermédio de concessão de bolsa de mestrado e de produtividade e pesquisa (Processo número 303650/2011-7).

## Referências Bibliográficas

- Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R. e Yanasse, H.H., (2007). *PESQUISA OPERACIONAL*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Bahense, L., Oliveira, G.C., Pereira, M. e Granville, S., (2001). A Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion. *IEEE Trans. Power Syst.*, Aug. pp.560–65.
- Bahrman, M.P. e Johnson, B.K., (2007). The ABCs of HVDC transmission technologies. *IEEE Power & Energy Magazine*, 5(2), pp.32-44.
- Brasil, Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética, (2009). *Plano Decenal de Expansão de Energia 2008/2017*. Rio de Janeiro.
- Canada, Alberta Energy, (2009). *Assessment and Analysis of the State-Of-The Art Electric Transmission Systems with Specific Focus on High-Voltage Direct Current (HVDC), Underground or Other New or Developing Technologies*. Edmonton.
- Geoffrion, A.M. e Marsten, R.E., (1972). Integer Programming Algorithms: A Framework and State-of-the-Art Survey. *Management Science*, pp.465-91.
- Haffner, S., (2000). *O planejamento da expansão dos sistemas eletricos no contexto de um ambiente competitivo*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Miasaki, C.T., (2006). *Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão de Energia Elétrica Utilizando Controladores FACTS*. PhD Thesis. Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista.
- Rider, M.J., Garcia, A.V. e Romero, R., (2007). Power system transmission network expansion planning using AC model. *IET Gener. Transm. Distrib.*, 1(5), pp.731–42.
- Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S., (2002). Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*.
- Sousa, A.S. e Asada, E.N., (2012). Uma nova abordagem branch and cut aplicada ao problema de planejamento da expansão de redes de transmissão de grande porte. *Revista Controle & Automação*, Janeiro e Fevereiro.
- Taranto, G.N., Pinto, L.M.V.G. e Pereira, M.V.F., (1992). Representation of Facts Devices in Power System Economic Dispatch. *Transactions on Power Systems*, 7(2), pp.572-76.
- Villasana, R., Garver, L.L. e Salon, S.J., (1985). TRANSMISSION NETWORK PLANNING USING LINEAR PROGRAMMING. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104,(No. 2), pp.349-56.
- Watanabe, E.H., Barbosa, P.G., Almeida, K.C. e Taranto, G.N., (1998). Tecnologia FACTS - Tutorial. *SBA Controle & Automação*, Jan., Fev., Mar. e Abril. pp.39-55.
- Zhang, H., Heydt, G.T., Vittal, V. e Mittelmann, H.D., ((2012)). Transmission Expansion Planning Using an AC Model: Formulations and Possible Relaxations. In *Power and Energy Society General Meeting*. San Diego, 2012.