

CONTROLE DE UM MECANISMO DE POSICIONAMENTO LINEAR BASEADO EM UM ACELERÔMETRO

DANILO CARREIRO CALACHE E JOSÉ PAULO VILELA SOARES DA CUNHA

*Departamento de Eletrônica e Telecomunicações, Faculdade de Engenharia
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Rua São Francisco Xavier 524, sala 5001E — 20550-900
E-mails: dcalache@gmail.com, jpaulo@ieee.org*

Abstract— In this work, a position control system is developed and experimentally tested. The system is based on an accelerometer and a position sensor applied in the design of a state observer independent of the parameters of the controlled mechanical positioning system. Micro-electro-mechanical systems (MEMS) accelerometers are reliable sensors due to their low cost, lightweight and small size, characteristics which can guarantee robustness and performance improvements in position control systems. They are an alternative to tachogenerators, which are generally larger and more expensive than MEMS accelerometers. A procedure for the calibration of accelerometers is also described.

Keywords— Accelerometer, State observer, Sensors, Feedback systems.

Resumo— Neste trabalho, é desenvolvido e testado experimentalmente um sistema de controle de posição que utiliza um acelerômetro e um sensor de posição para construir um observador de estado independente dos parâmetros do mecanismo posicionador. Devido ao seu baixo custo, peso e tamanho, acelerômetros microeletromecânicos (*micro-electro-mechanical systems* – MEMS) são viáveis como sensores adicionais que garantam maior robustez e melhor desempenho em sistemas de controle de posição. Os acelerômetros são uma alternativa ao uso de tacogeradores, geralmente maiores e mais onerosos que acelerômetros MEMS. É descrito também um procedimento de calibração do acelerômetro.

Palavras-chave— Acelerômetro, Observador de estado, Sensores, Sistemas realimentados.

1 Introdução

O controle de mecanismos posicionadores pode ser realizado pela realimentação de estado, o que demanda a medição de todas as variáveis de estado, usualmente posição e velocidade. A posição pode ser medida por *encoders*, *resolvers* ou potenciômetros, dentre outros sensores, enquanto que a velocidade pode ser medida por tacogeradores acoplados nos eixos dos motores, o que nem sempre é possível ou economicamente viável. Nesses casos é comum utilizar um observador de estado ou derivador da posição medida para estimar a velocidade. Entretanto, é bem conhecido que filtros para estimar derivadas são bastante sensíveis a ruídos de medição, especialmente em frequências altas.

Devido ao seu baixo custo, peso e tamanho, acelerômetros microeletromecânicos (*micro-electro-mechanical systems* – MEMS) são viáveis como sensores adicionais que garantam maior robustez e melhor desempenho em sistemas de controle de posição. Neste trabalho, é desenvolvido um sistema de controle de posição que utiliza um acelerômetro e um sensor de posição que permitem a construção de um observador de estado independente dos parâmetros do mecanismo posicionador. Evita-se assim, o uso de tacogeradores, geralmente maiores e mais onerosos que os acelerômetros MEMS.

2 Calibração

A calibração é definida como o conjunto de procedimentos usados para verificar todas as características que podem influenciar a exatidão das medições feitas com um transdutor, equipamento, cadeia ou sistema de medição (Ripper et al., 2008). No caso dos acelerômetros, as características principais são o desvio de zero, a sensibilidade, e, no caso de acelerômetros com mais de um eixo, o desalinhamento entre seus eixos.

A sensibilidade de um acelerômetro pode ser definida como a razão entre sua resposta e o estímulo a essa resposta (Rodrigues et al., 2010):

$$S = \frac{V_2 - V_1}{a_2 - a_1}, \quad (1)$$

no qual S é a sensibilidade, V_1 e V_2 são tensões de saída e a_1 e a_2 são as respectivas acelerações.

O desvio de zero (*offset*) pode ser definido como o valor de saída do sensor na ausência de entrada, que pode ser causado por imperfeições na fabricação (Lawrence, 1998) ou ser característico do sensor.

Assumindo-se que a relação entre a variação do sinal de saída do acelerômetro e o valor da aceleração nele aplicado seja linear (Tuck, 2007), o sinal de saída pode ser descrito como:

$$V_s = S a + V_0, \quad (2)$$

no qual V_s é o sinal de saída (tensão elétrica), a é o valor da aceleração e V_0 é o desvio de zero.

Para realizar a calibração e estimular o acelerômetro, este foi montado em um servomecanismo giratório SRV-02 (fabricado pela Quanser Consulting, Figura 1) e rotacionado lentamente.



Figura 1: Acelerômetro montado no servomecanismo giratório.

Sabendo que ao girar o acelerômetro no plano vertical, as tensões nas saídas dos eixos que serão excitados (V_x e V_y) serão da forma senoidal (Ripper, 2005) em relação ao ângulo de rotação. Então, podemos modelar esses sinais como (Tretter, 1985):

$$V_s = V_0 + S \cos(\theta + \alpha), \quad (3)$$

no qual θ é o ângulo de referência medido pelo sensor do servomecanismo (potenciômetro) em relação ao plano horizontal, α é o ângulo de defasagem entre o eixo do acelerômetro e o ângulo de referência θ . A diferença entre as defasagens de dois eixos (e.g., x e y) será o ângulo entre esses (e.g., $\beta = \alpha_y - \alpha_x$). Idealmente os eixos são ortogonais, então $\beta = 90^\circ$ para cada par de eixos.

Utilizando-se identidades trigonométricas, a equação (3) foi reescrita da seguinte forma:

$$V_s = V_0 - (S \sin \alpha) \sin \theta + (S \cos \alpha) \cos \theta. \quad (4)$$

Nos experimentos para a calibração do acelerômetro, foram coletados cerca de $350 \cdot 10^3$ valores de V_s para diversos valores do ângulo θ (Figura 2), a fim de permitir estimar a sensibilidade (S), o desvio de zero (V_0) e o ângulo de defasagem (α) entre cada par de eixos. Para isso as equações foram rearranjadas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \\ 1 & \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ -S \sin \alpha \\ S \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ \vdots \\ V_{sn} \end{bmatrix} + \epsilon. \quad (5)$$

Resolvendo o sistema de equações pelo método dos mínimos quadrados, a fim de minimizar a norma Euclidiana do erro residual ϵ (Strang, 2003), foram obtidos os valores de desvio de zero, da sensibilidade e dos ângulos entre os eixos. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 1 e 2. Como é usual na área de sensores inerciais, a Tabela 2 apresenta a sensibilidade em relação ao valor da aceleração da gravidade local ($g = 9,788 \text{ m/s}^2$). Segundo o manual do acelerômetro MMA7260QT, fabricado pela Freescale, a sensibilidade nominal é 800 mV/g para o ganho utilizado, valor que está bem próximo dos valores medidos.

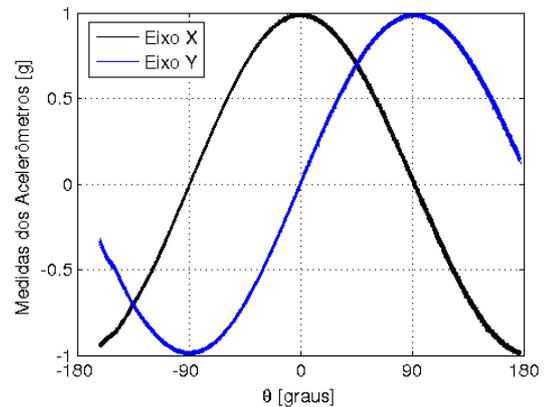


Figura 2: Gráficos das acelerações medidas em dois eixos do acelerômetro quando rotacionados no plano vertical.

Tabela 1: Ângulos entre os eixos do acelerômetro triaxial.

Eixos	β
x-y	$90,1^\circ$
y-z	$91,7^\circ$
z-x	$90,9^\circ$

Tabela 2: Desvio de zero e sensibilidade.

Eixo	V_0 (V)	S (mV/g)
x	1,564	817
y	1,670	825
z	1,647	795

3 Controle de um Mecanismo de Posicionamento com Observador Convencional

O sistema a ser controlado é um mecanismo de posicionamento linear composto por um carro acionado por motor elétrico CC com ímãs permanentes que se

desloca sobre um trilho (Apkarian, 1995), conforme é ilustrado na Figura 3.

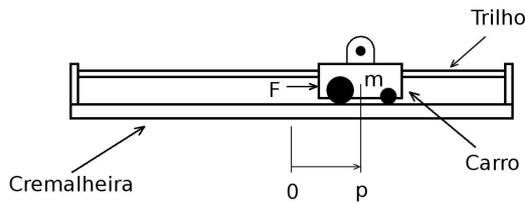


Figura 3: Esquema mecânico do sistema de posicionamento linear.

O primeiro sistema de controle foi desenvolvido utilizando-se a realimentação de estado estimado por um observador ilustrado no diagrama de blocos da Figura 4. Esse observador é baseado nos sinais de entrada (tensão de controle aplicada ao motor) e de saída (posição do carro medida por um potenciômetro).

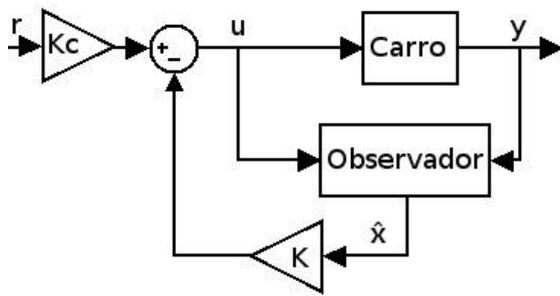


Figura 4: Diagramas de blocos do controle por realimentação do estado estimado por observador sem o uso do acelerômetro.

Neste caso, define-se o vetor de estado como:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ \dot{p} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

no qual p é a posição do carro e \dot{p} é a sua velocidade. Assim, as equações de estado que descrevem o sistema nominal são (Apkarian, 1995):

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -14,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3,33 \end{bmatrix} u, \quad (7)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \dot{p} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

nas quais u é a tensão aplicada à armadura do motor.

Foi adotada a lei de controle:

$$u = r K_c - K \hat{x}, \quad (9)$$

na qual r é o sinal de referência e \hat{x} é o estado estimado pelo observador. Especificando-se os pólos desejados como $\lambda_1 = -20$ rad/s e $\lambda_2 = -15$ rad/s, obteve-se o valor do ganho da realimentação de estado

$$K = [90,1 \quad 6,04]. \quad (10)$$

Para garantir um ganho CC unitário entre a entrada de referência e a posição medida, foi calculado o ganho

$$K_c = 90,1. \quad (11)$$

Utilizou-se o seguinte observador para estimar o estado a fim de realizar o controle de posição:

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B u + L(y - C \hat{x}), \quad (12)$$

no qual a matriz L deve ser escolhida para que os autovalores da matriz $(A-LC)$ da equação do erro de estimação sejam os desejados, conforme a Seção 5. Nota-se, que o projeto deste observador depende dos parâmetros do mecanismo de posicionamento, ou seja, das matrizes A , B e C nas equações (7) e (8).

4 Aplicação do Acelerômetro no Controle do Mecanismo de Posicionamento

A introdução do acelerômetro no sistema possibilita usar a aceleração medida como uma das entradas do observador, como mostra a Figura 5. Assim as equações de estado independem das características do mecanismo de posicionamento (Zheng e Fu, 2010).

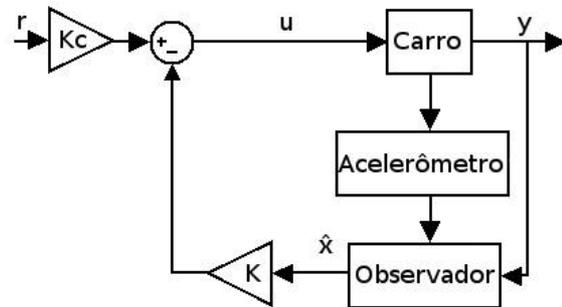


Figura 5: Diagramas de blocos do controle por realimentação do estado estimado por observador usando o acelerômetro.

As equações do observador com o acelerômetro são as seguintes:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{\dot{p}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\dot{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a_m + L(y - \hat{y}), \quad (13)$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\dot{p}} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

nas quais a_m é a aceleração medida pelo acelerômetro.

Devido à dependência do observador dos parâmetros de calibração do acelerômetro, especialmente o desvio de zero (a_0) (Calache, 2013), foi projetado um outro observador que estima também esse parâmetro, a fim de reduzir os erros de estimação:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{p}} \\ \dot{\hat{a}}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \dot{\hat{p}} \\ \hat{a}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} a_m + L(y - \hat{y}), \quad (15)$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \dot{\hat{p}} \\ \hat{a}_0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

O desvio de zero pode ser causado, por exemplo, pelo desalinhamento do trilho, que deveria ser ortogonal à vertical para evitar o efeito da gravidade na medida da aceleração.

Nota-se que ambos observadores (13)-(14) e (15)-(16) independem dos parâmetros do mecanismo (equação (7)), o que lhes confere mais robustez do que o observador (12).

5 Resultados Experimentais de Controle do Mecanismo de Posicionamento

Em todos os experimentos realizados neste trabalho, utilizou-se um sistema de aquisição de dados com conversores A/D (13 bits), D/A (12 bits) e frequência de amostragem 1 kHz.

Para verificar o desempenho de cada sistema, foi aplicada uma onda quadrada como sinal de referência ($r(t)$) em todos os experimentos.

Para se comparar os desempenhos dos sistemas de controle, foram escolhidos dois conjuntos de autovalores para o observador. Um conjunto de autovalores denominado “lento” (um décimo dos autovalores do controlador em malha fechada, $\lambda_1 = -2$ rad/s e $\lambda_2 = -1,5$ rad/s) e outro denominado “rápido” (dez vezes maiores que os autovalores do controlador em malha fechada, $\lambda_1 = -200$ rad/s e $\lambda_2 = -150$ rad/s). Para o observador que estima também o desvio de zero, foi acrescentado um autovalor lento $\lambda_3 = -1$ rad/s ou rápido $\lambda_3 = -100$ rad/s.

Na Figura 6 é possível perceber que o erro de observação (posição medida menos a estimada) é reduzido de forma significativa quando é utilizado o acelerômetro no caso dos autovalores lentos. O melhor resultado é obtido com o observador que estima também o desvio de zero do acelerômetro, conforme era esperado.

Para os autovalores rápidos, a inclusão do acelerômetro não produz uma diminuição significativa do erro de observação em comparação ao observador sem acelerômetro. Neste caso, a amplitude do erro de observação obtido sem o acelerômetro é a menor en-

tre os três observadores, como se pode concluir da Figura 7.

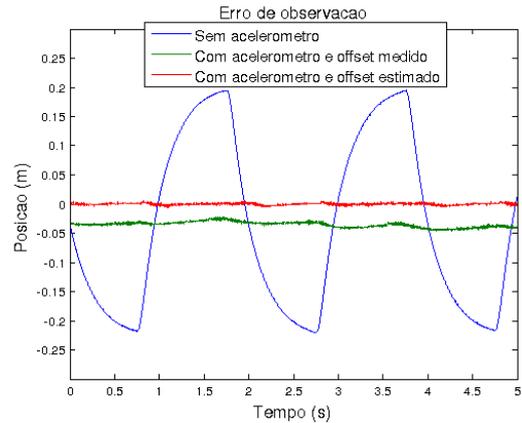


Figura 6: Erros de observação obtidos com os autovalores lentos.

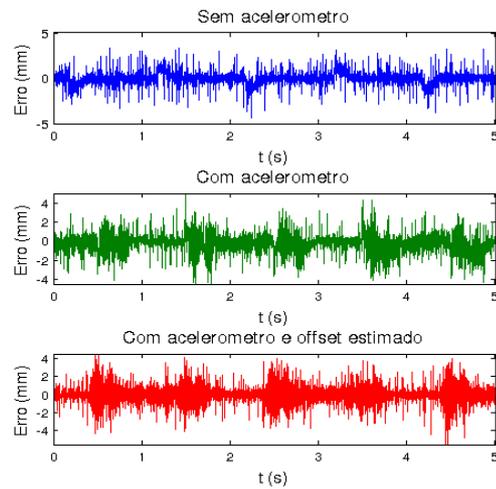


Figura 7 Erros de observação obtidos com autovalores rápidos.

Analisando-se os gráficos na Figura 8, pode-se observar que o sistema de controle sem o acelerômetro não consegue atingir a posição de referência quando os autovalores do observador são lentos, pois o erro de observação é muito grande conforme a Figura 6. Isto se deve à sensibilidade do observador aos parâmetros do sistema e ao atrito seco, que não foi considerado na modelagem nem no projeto do sistema de controle (Zheng e Fu, 2010). O sistema em que se utilizou o desvio de zero do acelerômetro resultante da calibração não se comportou tão bem quanto aquele em que esse desvio foi estimado pelo observador.

Para os autovalores rápidos, as trajetórias medidas nos três sistemas se comportaram de formas parecidas, como se pode observar nos gráficos da Figura 9. Entretanto, o uso de autovalores rápidos resultou na maior amplificação do ruído de medição, como é observado nos sinais de controle apresentados na Figura 10, o que excitou vibrações audíveis e indesejadas.

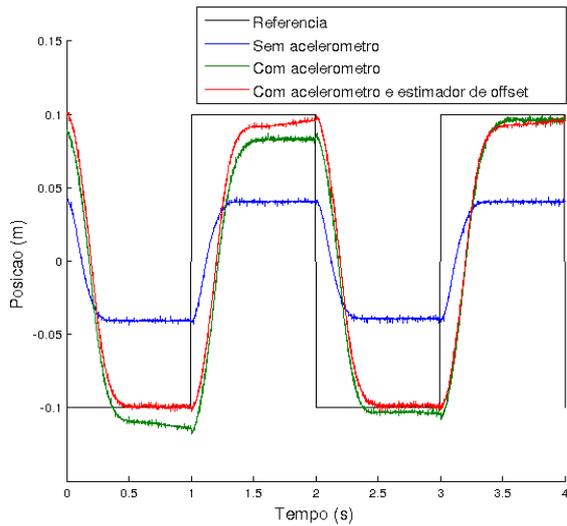


Figura 8 Posições medidas obtidas com autovalores lentos.

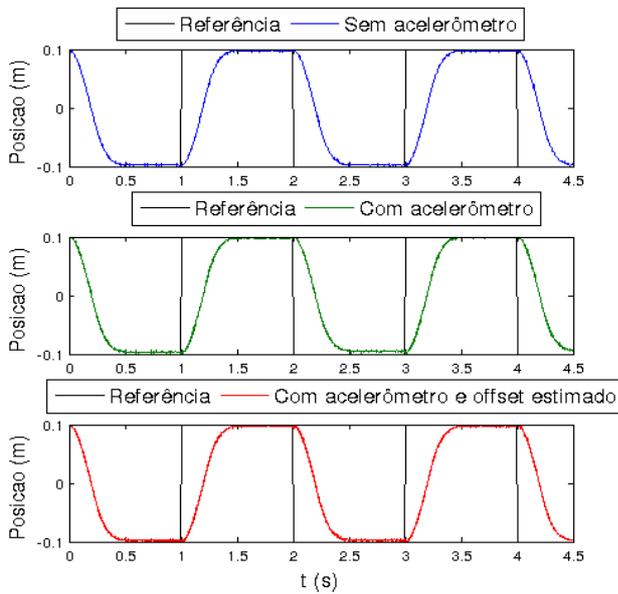


Figura 9 Posições medidas obtidas com autovalores rápidos.

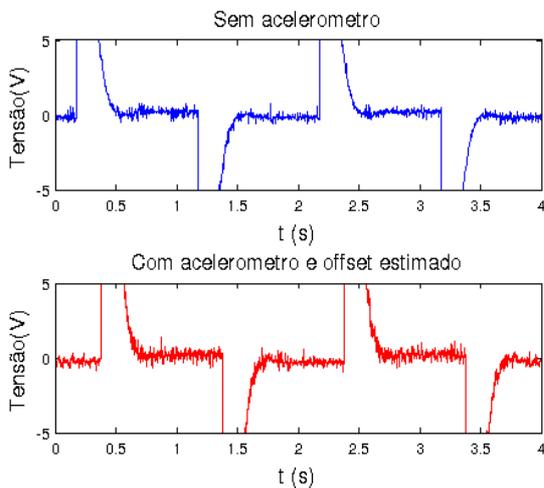


Figura 10: Sinais de controle com autovalores rápidos.

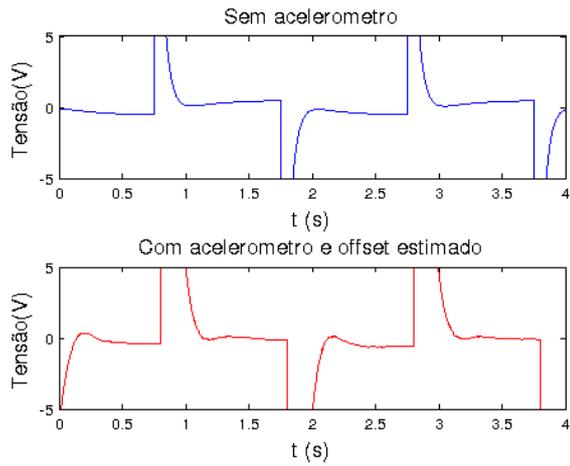


Figura 11: Sinais de controle com autovalores lentos.

Com os autovalores lentos, os sinais de controle parecem livres de ruído, como na Figura 11. Nas Figuras 10 e 11, não são apresentados os gráficos obtidos com o acelerômetro e desvio de zero medido, pois são muito semelhantes aos obtidos no caso do desvio de zero estimado pelo observador.

6 Conclusão

O uso de um acelerômetro num sistema de posicionamento baseado na realimentação do estado estimado por um observador melhorou o seu desempenho. A medida direta da aceleração melhorou a precisão do posicionamento quando se usa observadores com autovalores lentos. Neste caso, o uso do acelerômetro permitiu a redução de vibrações indesejadas devidas à amplificação do ruído de medição da posição, que é maior quando os autovalores do observador são rápidos pois o ganho da realimentação do erro de observação deve ser aumentado quando não se usa o acelerômetro para tornar o observador insensível aos parâmetros do sistema e atrito seco.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq, Faperj e CAPES.

Referências Bibliográficas

APKARIAN, J. (1995). A Comprehensive and Modular Laboratory for Control Systems Design and Implementation, Quanser Consulting. Disponível em: <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/Quanser/Manual-1995/Manual-Quanser-1995-part1.zip>.

- CALACHE, D. C. (2013). Caracterização de um acelerômetro baseado em sistemas microeletromecânicos (MEMS), Projeto de Graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Eletrônica e Telecomunicações, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/PG/2013/PG-Acelerometro-MEMS-2013.pdf>.
- LAWRENCE, A. (1998). Modern inertial technology: navigation, guidance, and control, 2^a Ed., Springer.
- RIPPER, G. P. (2005). Padronização primária em metrologia de vibrações, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro.
- RIPPER, G. P., DIAS, R. S. e GARCIA, G. A. (2008). “Calibração de transdutores de vibração”, Congresso nacional de engenharia mecânica, 5., ABCM – Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, Bahia.
- RODRIGUES, J., CAMPOS, A. N., MATEUS, C. F. R. e SUTÉRIO, R. (2010) “Identificação das principais componentes de incertezas de calibração de acelerômetro piezoelétrico pelo método da comparação: Uma revisão atual”, VI SBEIN, Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial, Rio de Janeiro.
- STRANG, G. (2003). Introduction to Linear Algebra, 3rd Ed., Wellesley-Cambridge Press.
- TRETTNER, S. (1985). “Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression”, IEEE Transactions on Information Theory, v. 31, n. 6, pp. 832-835, Novembro.
- TUCK, K. (2007). “Implementing auto-zero calibration technique for accelerometers”, Application Notes, Freescale Semiconductor, Inc.
- ZHENG, J. e FU, M. (2010). “A Reset State Estimator Using an Accelerometer for Enhanced Motion Control with Sensor Quantization”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, v. 18, n. 1, pp. 79-90.