

# ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS PARA DETECÇÃO E QUANTIFICAÇÃO DE AGARRAMENTO EM VÁLVULAS POSICIONADORAS

THIAGO F. C. PORCIÚNCULA\*, ALLAN R. S. VENCESLAU\*, LUIZ AFFONSO GUEDES\*, DIEGO R. C. SILVA\*, ADRIÃO D. D. NETO\*

\*Laboratório de Informática Industrial, Departamento de Engenharia de Computação e Automação  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Campus Universitário Lagoa Nova CEP 59078-970 - Natal/RN

Emails: thiago@dca.ufrn.br, allanrsv@dca.ufrn.br, affonso@dca.ufrn.br,  
diego@ect.ufrn.br, adriao@dca.ufrn.br

**Abstract**— Valve stiction, or static friction, in control loops is a common problem in modern industrial processes. Recently, many studies have been developed to understand, reproduce and detect such problem, but quantification still remains a challenge. Since the valve position ( $mv$ ) is normally unknown in an industrial process, the main challenge is to diagnose stiction knowing only the output signals of the process ( $pv$ ) and the control signal ( $op$ ). This paper presents a Principal Component Analysis (PCA) approach in order to detect and quantify the amount of static friction using only the process output ( $pv$ ). To form the PCA model, the spectral characteristics of the process output are used. The different levels of stiction are mapped into a two dimensional space, in order to facilitate the visual diagnosis by the operator.

**Keywords**— Intelligent Automation, Stiction, Valve, Principal Component Analysis.

**Resumo**— Agarramento, ou atrito estático, em válvulas posicionadoras é um problema muito comum nos processos industriais modernos. Recentemente, muitos estudos vêm sendo desenvolvidos para tentar entender, modelar e detectar esse tipo de problema, porém quantificar o agarramento ainda é um desafio. Uma vez que normalmente a posição da válvula ( $mv$ ) é desconhecida em um processo industrial, o principal desafio é conseguir diagnosticar agarramento conhecendo apenas os sinais de saída do processo ( $pv$ ) e o sinal de controle ( $op$ ). Este trabalho apresenta uma abordagem baseada em Análise de Componentes Principais (PCA) para detectar e quantificar a quantidade de atrito estático fazendo uso apenas da saída do processo ( $pv$ ). Para a formação do modelo PCA, as características espectrais da saída do processo são utilizadas. Os diferentes níveis de agarramento são mapeados em um espaço bidimensional, de forma a facilitar o diagnóstico visual por parte do operador.

**Palavras-chave**— Automação Inteligente, Agarramento, Válvulas Posicionadoras, Análise de Componentes Principais.

## 1 Introdução

Os processos industriais modernos chegam a possuir centenas de malhas de controle e o desempenho dos controladores da planta é muito importante para assegurar a qualidade e o baixo custo do produto envolvido no processo. Sendo assim, a presença de oscilações na malha aumenta a variabilidade das variáveis de processo, fazendo com que os produtos deixem de atender às especificações de qualidade (Choudhury et al., 2005).

Oscilações na malha de controle podem ocorrer devido a inúmeros fatores, como má sintonização no controlador, falha no processo e perturbações externas. Porém, em muitos casos as oscilações ocorrem devido à presença de não linearidades nos atuadores do processo (Bialkowski, 1992).

No que se referem aos atuadores em um processo industrial, um dos mais encontrados nas malhas de controles são as válvulas posicionadoras. Essas válvulas apresentam características não lineares (histerese, zona morta, agarramento, entre outras) provocadas pelo atrito entre as suas partes móveis. Esta não linearidade pode causar efeitos indesejáveis, como erros estacionários e comportamento oscilatório. Muitos pesquisadores consideram o atrito em válvulas de con-

trole um dos fatores mais relevantes para problemas de desempenho em malhas de controle (Romano, 2010; Choudhury et al., 2006; Mohieddine, 2008).

A rigor, o funcionamento de qualquer válvula é afetado por atrito, por menor que seja tal influência. Quando o atrito é muito elevado, um procedimento imediato de manutenção pode ser necessário. Por outro lado, em situações menos severas, é possível usar compensadores para diminuir a perda de desempenho da malha até que uma parada seja programada (Romano, 2010).

Estudos mostram que cerca de 30% das malhas de controle encontradas na indústria oscilam devido a problemas relacionados às válvulas (Garcia, 2008). Dentre os vários tipos de não linearidades presentes em válvulas posicionadoras, o agarramento é o tipo mais comum (Choudhury et al., 2008). Além de trazer prejuízo ao desempenho do processo, as oscilações causadas pelo alto atrito estático nas partes móveis da válvula fazem com que elas se desgastem bem antes do que foram projetadas para suportar. Sendo assim, desenvolver técnicas que possam detectar e diagnosticar esse problema podem gerar uma classificação de prioridade de manutenção de acordo com a intensidade da não linearidade apresentada pela vál-

vula (Choudhury et al., 2006).

Agarramento pode ser facilmente detectado usando métodos invasivos, porém realizar esse tipo de procedimento em toda a planta é bastante demorado, além de ser economicamente inviável (Choudhury et al., 2006). Sendo assim, há a necessidade do desenvolvimento de técnicas não invasivas que possam não apenas detectar, mas também quantificar o grau de agarramento presente nas válvulas para que os equipamentos que precisem de manutenção possam ser identificados, isolados e consertados a tempo.

Este artigo apresenta uma técnica capaz de detectar e quantificar o grau de agarramento presente em uma válvula posicionadora de forma não invasiva. O método proposto utiliza Análise de Componentes Principais (PCA), uma técnica que tem destacado-se em aplicações na detecção de falhas em processos industriais. Trabalhos recentes foram desenvolvidos nessa área, dentre eles destacam-se os trabalhos de Sharmin et al. (2008), Khalfe (2008), Garcia-Alvarez (2009) e Garcia-Alvarez et al. (2012).

Para realizar o diagnóstico do agarramento em válvulas posicionadoras, apenas as informações de saída do processo ( $pv$ ) são utilizadas. Isso reflete a realidade industrial, onde em muitas situações a posição da válvula ( $mv$ ) é desconhecida (Mohieddine, 2008).

Com o uso da PCA, o comportamento do sistema para os diferentes níveis de agarramento é mapeado em um espaço bidimensional. Isso facilita o diagnóstico da falha por parte do operador, uma vez que apenas observando a região no espaço onde a resposta do sistema está sendo mapeada, é possível além de detectar agarramento, quantificar sua intensidade.

O restante deste artigo está organizado da seguinte maneira: na Seção 2 é apresentada uma definição formal do que é agarramento em válvulas. Na Seção 3 é feito um breve embasamento teórico sobre PCA. Na seção seguinte é feita a descrição do modelo proposto. A Seção 5 mostra algumas simulações realizadas em um processo industrial simulado a fim de validar o método de detecção e diagnóstico de agarramento proposto. Finalmente, na Seção 6 são apresentadas as principais conclusões obtidas.

## 2 Agarramento em Válvulas

O comportamento típico de uma válvula sofrendo de agarramento pode ser descrito como mostra a Figura 1. Esse diagrama é formado por quatro componentes: zona morta, *stick band*, *slip jump* e fase de movimentação (Choudhury et al., 2005). Quando a válvula está em repouso ou muda a direção de seu movimento, representado pelo ponto A na Figura 1, a válvula emperra, uma vez que ela não consegue superar a força de atrito estático

presente em suas partes móveis. Quando o sinal de controle supera as regiões de zona morta (AB) e *stick band* (BC), a válvula desloca-se abruptamente para uma nova posição (D) e começa a movimentar-se normalmente. O movimento da válvula continua até que sua velocidade chegue próxima de zero ou ela mude de direção, fazendo com que a válvula emperre novamente (E).

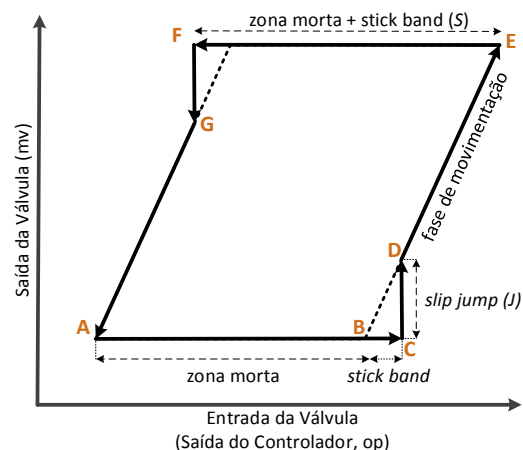


Figura 1: Comportamento típico de uma válvula sofrendo de agarramento.

As componentes de zona morta e *stick band* representam a faixa onde o sinal de controle varia sem que seja observada variação na posição da válvula. Como a válvula encontra-se emperrada, a ação integrativa do controlador aumenta o valor do sinal de controle até que o atrito seja superado. Isso resulta na liberação da energia potencial armazenada na válvula, que é convertida em energia cinética. Esse fenômeno é representado pela componente *slip jump* (Choudhury et al., 2006).

O estudo do modelo matemático fenomenológico que reproduz esse comportamento não linear de uma válvula pode não ser uma tarefa fácil, uma vez que é necessário o conhecimento de inúmeros parâmetros como, por exemplo, a massa das partes móveis do atuador, a constante elástica e todas as forças de atrito envolvidas no processo (Kayihan and III, 2000; Choudhury et al., 2005). Todas essas informações são difíceis de serem obtidas, além de que o efeito da mudança desses parâmetros não é determinado de maneira direta pelo modelo, tornando seu estudo matemático bastante complexo (Choudhury et al., 2005).

Visando contornar esse tipo de problema, diversos autores propõem modelos empíricos para simular agarramento em válvulas. No trabalho de Garcia (2008) é feita comparações entre alguns dos mais conhecidos modelos na literatura. Dentre eles, destaca-se o modelo proposto por Choudhury et al. (2005). Esse modelo é composto por apenas dois parâmetros: o parâmetro  $S$ , que representa o

tamanho da componente de zona morta junto com a componente *stick band* e o parâmetro  $J$ , que representa o tamanho da componente *slip jump*.

Todas as simulações realizadas no presente trabalho utilizaram o modelo de agarramento de dois parâmetros proposto por Choudhury et al. (2005) para modelar o agarramento na válvula do processo.

### 3 PCA

Um dos problemas inerentes em ambientes de monitoramento é o problema de visualização de conjuntos de dados com muitas variáveis. Nesses conjuntos, é muito comum que existam informações redundantes, uma vez que na maioria dos casos as variáveis de processo são correlacionadas (Sharmin et al., 2008; Khalfe, 2008). A Análise de Componentes Principais, ou PCA (do inglês *Principal Component Analysis*), separa essa redundância através da decomposição dos dados em um número menor de componentes chave, que são capazes de descrever a tendência das variáveis no processo, reduzindo a quantidade de informação que deve ser monitorada (Sharmin et al., 2008).

PCA é um método para projetar um espaço de variáveis extenso em um espaço com um número significativamente menor de dimensões. Apesar de um conjunto de dados conter diversas variáveis, em geral, a variância é limitada a algumas poucas direções chave. Através da reorientação do sistema de coordenadas para essas direções, é possível perceber que algumas das direções perpendiculares a este espaço apresentam variância significativamente menor e podem ser ignoradas. Portanto, a partir da reorientação da forma que os dados são visualizados, pode-se comprimir a informação em um número mínimo de direções principais (Khalfe, 2008).

Esse conjunto de direções chave são combinações lineares das variáveis originais e são conhecidas como componentes principais. A primeira componente principal corresponde à direção na qual a observação projetada tem maior variância. A segunda componente é ortogonal à primeira e novamente maximiza a variância dos dados projetados. Sucessivamente, todas as componentes são descritas dessa forma, de modo que todas as componentes são ortogonais entre si, evitando qualquer tipo de redundância (Sharmin et al., 2008).

O poder da PCA surge do fato de que ela fornece uma descrição simples, sem redundância e mais significativa dos dados originais. A partir da observação dos dados projetados nas componentes obtidas pela PCA, pode-se desenvolver um entendimento mais profundo sobre os princípios por trás do significado das variáveis observadas.

Seja  $X \in \mathbb{R}^{N \times n}$  uma matriz de dados consistindo de  $N$  amostras de  $n$  variáveis. O primeiro passo para a obtenção das componentes principais

é o cálculo da matriz de covariância  $C^{n \times n}$  de  $X$ , onde cada elemento  $c_{i,j}$  é o resultado do cálculo da covariância entre a  $i$ -ésima e  $j$ -ésima coluna de  $X$ . O segundo passo é o cálculo dos autovalores e autovetores da matriz de covariância obtida. Os autovetores são as próprias componentes principais, e os autovalores representam o quanto da variância original dos dados uma determinada componente consegue explicar. A razão entre um autovalor e a soma de todos os autovalores representa a parcela da variância total capturada pela componente (Thornhill et al., 2002). A partir da análise dos autovalores, pode-se decidir quantas componentes serão necessárias para uma boa representação dos dados.

As componentes principais formam um novo espaço para as variáveis. A projeção das variáveis nesse novo espaço, conhecida como *score*, se dá através da multiplicação da matriz de dados pela componente principal. Essa relação é apresentada na Equação 1.

$$Escores_i = X \cdot Componente_i \quad (1)$$

A partir da projeção dos dados em um determinado número de componentes principais, menor que o número de variáveis originais, o processo pode ser visualizado sob uma nova perspectiva. O que originalmente eram variáveis representadas em um espaço de dimensionalidade elevada podem agora ser analisadas em um espaço com menos dimensões.

### 4 Proposta

Através da Análise de Componentes Principais sobre os dados coletados do sistema em condições normais de operação, relações lineares entre as variáveis são reveladas. O modelo PCA obtido descreve o comportamento normal do processo, e eventos anormais são, então, detectados através da comparação do comportamento observado contra esse modelo (Tharrault et al., 2008).

Convencionalmente, duas variáveis estatísticas, conhecidas como  $T^2$  de Hotelling e  $Q$ , são calculadas a partir dos dados de monitoramento (Sharmin et al., 2008).  $T^2$  é uma medida da variância do modelo PCA e  $Q$  é uma medida da quantidade de variância não capturada pelo modelo (Garcia-Alvarez, 2009). A partir dessas duas variáveis é possível identificar se o sistema está em condições anormais de operação, ou seja, se a variabilidade do sistema difere muito da variabilidade do modelo PCA, construído com base na operação normal da planta.

Esse método de usar o modelo PCA baseado na operação normal da planta é bastante popular (Garcia-Alvarez, 2009), porém apresenta algumas desvantagens. A primeira é o fato dessa estratégia apenas indicar que o sistema está em falha,

sem apresentar informações adicionais referentes à falha em questão. Mas a maior desvantagem é que, para processos que são executados em diferentes modos e condições, essa estratégia acaba produzindo um excessivo número de falsos alarmes ou falhas, já que a transição de um modo de operação para outro pode quebrar as correlações entre as variáveis. Além disso, perturbações no sistema também mudam a correlação entre as variáveis de processo e podem ser detectadas como falhas (Garcia-Alvarez, 2009).

A PCA pode ser aplicada a sinais no domínio do tempo e no domínio da frequência. Essa última estratégia apresenta diversas vantagens. A análise espectral possui, em geral, uma razão sinal-ruído melhor para os casos em que o conteúdo espectral do sinal ocupa faixas estreitas da banda, comparadas ao espaço ocupado pelo ruído. O espectro é invariante a atrasos no tempo ou deslocamentos de fase causados pela dinâmica do processo, e é também robusto a descontinuidades ou valores discrepantes, já que esses efeitos aparecem de forma espalhada sobre todas as frequências do espectro (Thornhill et al., 2002).

#### 4.1 Modelo Proposto

Diferentes níveis de agarramento causam diferentes oscilações na malha de controle. Sendo assim, a análise espectral da saída do processo pode ser aplicada para a detecção e diagnóstico de agarramento em válvulas. Entretanto, o espectro de um sinal contém um amplo espaço de frequências, e a análise espectral pura torna-se um problema complexo, com um número extenso de variáveis.

A estratégia proposta por este trabalho é aplicar a técnica PCA espectral para detectar e quantificar o grau de agarramento presente em uma válvula posicionadora. De forma análoga aos trabalhos em detecção de falha usando PCA, um modelo PCA também será criado. Mas ao invés de considerar apenas o comportamento do sistema em operação normal, o modelo proposto também leva em consideração a operação do processo sob diferentes configurações de agarramento.

O modelo PCA é criado a partir da variável de saída do processo ( $pv$ ). A matriz de dados  $X$  é construída de forma que cada linha representa o espectro de frequência da saída do processo para configurações de agarramento diferentes. As configurações são criadas a partir de variações dos parâmetros  $S$  e  $J$  que modelam o agarramento. A Equação 2 apresenta a estrutura de  $X$ , onde  $f_{ij}$  representa a  $j$ -ésima componente espectral da  $i$ -ésima observação da variável de saída.

$$X = \begin{pmatrix} f_{11} & \dots & f_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & \dots & f_{nN} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Uma representação em diagrama de blocos do

sistema proposto é apresentado na Figura 2. No diagrama, o bloco Fourier recebe como entrada os valores de  $pv$  e é o responsável pelo cálculo do espectro de frequência do sinal, através da Transformada de Fourier. Os valores do espectro são então passados para o bloco PCA, que por sua vez calcula os escores com base no modelo PCA construído.

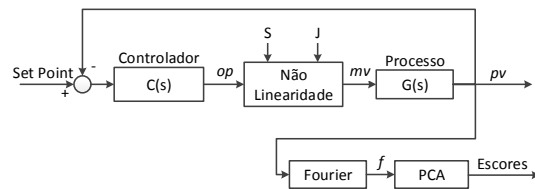


Figura 2: Diagrama de blocos do sistema proposto.

Como  $X$  é formada por dados da planta em operação normal e com agarramento, e como diferentes níveis de agarramento causam diferentes oscilações, cada configuração de agarramento será mapeada para uma região diferente de cada componente. Com isso, a partir da projeção dos escores obtidos e da comparação com o modelo PCA, é possível detectar se o sistema apresenta ou não agarramento, e em caso positivo, inferir os valores de  $S$  e  $J$ . Isso pode ser feito facilmente com a observação dos escores em um plano bidimensional formado pelas duas primeiras componentes principais, por exemplo. A partir da distância entre os escores obtidos e os pontos mapeados para cada falha pelo modelo PCA, pode-se identificar a qual região mapeada pelo modelo o sistema se encontra. Como cada região está associada a uma configuração de falha diferente, os valores de  $S$  e  $J$  também são inferidos dessa forma.

## 5 Resultados

O objetivo desta seção é avaliar o método proposto em um processo conhecido e simulado. Todas as simulações foram realizadas usando o modelo de agarramento citado na Seção 2, para simular agarramento no processo descrito pela Equação 3. Esse processo é controlado em malha fechada por um controlador PID cuja função de transferência é apresentada na Equação 4.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + 0.5s)s} \quad (3)$$

$$C(s) = 0.4 \left( 1 + \frac{1}{0.2s} \right) \quad (4)$$

A matriz de dados  $X$  foi criada a partir da saída do processo ( $pv$ ). Cada linha de  $X$  representa uma configuração de agarramento diferente,

com  $S$  e  $J$  variando discretamente de 0 a 2. A largura da janela utilizada para a captura do sinal foi de 1024 amostras e seu espectro foi calculado a partir da Transformada de Fourier. Como o espectro é uma função par, a segunda metade do sinal é apenas um espelhamento da primeira, podendo assim ser desconsiderada. Portanto,  $X$  é uma matriz  $9 \times 512$ , onde as 9 linhas representam os espectros de frequência da variável de saída  $pv$  para as diferentes configurações de agarramento e as 512 colunas representam a primeira metade do espectro.

As componentes principais foram então calculadas a partir de  $X$ . No total, o número de componentes principais é igual ao número original de variáveis. Portanto, para esse caso são 512 componentes. Entretanto, a maior parte da energia se concentra nas primeiras componentes. A Figura 3 apresenta o gráfico com as parcelas de energia retidas nas primeiras componentes principais. Thornhill et al. (2002) sugere que as componentes devem ser consideradas até que a próxima componente principal represente menos de 5% da variância total. Portanto, só as duas primeiras componentes serão consideradas. Isso prova-se bastante conveniente, uma vez que um plano bidimensional é eficiente para a representação e monitoramento dos dados.

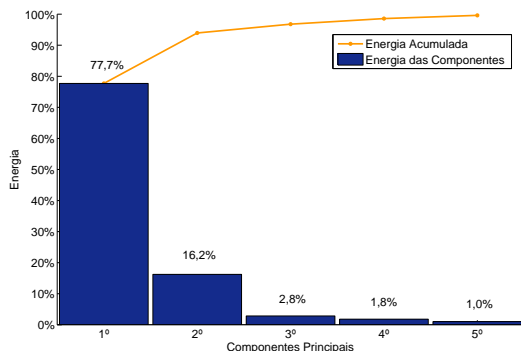


Figura 3: Distribuição de energia nas primeiras componentes principais.

Após a criação do modelo PCA, a resposta do sistema para diferentes níveis de agarramento pode ser mapeada no plano formado pelas duas primeiras componentes principais. Esse mapeamento pode ser observado na Figura 4, onde cada ponto representa uma configuração de agarramento diferente.

As configurações de agarramento são mapeadas de acordo com as oscilações do sistema causadas pelo agarramento. Por isso, diferentes níveis de agarramento que oscilam de maneira similar são mapeados em regiões próximas, enquanto que oscilações diferentes são mapeadas em pontos distantes.

Com o objetivo de validar o modelo, o sis-

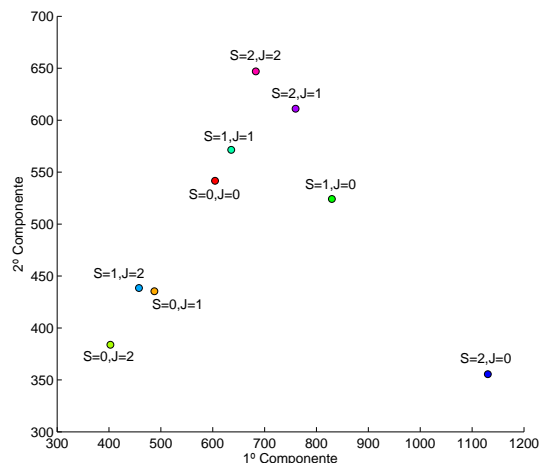


Figura 4: Gráfico dos escores da 1ª e 2ª componente do modelo PCA.

tema foi submetido a novas simulações para as mesmas configurações de agarramento usadas na criação do modelo PCA. Entretanto, dessa vez foram adicionados diferentes níveis de ruído gaussiano branco na saída do processo, de forma que a relação sinal-ruído resultante varia em uma faixa de 10 a 20 dB. A Figura 5 mostra a projeção das saídas das novas simulações sobre as regiões mapeadas pelo modelo PCA.

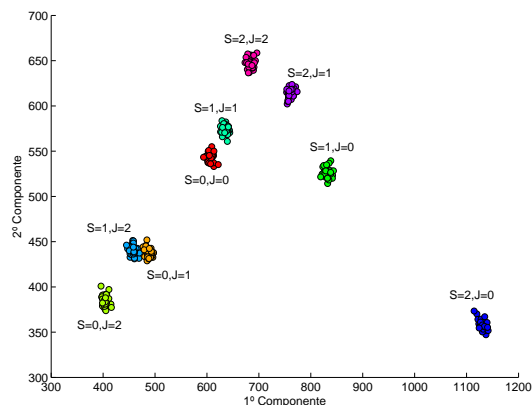


Figura 5: Validação do modelo proposto.

É possível perceber que a resposta do sistema para o mesmo nível de agarramento, mesmo na presença de ruído, forma aglomerados de pontos em torno de um centro comum. Cada agrupamento corresponde a uma região mapeada pelo modelo PCA para as diferentes configurações de agarramento.

Mesmo com a presença acentuada de ruído, em todos os casos a saída do processo foi mapeada para uma região bastante próxima ao ponto referente a sua configuração de agarramento, de acordo com o modelo PCA construído.

## 6 Conclusão

O Gerenciamento de Eventos Anormais (AEM) é um tema que vem tendo cada vez mais relevância no cenário da automação industrial. Isso tem ocorrido devido à enorme quantidade de informação disponibilizada para o operador, que se vê impossibilitado de diagnosticar um eventual problema no processo e realizar alguma ação preventiva/corretiva em tempo hábil. Este artigo apresentou um método baseado em Análise de Componentes Principais, juntamente com a análise do espectro da saída do processo para detectar e quantificar o grau de agarramento em válvulas posicionadoras. As principais vantagens desse método é não necessitar do conhecimento da dinâmica do processo, assim como não é preciso medir a posição da válvula. A única informação necessária é o sinal da saída do processo ( $pv$ ). Além disso, com o uso da PCA foi possível mapear o comportamento do sistema em um plano bidimensional, tornando mais fácil não só detectar agarramento, como também quantificar sua intensidade de forma visual.

O método foi testado em diversas configurações de agarramento em um modelo simulado e se mostrou eficiente em detectar e quantificar a falha em processos industriais, mesmo na presença de ruídos. A abordagem proposta para detecção de falhas pode ser aplicada a vários processos industriais modernos, uma vez que ela reflete a realidade industrial onde a posição da válvula é muitas vezes desconhecida.

Como trabalho futuro, pretende-se utilizar técnicas de clusterização para tornar o processo de diagnóstico automático, onde cada agrupamento representaria um nível de agarramento diferente.

## Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao projeto Sist-Cenpes-Petrobras e o segundo autor ao CNPq pelo suporte financeiro através de bolsas de pesquisa. Os demais autores agradecem à UFRN pela infraestrutura de suporte ao desenvolvimento deste trabalho.

## Referências

- Bialkowski, W. L. (1992). Dreams vs. reality: A view from both sides of the gap, *Control systems* pp. 283–294.
- Choudhury, M. S., Jain, M. and Shah, S. L. (2008). Stiction: definition, modelling, detection and quantification, *Journal of Process Control*.
- Choudhury, M. S., Shah, S., Thornhill, N. and Shook, D. S. (2006). Automatic detection and quantification of stiction in control valves, *Control Engineering Practice*.
- Choudhury, M. S., Thornhill, N. and Shah, S. (2005). Modelling valve stiction, *Control Engineering Practice*.
- Garcia-Alvarez, D. (2009). Fault detection using principal component analysis (pca) in a wastewater treatment plant (wwtp), *Proceedings of the International Student's Scientific Conference*.
- Garcia-Alvarez, D., Fuente, M. and Sainz, G. (2012). Fault detection and isolation in transient states using principal component analysis, *Journal of Process Control* **22**(3): 551 – 563.
- Garcia, C. (2008). Comparison of friction models applied to a control valve, *Control Engineering Practice* **16**(10): 1231 – 1243.
- Kayihan, A. and III, F. J. D. (2000). Friction compensation for a process control valve, *Control Engineering Practice* **8**(7): 799 – 812.
- Khalfe, N. M. (2008). Novel approach for process plant monitoring, *Hydrocarbon processing*.
- Mohieddine, J. (2008). Estimation of valve stiction in control loops using separable least-squares and global search algorithms, *Journal of Process Control*.
- Romano, R. A. (2010). *Identificação de processos não lineares e quantificação de atrito em válvulas de controle*, Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, São Paulo, SP.
- Sharmin, R., Shah, S. L. and Sundararaj, U. (2008). A pca based fault detection scheme for an industrial high pressure polyethylene reactor, *Macromolecular Reaction Engineering* **2**(1).
- Tharrault, Y., Mourot, G., Ragot, J. and Maquin, D. (2008). Fault detection and isolation with robust principal component analysis, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **18**(4): 429–442.
- Thornhill, N., Shah, S., Huang, B. and Vishnubhotla, A. (2002). Spectral principal component analysis of dynamic process data, *Control Engineering Practice* **10**(8): 833 – 846.