

# ESTUDO SOBRE A REDUÇÃO DO ACOPLAMENTO EM ESTRATÉGIAS DE CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

CAMILA SILVA CAVALCANTE LIMA\*, TITO LUÍS MAIA SANTOS\*

\**Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade Federal da Bahia  
Salvador, Bahia, Brasil*

Emails: camilima88@gmail.com, tlsantos@ufba.br

**Abstract**— This paper analyzes cross-coupling effect in closed loop response of multivariable processes under the action of a model predictive controller (MPC). It is shown that practical aspects as disturbance model and stability conditions are important issues in these kinds of problems. An alternative solution is proposed in order to consider these issues, ensuring cross-coupling reduction. Two simulations examples are used to illustrate the analysis.

**Keywords**— Predictive Control, MIMO control, Decoupling

**Resumo**— Neste artigo discute-se sobre o efeito da interação cruzada na resposta de malha fechada de processos multivariáveis sob ação de um controlador preditivo baseado em modelo. Para tanto são analisados aspectos relevantes para este tipo de problema como a escolha adequada do modelo de perturbação e a imposição de condições de estabilidade. Uma solução alternativa é apresentada com vistas considerar estes elementos, assegurando a redução do acoplamento cruzado. Dois exemplos de simulação são utilizados para ilustrar a análise apresentada.

**Keywords**— Controle Preditivo, Controle Multivariável, Desacoplamento.

## 1 Introdução

Diversos sistemas multivariáveis possuem um forte acoplamento cruzado entre as malhas de controle, pois a alteração de uma variável manipulada (MV) produz efeitos significativos em diversas variáveis do processo (PV). Esta interação entre malhas distinta é, em geral, indesejada na medida em que dificulta o projeto de controladores clássicos e o efeito da mudança de uma determinada referência afeta outras saídas do processo. Desacopladores<sup>1</sup>, bem como desacopladores aproximados, são ferramentas úteis por simplificar o processo de síntese de controladores multivariáveis ao tornar o problema multivariável (MIMO<sup>2</sup>) em um conjunto de problemas monovariáveis (SISO<sup>3</sup>) (Middleton and Adams, 2008).

Os desacopladores (desacopladores simplificados) também são importantes por eliminarem (reduzirem) o efeito da interação cruzada entre malhas distintas. Este é um requisito de controle importante em determinados sistemas. A título de exemplo, pode-se citar o caso de aeronaves nas quais é desejável alterar a velocidade de vôo sem modificar a altitude, bem como pretende-se alterar a sua altitude sem interferir na velocidade de cruzeiro (Camacho and Bordons, 2007). Além do exposto, do ponto de vista do operador do processo, uma resposta desacoplada simplifica o procedimento de diagnóstico de perturbações e permite que as variáveis de processo operem mais

próximas dos seus limites operacionais (Middleton and Adams, 2008).

O Controle Preditivo baseado em Modelo, do inglês *Model Predictive Control* (MPC), destaca-se por tratar naturalmente de uma série de aspectos práticos de maneira natural (Camacho and Bordons, 2007), o que inclui processos multivariáveis com acoplamento significativo. Neste tipo de técnica, o objetivo de controle é expresso na forma de uma função custo que, em geral, pondera o erro de seguimento de referência e o esforço de controle. No entanto, sabe-se que as estratégias MPC não proporcionam o desacoplamento de maneira natural (Middleton and Adams, 2008).

Diversas técnicas de desacoplamento podem ser utilizadas para reduzir a interação cruzada (Gagnon et al., 1998). Alguns trabalhos consideram os efeitos do acoplamento como perturbações, fazendo uso de um controle *feed-forward*, de maneira que este tipo de técnica pode ser combinada naturalmente com estratégias MPC (Chai et al., 1994). Já em (McDermott and Mellichamp, 1986), utiliza-se uma técnica de desacoplamento auto-ajustável. No entanto, é relativamente pequeno o número de trabalhos analisam problema do desacoplamento no contexto MPC. Há alguns anos, foi proposto um método de aplicação genérica, baseado na modificação da função custo, que pode ser aplicado a sistemas de fase não-mínima (Middleton and Adams, 2008). Este método no entanto, desconsiderou alguns aspectos importantes como a utilização de um modelo de perturbação adequado (Wang, 2009) e a imposição de condições de estabilidade (Mayne et al., 2000). Estas condições estabilizantes não podem ser im-

<sup>1</sup>O desacoplamento representa o processo de diagonalização de uma matriz de transferência

<sup>2</sup>Do Inglês *Multiple Input Multiple Output*

<sup>3</sup>Do Inglês *Single Input Single Output*

postas devido à utilização de uma função custo modificada.

Neste artigo, serão propostas soluções alternativas às limitações impostas pela técnica apresentada em (Middleton and Adams, 2008). Em particular, será demonstrado que o controlador MPC pode ser aplicado diretamente ao sistema com um desacoplador, evitando a utilização da função custo modificada. Assim, a teoria de MPC para sistemas lineares pode ser utilizada para garantir tanto a estabilidade, quanto a eliminação do acoplamento cruzado.

A apresentação do trabalho está organizada da seguinte maneira: na Seção 2 apresenta-se a caracterização do problema, na Seção 3 discute-se sobre a estratégia alternativa; os resultados de simulação são analisados na Seção 4 e os comentários finais são apresentados na Seção 5.

## 2 Caracterização do Problema

Nesta seção, discute-se brevemente a respeito acoplamento cruzado nas estratégias MPC e da solução via modificação da função custo (Middleton and Adams, 2008). Para tanto considere um modelo em espaço de estados como segue

$$\begin{aligned}\xi_{k+1} &= A_p \xi_k + B_p u_k + B_d d_k \\ y_k &= C_p \xi_k\end{aligned}\quad (1)$$

sendo  $\xi_k \in \mathbb{R}^n$  o vetor de estados num instante  $k$ ,  $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$  representa o vetor do sinal de controle,  $d_k \in \mathbb{R}^{n_d}$  representa uma perturbação aditiva desconhecida e  $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$  o vetor de saída do processo. Assume-se que o vetor de estados é conhecido no instante  $k$ . Para seguir referências constantes, foi proposta a utilização de uma representação aumentada em função do incremento de controle  $\Delta u_k := u_k - u_{k-1}$  (Middleton and Adams, 2008). Neste caso, o vetor de estados aumentado passou a ser dado por  $x_k^T = [\xi_k^T \ u_{k-1}^T]$ , sendo a descrição aumentada representada como segue:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \xi_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_k \\ u_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ I \end{bmatrix} \Delta u_k + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} d_k \\ y_k &= [C_p \ 0] \begin{bmatrix} \xi_k \\ u_{k-1} \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (2)$$

Desta forma, a representação (2) pode ser expressa de maneira simplificada por:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + B\Delta u_k + B_w d_k \\ y_k &= Cx_k.\end{aligned}\quad (3)$$

Em (Middleton and Adams, 2008), o efeito da perturbação desconhecida,  $B_w d_k$ , foi desconsiderado do modelo de predição. No entanto, o termo  $d_k$  está presente na prática devido a presença de incertezas e perturbações (Wang, 2009). Deve-se observar que  $x_{k+1} \neq Ax_k + B\Delta u_k$  na presença

de perturbações constantes, causando um erro de regime permanente indesejado para grande parte das aplicações de controle reais. Desta forma, o modelo de predição representado em (2) é inadequado por desconsiderar o efeito de perturbações constantes, o que levará à presença de erro em regime permanente.

### 2.1 Acoplamento em técnicas MPC

Sem perda de generalidades, considera-se o modelo discreto do espaço de estados do sistema (3). Assim como em (Middleton and Adams, 2008), assume-se um problema de controle irrestrito com o intuito de simplificar a discussão. Tem-se então que, para um horizonte de controle  $N_u$ , a sequência de incrementos de controles futuros será representada pelo vetor a seguir:

$$U = \begin{bmatrix} \Delta u_{k|k} \\ \Delta u_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+N_u-1|k} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u \cdot N_u} \quad (4)$$

sendo  $\Delta u_{k+j|k}$ , a predição do incremento de controle para o instante  $k+j$  dada as informações do instante  $k$ .

De forma análoga, para o horizonte de predição  $N_y$ , são definidos os vetores de saídas previstas e de referência dados por:

$$Y = \begin{bmatrix} y_{k+1|k} \\ y_{k+2|k} \\ \vdots \\ y_{k+N_y|k} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_k \\ r_k \\ \vdots \\ r_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \cdot N_y} \quad (5)$$

Dessa maneira, a saída prevista num dado instante  $k$ ,  $Y$ , pode ser calculada como segue

$$Y = PU + H_0 x_k \quad (6)$$

sendo as matrizes  $P$  e  $H_0$  definidas de acordo com (7) e (8), respectivamente:

$$P = \begin{bmatrix} CB & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_u-1}B & \dots & CB \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_y-1}B & \dots & CA^{N_y-N_u}B \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$H_0 = [CA \ \dots \ CA^{N_u} \ \dots \ CA^{N_y}]^T. \quad (8)$$

Já função custo ou função objetivo é dada por:

$$J(U) = E^T \Lambda E + U^T \beta U \quad (9)$$

sendo  $E = R - Y$ ,  $\Lambda \in \mathbb{R}^{n_y \cdot N_y \times n_y \cdot N_y}$  a matriz de ponderação do erro e  $\beta \in \mathbb{R}^{n_u \cdot N_u \times n_u \cdot N_u}$  a matriz de ponderação do esforço de controle<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Para simplificar a comparação, optou-se por manter a mesma notação de (Middleton and Adams, 2008)

Assim, a seqüência ótica de incrementos de controles, que minimiza a função (9) para o caso irrestrito, é dada como segue:

$$U = (\beta + P^T \Lambda P)^{-1} P^T \Lambda (R - H_0 x_k). \quad (10)$$

Devido ao princípio do horizonte deslizante, aplica-se  $\Delta u_k = \Delta u_{k|k}$  e se descarta as outras ações num dado instante  $k$ . Deve-se observar que, caso a matriz  $(\beta + P^T \Lambda P)^{-1} P^T \Lambda$  não possua uma estrutura bloco diagonal, a mudança em apenas um dos  $n_y$  elementos de  $r_k$  afetará todos os elementos de  $\Delta u_{k|k}$ . Este fato, por sua vez, interferirá em todas as  $n_y$  saídas observáveis de  $y_k$ , indicando o efeito do acoplamento cruzado.

A relação em malha fechada de  $R$  para  $Y$  é dada por:

$$H_{YR} = P(\beta + P^T \Lambda P)^{-1} P^T \Lambda \quad (11)$$

Deve-se notar que para  $\beta = 0$  com  $\Lambda$  inversível, verifica-se a relação  $H_{YR} = I$ , o que representa um controle tipo *dead-beat*. Esta é uma estratégia inadequada do ponto de vista prático para a grande parte das aplicações reais devido a problemas de robustez e esforço de controle elevado.

## 2.2 Desacoplamento via modificação da função custo

Uma das maneiras mais eficientes de evitar o acoplamento cruzado em estratégias MPC se dá através da modificação da função custo (Middleton and Adams, 2008). Esta estratégia fundamenta-se na técnica de realimentação estática dos estados (Falb and Wolovich, 1967).

Na realimentação estática dos estados, as ações de controle são obtidas na forma de uma função afim dos estados e de uma referência externa  $w_k$ , conforme indicado na seqüência:

$$\Delta u_k = F x_k + G w_k. \quad (12)$$

As matrizes de dimensões apropriadas  $F$  e  $G$  são definidas de forma tal que a combinação de (3) e (12) resulta em um sistema desacoplado de  $w_k$  para  $y_k$ . Uma escolha possível é dada por:

$$G = (CB)^{-1}, F = -(CB)^{-1}CA. \quad (13)$$

Foi demonstrado que para induzir ao desacoplamento entrada-saída, deve-se considerar um vetor modificado  $W$  de acordo com as equações a seguir:

$$W = DU - H x_k \quad (14)$$

sendo as matrizes  $D$  e  $H$  calculadas da seguinte forma:

$$D = G^{-1} \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ -FB & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -FA^{N_u-2}B & -FA^{N_u-3}B & \cdots & I \end{bmatrix},$$

$$H_0 = G^{-1}F [I \quad A \quad \cdots \quad A^{N_u-1}]^T$$

com  $I$  representando a matriz identidade com dimensões apropriadas.

Finalmente a função custo modificada é dada por:

$$J_W(U) = E^T \Lambda E + W^T \beta_W W \quad (15)$$

sendo  $\beta_W$  uma matriz obtida a partir da parcela diagonal do produto  $D^{-T} \beta D^{-1}$ .

No entanto, a determinação das matrizes  $G$  e  $F$ , conforme proposto em (13), também resulta em um sistema tipo *dead-beat* e não pode ser aplicada a sistemas de fase não-mínima. Assim, em grande parte dos exemplos apresentados em (Middleton and Adams, 2008), adota-se um técnica de desacoplamento estático na qual  $F = 0$  e  $G$  é dada pela inversa de  $G^{-1}$ , calculada como segue:

$$G^{-1} = CB + CAB + \dots + CA^{k-1}B \quad (16)$$

sendo  $k$  um índice de precisão arbitrário. Pode-se verificar que para sistemas estáveis em malha aberta (entrada-saída),  $k \rightarrow \infty \Rightarrow G^{-1} = C(I - A)^{-1}B$ , o que representa o ganho estático do sistema. Esta abordagem, via modificação da função custo, apresenta inconvenientes importantes: i) esta formulação permite a utilização de um número pequeno de estratégias de desacoplamento<sup>5</sup> e ii) devido à modificação da função custo, a mesma não se encontra na forma padrão proposta em (Mayne et al., 2000), de forma que não é possível impor as condições estabilizantes clássicas (custo terminal e/ou ponderação terminal).

## 3 Formulação alternativa

No que diz respeito à rejeição de perturbação constante, esta dificuldade pode ser sanada de maneira direta, através da utilização de um modelo aumentado adequado (Wang, 2009). Neste caso, o vetor de estados aumentado pode ser definido como  $x_k^T = [\Delta \xi_k^T \quad y_k^T]$  sendo  $\Delta \xi_k := \xi_k - \xi_{k-1}$  e o modelo de predição passa a ser representado como segue

$$\begin{bmatrix} \Delta \xi_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ C_p A_p & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \xi_k \\ y_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ C_p B_p \end{bmatrix} \Delta u_k$$

$$y_k = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta \xi_k \\ y_k \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Conforme indicado na Eq. (1), o vetor de estados conhecido nos instantes  $k$  e  $k-1$  são dados respectivamente por:

$$\begin{aligned} \xi_{k+1} &= A_p \xi_k + B_p u_k + B_d d_k \\ \xi_k &= A_p \xi_{k-1} + B_p u_{k-1} + B_d d_{k-1}. \end{aligned}$$

Assim, verifica-se a relação a seguir:

$$\Delta \xi_{k+1} = A_p \Delta \xi_k + B_p \Delta u_k + B_d \Delta d_k. \quad (18)$$

<sup>5</sup>Originalmente foram apresentadas três opções: i) desacoplamento estático, ii) desacoplamento triangular e desacoplamento reduzido.

Relacionando a saída  $y_k$  às variáveis de estado  $\Delta\xi_k$ , obtém-se:

$$y_{k+1} = C_p A_p \Delta\xi_k + C_p B_p \Delta u_k + C_p B_p \Delta d_k \quad (19)$$

A partir de (18) e (19), observa-se que para perturbações contantes  $d_k \rightarrow d_{k-1}$  e  $\Delta d_k \rightarrow 0$  de maneira que a descrição (17) corresponde ao comportamento do sistema (18, 19) em regime permanente, o que permite eliminar perturbações constantes.

### 3.1 Desacoplador externo

O desacoplamento via modificação da função custo é realizado implicitamente, de maneira tal que a resolução do problema de otimização induza a uma resposta de malha fechada sem interação cruzada. Conforme visto anteriormente, esta abordagem limita o tipo de técnica de desacoplamento, bem como impede a utilização de condições estabilizantes. Com o intuito de utilizar a formulação MPC clássica para sistemas lineares (Mayne et al., 2000), propõe-se fazer uso de uma estratégia mista que envolve um desacoplador externo (explícito) e um controlador MPC com garantias de estabilidade para um modelo desacoplado. O desacoplador externo tem o intuito de eliminar ou reduzir a interação cruzada, ao passo que o controlador MPC pode ser utilizado para lidar com dinâmicas complexas a exemplo de processo com atraso, sistemas de fase não-mínima e processos com referências futuras conhecidas.

Com vistas a elucidar a respeito do efeito do desacoplador externo, considera-se o modelo do sistema desacoplado (sistema original mais desacoplador) é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_{k+1} &= \tilde{A}_p \tilde{\xi}_k + \tilde{B}_p v_k + \tilde{B}_d \tilde{d}_k \\ y_k &= \tilde{C}_p \tilde{\xi}_k \end{aligned} \quad (20)$$

sendo  $v_k \in \mathfrak{R}^{n_u}$  a variável de controle virtual a montante do desacoplador externo. Para um sistema desacoplado, as matrizes  $C$ ,  $CAB$ , ...,  $CA^N B$ , são diagonais na medida em que o efeito de um dado elemento  $j$  de  $v_k$  (ou  $\Delta v_k$ ) manifesta-se apenas no respectivo elemento  $j$  da saída  $y_k$ . Por consequência, o efeito de um elemento  $j$  de qualquer  $\Delta v_{k+i|k}$ , manifesta-se apenas nos elementos  $j$  de  $y_{k+m|k}$  com  $m > j$  devido à condição de causalidade. Utilizando este argumento, pode-se demonstrar por absurdo que, sob determinadas condições, a solução ótima  $V \in \mathfrak{R}^{N_u \cdot n_u}$  induz a uma resposta desacoplada.

Para tanto, considere a função custo clássica (Mayne et al., 2000) dada por

$$\begin{aligned} J = \sum_{i=0}^{N-1} (& \|y_{k+i|k} - r_k\|_Q + \|\Delta v_{k+i|k}\|_R) \\ & + \|x_{k+N|k} - x_{ss}\|_T \end{aligned} \quad (21)$$

sendo  $Q > 0$  e  $R > 0$  matrizes definidas positivas,  $T$  o custo terminal<sup>6</sup> tal que  $T > 0$  é a solução da seguinte identidade matricial,  $(A + BK)^T T (A + BK) - T + K^T R K - Q = 0$ , e  $K$  é uma lei de controle estabilizante, em geral opta-se pela solução LQR<sup>7</sup> (Mayne et al., 2000). Assume-se que  $Q > 0$  e  $R > 0$  são matrizes diagonais.

Para o sistema em equilíbrio, verifica-se  $x_{k-1}^T = x_k^T = x_{ss}^T = [0 \dots 0 \ r_{k-1}^T]^T$ . Agora, considere que o sistema está em equilíbrio e ocorre uma mudança de referência em apenas um dos elementos de  $r_k$ . A partir da Eq. (21), pode-se verificar que a mudança de referência deste dado elemento  $j$  de  $r_k$  se manifestará apenas nos respectivos erros dos  $j$ -ésimos elementos de  $y_{k+i|k} - r_k$ ,  $i = 1, \dots, N$ , pois as outras saídas estão em suas respectivas referências. Por consequência, caso algum outro elemento  $l \neq j$  de  $\Delta v_{k+i|k}$  torne-se diferente de zero, isto aumentará o custo do termo  $\|\Delta v_{k+i|k}\|_R$ , mas não reduzirá o custo dos termos  $\|y_{k+i|k} - r_k\|_Q$ , pois modificará o valor de uma saída cuja referência não foi alterada e portanto não é uma solução ótima. Por absurdo, verifica-se que a solução ótima é obtida variando-se apenas o elemento  $j$  (referente à mudança de referência) de cada um dos elementos dos incrementos de controle futuros  $\Delta v_{k+i|k}$ , caracterizando o desacoplamento de  $r_k$  para  $y_{k+i|k}$ .

Este resultado demonstra que na ausência de restrições ativas, a estratégia MPC mantém a propriedade de desacoplamento obtido através de uma estrutura externa (explícita). Desta maneira é possível desacoplar um processo e utilizar uma estratégia MPC clássica numa abordagem mista.

## 4 Resultados de Simulação

### 4.1 Acoplamento Estático

Este exemplo foi utilizado originalmente para indicar o efeito do desacoplador estático em processos com interação cruzada significativa (Middleton and Adams, 2008). Neste trabalho, o mesmo exemplo será apresentado para indicar a limitação do modelo de predição originalmente proposto para fins de rejeição de perturbação constante. O processo com acoplamento estático é dado por

$$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} \frac{4}{s+0,1} & \frac{5}{s+0,1} \\ \frac{3}{s+0,1} & \frac{4}{s+0,1} \end{bmatrix} \mathbf{U}(s) \quad (22)$$

A sintonia do controlador é definida com  $\beta = 300$ ,  $\Lambda = 1^8$ ,  $N_y = 20$  e  $N_u = 5$  (Middleton and Adams, 2008).

<sup>6</sup>A notação  $\|x\|_Q$  representa  $\sqrt{x^T Q x}$ .

<sup>7</sup>Do inglês *Linear Quadratic Regulator*

<sup>8</sup>Deve-se notar que neste tipo de problema, os valores das matrizes diagonais podem ser atribuídos diretamente por um elemento escalar.

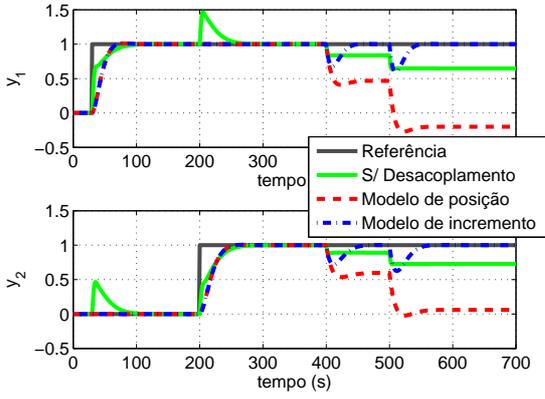


Figura 1: Resposta de saída para MPC com/sem desacoplamento

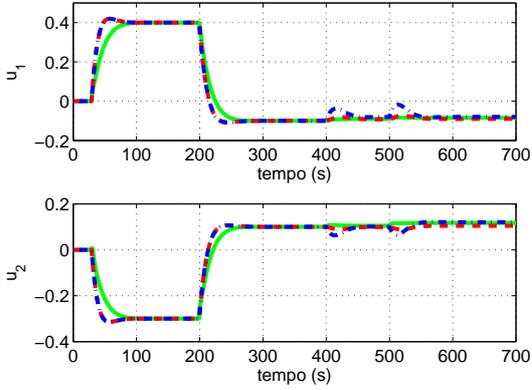


Figura 2: Resposta da ação de controle de para MPC com/sem desacoplamento

Conforme esperado para um processo com acoplamento estático, nota-se nas Figuras 1 e 2 a eliminação da interação cruzada às custas do aumento dos esforço de controle, o que é um compromisso natural neste tipo de problema. Pode-se verificar, para a situação sem desacoplador, que ambas saídas sofrem variações a despeito da mudança de apenas uma das referências, o que não ocorre no caso com desacoplamento. Nos instantes 400s e 500s foram aplicadas perturbações de amplitude -0.02 às entradas 1 e 2 respectivamente. Nota-se que o modelo de posição dos estados (Middleton and Adams, 2008), não rejeita perturbações constantes, conforme discutido anteriormente. Esta limitação é superada utilizando o modelo de predição incremental indicado na Seção 3. É importante enfatizar que o efeito de uma pequena perturbação de entrada é significativo na saída devido ao valor elevado do ganho estático deste processo.

## 4.2 Tanques Interconectados

O exemplo dos tanques interconectados foi retirado de (Johansson, 2000), inspirado no trabalho de (Garcia-Gabin and Camacho, 2002). Este tanque é um sistema didático reconfigurável, o qual apresenta um zero de transmissão de fase não-mínima em função da configuração do sistema. Conforme indicado em (Garcia-Gabin and Camacho, 2002), o ajuste inadequado dos parâmetros de sintonia do MPC podem levar à instabilidade de malha fechada mesmo no caso nominal (ausência de incertezas).

O modelo linearizado com zero de transmissão de fase não-mínima é dado por:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.5}{63s+1} & \frac{2.5}{(39s+1)(63s+1)} \\ \frac{2.5}{(56s+1)(91s+1)} & \frac{1.6}{91s+1} \end{bmatrix}$$

sendo os zeros dados por  $-0,057$  e  $0.013$ . A versão discretizada  $P(z)$  é obtida considerando o retentor de ordem zero e um período de amostragem  $T_a = 5s$ . A representação em espaço de estados não-mínima (Wang, 2009) é considerada para evitar a utilização de um observador de estados. O desacoplador externo é do tipo simplificado com sinal invertido:

$$\mathbf{M}_D(z) = \begin{bmatrix} -1 & P_{12}(z)/P_{11}(z) \\ P_{21}(z)/P_{22}(z) & -1 \end{bmatrix}.$$

Esta estratégia não cancelou os zeros de fase não mínima, o que é necessário para garantir estabilidade interna. Além do exposto, esta é uma das técnicas de desacoplamento mais utilizadas na prática devido à simplicidade de implementação (Gagnon et al., 1998) e o seu sinal foi trocado para manter o ganho estático do processo desacoplado positivo.

Foram considerados 4 cenários de simulação: i) preditivo clássico sem desacoplamento considerando o custo (21), ii) preditivo clássico com desacoplamento externo considerando o custo (21), iii) desacoplamento estático (Middleton and Adams, 2008) com horizonte de predição longo considerando o custo (15) e iii) desacoplamento estático (Middleton and Adams, 2008) com horizonte de predição curto considerando o custo (15). Os parâmetros de sintonia são  $N = N_y = N_u = 20$ ,  $R = \beta = 200$ ,  $Q = \Lambda = 1$  para todos os casos, exceto o desacoplamento estático com horizonte de predição longo, no qual utilizou-se  $N_y = N_u = 100$ . Em todos os cenários, considerou-se o modelo de predição adequado à rejeição de perturbações constantes.

A partir dos resultados de simulação, observa-se que o desacoplador estático, de fato, reduz o efeito da interação cruzada, mas esta redução não é considerável, pois o processo em questão apresenta um acoplamento dinâmico significativo, especialmente se comparado ao caso anterior. Também pode-se notar que existe um compromisso entre o desacoplamento e o efeito do zero de fase

## 5 Conclusão

Neste artigo foram apresentadas opções alternativas para o problema de redução de interação cruzada em estratégias de controle preditivo. A formulação proposta permite considerar aspectos importantes do ponto de vista prático como rejeição de perturbação constante e garantia de estabilidade nominal. Esta discussão é útil no controle de sistemas cuja a redução do acoplamento cruzado é uma especificação importante. Dois exemplos de simulação foram apresentados para ilustrar os benefícios da abordagem proposta.

## Referências

- Camacho, E. F. and Bordons, C. (2007). *Model Predictive Control*, 2 edn, Springer.
- Chai, T.-Y. Y., Mao, K. and Qin, X. (1994). Decoupling design of multivariable generalised predictive control, *IEE Proceedings Control Theory and Applications* pp. 197–201.
- Falb, P. L. and Wolovich, W. A. (1967). Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* **12**(6): 651–659.
- Gagnon, E., Pomerleau, A. and Desbiens, A. (1998). Simplified, ideal or inverted decoupling?, *ISA Transactions* **37**: 265–276.
- Garcia-Gabin, W. and Camacho, E. (2002). Application of multivariable gpc to a four tank process with unstable transmission zeros, *Proceedings of the 2002 International Conference on Applications*.
- Johansson, K. (2000). The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero, *IEEE Transaction on Control System Technology* **8**(3): 456–465.
- Mayne, D., Rawlings, J., Rao, C. and Sckaert, P. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality, *Automatica* **36**(6): 789–814.
- McDermott, P. E. and Mellichamp, D. A. (1986). A decoupling pole placement self-tuning controller for a class of multivariable processes, *Optimal Control Applications and Methods* **7**(1): 55–79.
- Middleton, R. H. and Adams, G. J. (2008). Modification of model predictive control to reduce cross-coupling, *17th World Congress of the International Federation of Automatic Control* pp. 9940–9945.
- Wang, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*, Springer.

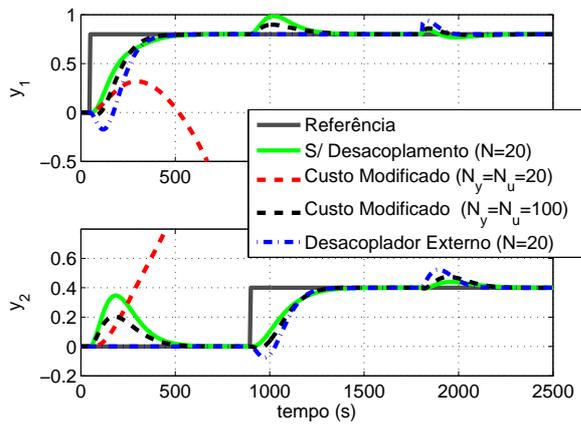


Figura 3: Resposta de saída para MPC com/sem desacoplamento

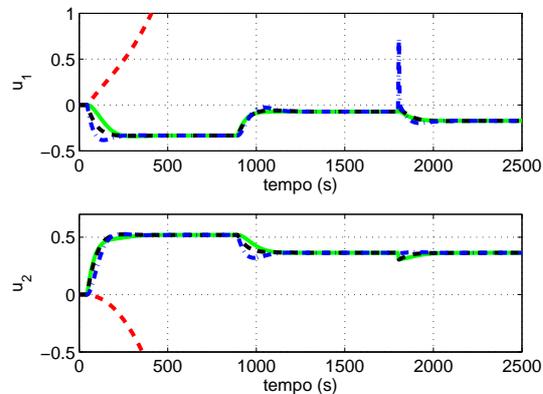


Figura 4: Resposta da ação de controle de para MPC com/sem desacoplamento

não-mínima. Este efeito, que praticamente não é visível no cenário sem desacoplador, se manifesta de forma branda no caso com o desacoplador estático e aparece de forma acentuada no cenário com desacoplador externo. Como discutido anteriormente, este tipo de desacoplamento se justifica em processos nos quais a redução da interação cruzada é um requisito, mas deve-se enfatizar que o zeros de fase não mínima impõe limitações significativas ao desempenho do sistema de controle de malha fechada. No entanto, o elemento mais relevante desta simulação advém do fato de que a resposta do desacoplador estático é instável para  $N_y = N_u = 20$ . Este é um exemplo clássico no qual se ilustra a importância dos elementos estabilizantes em estratégias MPC. Portanto, o desacoplador simplificado foi efetivo na eliminação do efeito do acoplamento, ao passo que o controlador preditivo foi utilizado para controlar o sistema desacoplado de fase não-mínima com garantias de estabilidade nominal.