

JOÃO G. R. MOTA¹, ALBERTO A. M. ALBUQUERQUE¹, BISMARCK C. TORRICO¹.

1. *Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará
Caixa postal 6001 – Campus do Pici, CEP:60455-760, Fortaleza- CE*

*E-mails: jgleidson@dee.ufc.br, alberto.alexandre@gmail.com,
bismark@dee.ufc.br*

Abstract— This paper presents a strategy of Generalized Predictive Control applied to plants with dead time, even though the plants are unstable or integrative. The proposed method has only one parameter for tuning the robustness. The controller is tuned to follow the desired reference with weighting control variable, and then, an adjustment is made so that it has a good efficiency in rejecting disturbance while maintaining robustness, its implementation in block structure is made of a particular form, as implicitly inserts the antiwindup. The ability of the controller to reject disturbances and noise, as well as its robustness, will be shown with simulated results.

Keywords— Predictive Control, Dead time, Robustness, Integrative plants.

Resumo— Este trabalho apresenta uma estratégia de Controle Preditivo Generalizado aplicado em plantas com atraso de transporte, ainda que as plantas sejam instáveis ou integradoras. O método proposto usa apenas um parâmetro para ajuste da robustez. O controlador é ajustado para seguimento de referência desejado com a ponderação de controle variável e em seguida é feito um ajuste para que ele possua uma boa eficiência na rejeição de perturbação mantendo a robustez. Sua implementação em estrutura de blocos é feita de uma forma particular, pois insere de forma implícita o efeito antiwindup. A capacidade do controlador de rejeitar perturbações e ruídos, bem como sua robustez, será mostrada com resultados simulados.

Palavras-chave— Controle preditivo, Atraso de transporte, Robustez, Plantas instáveis.

1 Introdução

Sistemas com atraso de transporte são bastante comuns em aplicações de controle, sendo encontradas desde plantas industriais até sistemas econômicos, e representam um desafio para o projetista, resultando em dificuldades tanto para estabilização como para se atingir um desempenho adequado.

O atraso de transporte é um fenômeno decorrente do deslocamento temporal que pode aparecer entre duas ou mais variáveis em um sistema de controle. Ele está presente em grande parte dos sistemas reais podendo ser causado, por exemplo, pelo tempo necessário para transportar massa, energia, processamento da informação, ou ainda pelo acúmulo do atraso de fase de vários subsistemas de baixa ordem cascatedos e do próprio tempo necessário para realização dos cálculos da lei de controle (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

Processos com pequenos atrasos de transporte podem ser ajustados por controladores convencionais, no entanto, processos com atrasos dominantes que são aqueles cujo atraso é superior a duas vezes a constante de tempo do sistema (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007), são de difícil controle pelos métodos tradicionais, isto se deve ao fato de que o atraso introduz uma diminuição adicional na fase do sistema (Torrigo, 2005).

Para tentar contornar este problema, algumas técnicas têm sido sugeridas ao longo das últimas décadas. Pode-se citar, por exemplo, a utilização de sensores virtuais ou soft-sensors que adotam estimativas instantâneas das variáveis, mas são incapazes de

distinguir entre os vários tipos de perturbações (Oliveira, 2004). Outra técnica muito utilizada foi proposta por O. J. M. Smith, que é conhecida como Preditor de Smith (SP) que consiste basicamente em retirar o atraso de transporte da malha fechada através da predição da saída do processo, usando para isso um modelo interno do processo sem atraso e um modelo do atraso, projetando então um controlador compensador para processo sem atraso de transporte, no entanto este algoritmo só pode ser usado em plantas estáveis e não possui garantias de bom desempenho quanto à rejeição de perturbações (Smith, 1957).

A partir de então, muitas ideias têm sido propostas para modificar esta estratégia, sendo que somente a partir da última década foram feitas modificações relevantes ao SP tornando-o capaz de controlar plantas instáveis ou integradoras, mas ainda sem a existência de métodos simples para solucionar o problema de rejeição de perturbações (Palmor, 1996)

Na literatura recente (Normey-Rico e Camacho, 2009) um algoritmo robusto chamado de *Filtered Smith Predictor (FSP)* foi proposto, baseado num filtro com duas funções básicas: atenuação dos erros de modelagem em altas frequências (passa baixa) e não cancelamento do polo lento da planta com o intuito de acelerar a resposta às perturbações em plantas com atraso de transporte dominante, estáveis, instáveis ou integradoras, apesar das inovações, este algoritmo possuía ainda uma ineficácia na rejeição de ruídos. Esta limitação foi contornada (Tito et al. 2010) com a proposta de um FSP alternativo que baseia-se em utilizar um filtro que não altera a resposta ao seguimento de referência mas pode eliminar

os polos de malha aberta indesejáveis que afetariam a resposta à perturbação.

O controle de plantas instáveis de fase não mínima com atraso ainda é um problema enfrentado pelos algoritmos compensadores de atraso, destacando-se dentre estes o *Modified New Smith Predictor (MNSP)* (Garcia et al., 2006).

Apesar das vantagens do SP e suas derivações, estes somente podem prever até o instante imediatamente após o atraso na resposta da planta. Com o intuito de solucionar esta limitação, surgiu o Controlador Preditivo (Clarke et al., 1987) que possui um método simples de ajuste, pode prever a resposta da planta além do atraso o que permite o cálculo de um controle ótimo que maximiza o desempenho no seguimento de referência e compensa o atraso de forma robusta (Normey-Rico e Camacho, 2007).

Neste trabalho é proposto um método que utiliza um parâmetro de ajuste da robustez para a técnica de *Generalized Predictive Control (GPC)* (Clarke et al. 1987) e (Camacho, 2004) e também uma ponderação variável no sinal de controle (Coelho et al., 2012). O GPC vem se tornando um dos controladores mais populares tanto na indústria quanto na academia devido ao sucesso em aplicações industriais (Richard, 1993) e (Volk et al., 2004), principalmente em sua abordagem multivariável e com tratamento de restrições.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: Na seção 2 é descrito o controlador GPC em sua modelagem paralela com controlador anti windup, em seguida, na seção 3 é feita a análise de robustez, na seção 4 são mostrados os resultados de simulação e por fim, na seção 5 são mostradas as conclusões do trabalho.

2 Descrição do Controlador Preditivo Generalizado GPC

2.1 Descrição Geral do GPC – Modelo CARIMA

O GPC consiste em calcular uma sequência de ações de controle futuras, a partir da minimização de uma função custo, definida dentro de um horizonte de predição. Nesta função custo considera-se o erro entre a saída predita do sistema e uma sequência de referências futuras conhecidas sobre um horizonte, assim como a ponderação do esforço de controle (Camacho e Bordons, 2004).

A função custo (J) é definida por:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) \left[\hat{y}(t+j|t) - \omega(t+j) \right]^2 + \dots + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (1)$$

onde N_1 , N_2 são o mínimo e o máximo horizonte de predição respectivamente, $\delta(j)$ é a ponderação no sinal do erro, $\hat{y}(t+j|t)$ é a saída prevista no ins-

tante $t+j$, calculada com os dados conhecidos no instante t , $\omega(t+j)$ é a trajetória de referência futura, $\Delta u(t+j-1)$ corresponde ao incremento na ação de controle, λ é a ponderação do sinal de controle e N_u é o horizonte de predição do controle.

O modelo usado para o cálculo das predições é o CARIMA (*Controller Auto-Regressive Integrated Moving-Average*) (Camacho e Bordons, 1999):

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (2)$$

onde $u(t)$ e $y(t)$ são o controle e saída respectivamente, d é o atraso de transporte do sistema, $e(t)$ é um ruído branco com média zero e variância σ^2 e os polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ são polinômios de ordens na , nb e nc , respectivamente, z^{-1} é o operador de atraso e Δ representa o operador de integração, sendo dado por $\Delta = 1 - z^{-1}$. Para facilitar a análise a Eq.(2) pode ser reescrita da seguinte forma, levando em conta que $\tilde{A} = \Delta A z^{-1}$:

$$y(t) = \underbrace{\frac{B}{A} z^{-1} z^{-d} u(t)}_{x(t)} + \underbrace{\frac{C}{\tilde{A}} e(t)}_{n(t)} \quad (3)$$

O cálculo das predições no instante t pode ser representado por:

$$y(t+j|t) = x(t+j|t) + n(t+j|t) \quad (4)$$

Neste trabalho é ajustado um valor de N , que afeta a robustez e o seguimento de referência, bem como um valor ajustável para λ e δ igual a um, também foi utilizada uma técnica onde a variável de decisão não é mais Δu e sim o próprio sinal de controle u , assim sendo a Eq(1) pode ser reescrita como:

$$J = \frac{1}{2} u^T \bar{H} u + b^T u + cte \quad (5)$$

Onde \bar{H} e b^T pode ser dados por:

$$\bar{H} = 2 \left[G^T Q_\delta G + M^T Q_\lambda M \right] e$$

$b^T = 2 \left[G^T Q_\delta (f - \omega) - M^T Q_\lambda U_0 \right]$, o controle ótimo será dado por:

$$U = -\bar{H}^{-1} b \quad (6)$$

A derivação da predição de saída Eq.(4) pode ser obtida pela resolução da equação Diophantina, cuja solução já amplamente difundida na literatura, pode ser encontrada pela resolução recursiva de um algoritmo:

$$1 = E_j A + z^j F_j \quad (7)$$

Sendo que E_j e F_j são polinômios de ordens $j-1$ e na , respectivamente. Da junção da Eq. (5) e de $x(t)$ da Eq. (3), chega-se a seguinte equação predição para a saída do modelo:

$$y(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t), \quad (8)$$

sendo que $G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$. O polinômio E_j tem grau $j-1$ e os termos do ruído estarão no futuro e serão desconsiderados na Eq. (8), dado que a melhor previsão é aquela em que o valor esperado do ruído é nulo. (Camacho e Bordons, 2004)

Resolvendo a Eq. (8) para o conjunto de predições, j passos à frente, obtém-se:

$$y(t+d+N|t) = \mathbf{G}_{d+N}(z^{-1})\Delta u(t+N-1) + \mathbf{F}_{d+N}y(t), \quad (9)$$

que pode ser reescrita como:

$$y = \mathbf{G}u + \mathbf{F}(z^{-1})y(t) + \mathbf{G}'\Delta u(t-1) \quad (10)$$

Percebe-se que a Eq. 8 possui termos que dependem somente de sinais passados, podendo ser agrupados em uma variável f , resultando em:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}u + f \quad (11)$$

Considerando $f_j = y(t)$ e $\Delta u(t+d-j) = 0$ para $j \geq 0$, a Eq. 1 pode ser exibida da seguinte maneira:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{G}u + f - w)^T(\mathbf{G}u + f - w) + \lambda u^T u, \quad (12)$$

sendo $w = [w(t+d+1), w(t+d+2), \dots, w(t+d+N)]^T$, a Eq. 10 pode ser simplificada para:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2}u^T \mathbf{H}u + \mathbf{b}^T u + f_0 \quad (13)$$

sendo $\mathbf{H} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})$, $\mathbf{b}^T = 2(f-w)^T \mathbf{G}$ e $f_0 = (f-w)^T(f-w)$, o valor mínimo de \mathbf{J} , considerando um sistema sem restrições de entrada ou saída, resulta em:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (w-f) \quad (14)$$

É importante ressaltar que apenas o sinal de controle atual é efetivamente aplicado ao processo e recalculado a cada novo período de amostragem. Considerando \mathbf{K} como sendo a primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$, a Eq. (14) pode ser mostrada como:

$$u(t) = \mathbf{K}(w-f) \quad (15)$$

De acordo a Fig. 1, que é o modelo para análise, o controle $u(t)$, será dado por:

$$u(t) = \sum_{i=1}^N K_i r(t) - K G_p u(t-1) - K F_x(t+d) + \dots + \frac{K I r(t)}{C} + K_2 u(t-1) \quad (16)$$

ou ainda

$$u(t) = K_r \cdot r(t) - (K G_p - K_2) u(t-1) - K F_x(t+d) + K I \frac{n(t)}{c}$$

onde: $K_2 = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{M}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{U}_0$;

$$\mathbf{K}_p = K G_p - K_2,$$

$$K_r = \sum_{i=1}^N K_i r(t), \mathbf{U}_0 = [u(t+1) \ 0 \dots \ 0]^T,$$

\mathbf{Q}_δ e \mathbf{Q}_λ são matrizes de ponderações dos sinal do erro e do sinal de controle respectivamente.

2.2 O efeito Windup

Quando o valor da variável de controle atinge o limite máximo (ou mínimo) do atuador ocorre a saturação do sinal de controle. Este fato faz com que a malha de realimentação seja de certa forma quebrada, pois o atuador permanecerá no seu limite máximo (ou mínimo) independentemente da saída do processo. Entretanto, se um controlador com ação integral é utilizado, o erro continuará a ser integrado e o termo integral tende a se tornar muito grande. A consequência disto é que a resposta transitória do sistema tenderá a ficar lenta e oscilatória, característica esta extremamente indesejável em um processo industrial. Neste caso, para que o controlador volte a trabalhar na região linear (saia da saturação) é necessário que o termo integral seja temporariamente desativado.

2.3 Modelo proposto com ação anti-windup

A estrutura de blocos apresentada na Figura 1 tem uma característica própria de possui um efeito anti-windup haja vista que não se tem o integrador de forma explícita, fazendo com que o processo seja controlável mesmo sob saturação.

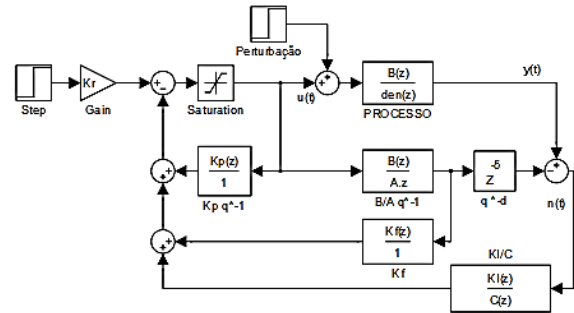


Figura 1: Estrutura RST do GPC proposto.

O modelo proposto (Fig 1) se diferencia dos demais por não apresentar um termo integrador de forma explícita o que o torna capaz de evitar o *wind-up* da ação integral.

Para efeito prático, a estrutura de implementação deve ser a apresentada a seguir:

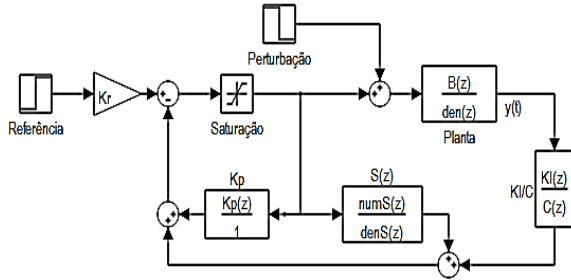


Figura 2: Estrutura de Implementação.

2.4 Fator de ponderação (λ) ajustável

A sintonia proposta neste trabalho para ajuste do fator de ponderação do controle λ , quer seja energético ou de supressão do sinal de controle, baseia-se no método do gradiente, através da função sigmoide. A sintonia de λ modifica o comportamento de malha fechada do sistema controlado. Valores de baixa magnitude tornam as respostas mais enérgicas (resposta sub-amortecida) enquanto que valores com grande magnitude levam a respostas mais lentas (sobre-amortecidas) (Coelho, 2012).

A representação $\lambda(t)$ através da função sigmoide é:

$$\lambda(t) = \frac{1}{1 + e^{-\rho(t)}} \quad (17)$$

onde $\rho(t)$ é um número real.

3 Análise de Robustez

O conceito de estabilidade robusta tenta avaliar o projeto do controlador diante de possíveis incertezas não contempladas pelo modelo do processo, tais como variações de parâmetros por desgaste ou dinâmicas não modeladas.

Uma forma de se calcular estas incertezas é considerar uma família de plantas lineares do tipo $P_i(z) = P_n(z) * (1 + \delta P_i(z))$ para representar o processo, onde $|\delta P_i(z)| \leq \overline{\delta P}(z)$ em que $\overline{\delta P}(z)$ representa a banda superior da incerteza multiplicativa e $z = e^{j\omega t}$.

Assim o controlador GPC aqui proposto pode ter sua condição de estabilidade robusta definida como a do preditor Smith filtrado visto em (Tito et al., 2010):

$$\overline{\delta P}(z) < \left| \frac{1 + C(z)G(z)}{C(z)G(z)F_r(z)} \right|, 0 < \omega < \pi$$

4 Resultados de Simulação

Para ver o comportamento do modelo proposto, foi feita uma simulação de uma planta instável em malha aberta, $G = \frac{0,4s + 0,6}{s - 1,01}$, com atraso de transporte de 5s e no tempo igual a 20s, perturbações na entrada de -10% do valor de referência (Fig.3) e +20% do valor de referência (Fig.4).

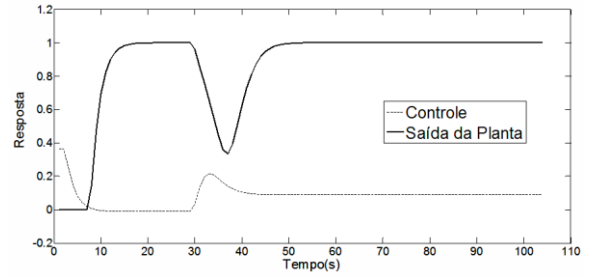


Figura 3: Sistema com atraso = 5s, perturbação = -0.1*Referência e λ variável.

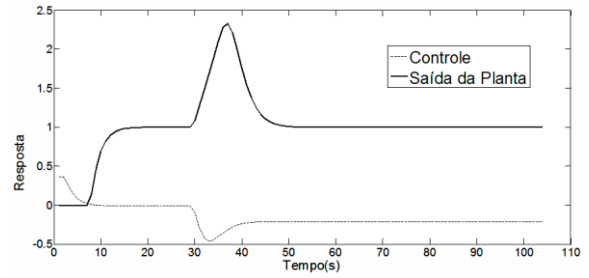


Figura 4: Sistema com atraso = 5s, perturbação = +0.2*Referência e λ variável.

Analisando as Fig.3 e Fig.4, nota-se que o sistema possui bom desempenho em regime permanente, garantido por uma boa rejeição assintótica da perturbação após um curto período transitório, tudo isto em uma planta instável e com atraso de transporte.

Também foi simulada uma planta de segunda ordem que modela a malha de temperatura em uma incubadora neonatal. A planta é dada como:

$$G(z) = \frac{1,09 \cdot 10^{-5} z^{-2} + 4,156 \cdot 10^{-5} z^{-1} + 1,483 \cdot 10^{-6}}{z^{-2} + 1,975 z^{-1} + 0,9575} z^{-5}$$

O processo foi discretizado utilizando um tempo de amostragem de 0,4 minutos. Pode se perceber na análise da Figura 5, a existência de um atraso não dominante na ordem em 5 amostras (1,2 minutos). O sinal de controle permanece em seu valor máximo durante cerca de 35 minutos, instante em que o valor de referência (34°C) começa a ser alcançado.

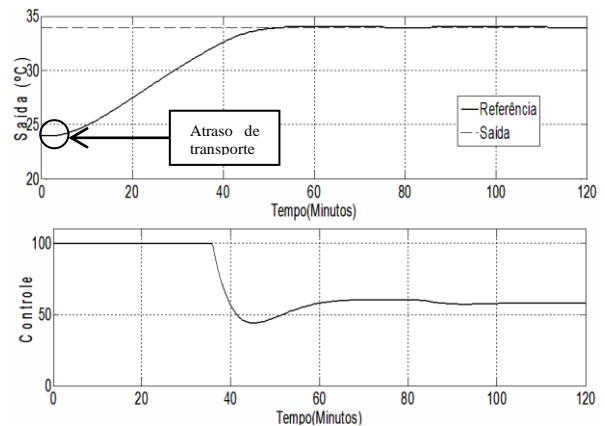


Figura 5: Sistema com atraso = 1,2 min, perturbação = +0.2*Referência e λ variável.

5 Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma implementação do algoritmo GPC numa estrutura de blocos diferenciada, onde se inclui de forma implícita o efeito anti-windup, o controlador sugerido conseguiu bons resultados quando aplicado a um processo instável com atraso de transporte e processo estável de segunda ordem. O filtro de robustez atendeu seus objetivos rejeitando rapidamente as perturbações na entrada do processo.

Agradecimentos

Ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará e à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelas contribuições de infraestrutura e financeiras.

Referências Bibliográficas

- Camacho, E. F. e Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*, 2nd edn, Springer Verlag.
- Clarke, D., Mothadi, C. e Tuffs, P. (1987). Generalized Predictive Control. Part I The Basic Algorithm and Part II Extensions and Interpretations, *Automatica* 23(2): 137–160.
- Coelho, A. A. R. . *Calibração do Controlador DMC para Processos FOPDT*. In: 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, 2012, Fortaleza. 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, 2012. v. 1. p. 1-6.
- Garcia, P., Albertos, P. e Haggund, T. (2006). Control of unstable non-minimum-phase delayed systems, *Journal of Process Control* 16(10): 1099–1111.
- Normey-Rico, J. e Camacho, E. (2002). A unified approach to design dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time, *IEEE Transactions on Automatic Control* 47(2): 299–305.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2007). *Control of Dead-time Processes*, Springer Verlag.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2009). Unified approach for robust dead-time compensator design, *Journal of Process Control* 19(1): 38–47.
- Oliveira, M.A. (2004). Controle PID Preditivo para Plantas com Atraso de Transporte: Estudo de caso em um laminador. Dissertação de Mestrado, Departamento de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Palmor, Z. J. (1996). *Time Delay Compensation: Smith Predictor and its Modifications*, CRC Press and IEEE Press.
- Richalet, J. *Industrial Applications of Model Based Predictive Control*. *Automatica*, 29(5):1951-1274, 1993.
- Smith, O. J. M. (1957). Closed control of loops with dead-time, *Chem. Eng. Progress* 53: 217–219.
- Tito, L. M. S., Boutura, P. E. A. e Normey-Rico, J. E. (2010). *Dealing with noise in unstable dead-time process control*, PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2005). 2dof discrete dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time, *Journal of Process Control* 15(3): 341–352.
- Volk, u., kniese, d.w., hahn, r., haber, r., schmitz, u. *Optimized multivariable predictive control of an industrial distillation column considering hard and soft constraints*. *Control Engineering Practice*, 13(2005):913-927, 2004.