

# OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM CONTROLADOR DE ESTRUTURA VARIÁVEL DISCRETO ATRAVÉS DA METAHEURÍSTICA DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

ARTHUR HIRATA BERTACHI, RODRIGO RODRIGUES SUMAR, BRUNO AUGUSTO ANGÉLICO\*

\* *Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR*  
*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica*  
*Av. Alberto Carazzai, 1640, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.*

Email: arthurltda@hotmail.com, sumar@utfpr.edu.br, bangelico@utfpr.edu.br

**Abstract**— This paper presents an application of metaheuristic PSO in optimization of the parameters of a non-linear controller with variable structure based on general minimum variance control. The non-linear portion of the controller consists in two parameters that affects directly the control action, such parameters are obtained by trial and error. We apply the PSO to find the optimal values of these parameters. Results obtained before and after the optimization are compared.

**Keywords**— Metaheuristics and Optimization in Control Systems, Non-Linear Control, Variable Structured Control.

**Resumo**— Este trabalho apresenta a aplicação da metaheurística *PSO* na otimização dos parâmetros de um controlador não-linear de estrutura variável via projeto GMV. A parcela não-linear do controlador é composta por dois parâmetros que interferem diretamente na ação de controle, e tais parâmetros são obtidos por tentativa e erro. Através de uma aplicação prática, aplica-se o *PSO* para encontrar os valores otimizados de tais parâmetros. Apresenta-se uma análise comparativa entre os resultados obtidos antes e depois da otimização dos parâmetros.

**Keywords**— Metaheurísticas e Otimização em Sistemas de Controle, Controle Não Linear, Controle de Estrutura Variável

## 1 Introdução

O controle por estrutura variável (VSC - *Variable Structure Control*) é composto por pelo menos duas estruturas diferentes e representa uma forma robusta de controlar plantas lineares e não-lineares (Hung et al., 1993); (Sumar, 2002) e é utilizado no controle de diversos tipos de processos (Fernández-Vargas e Ledwich, 2010). No trabalho de Sumar (2002) é proposto um controlador VSC via técnicas de projeto GMV (*General Minimum Variance*). Este controlador possui características tanto de um controlador VSC como de um controlador GMV. Entretanto, a parcela não linear deste controlador é composta por termos que influenciam diretamente no comportamento transitório do mesmo e geralmente são ajustados por tentativa e erro via simulação. O método por tentativa e erro é um sério agravante na operação de tal sistema, uma vez que a escolha errada de algum parâmetro pode gerar instabilidade e não garante a eficiência do controlador.

Rao (2009) define otimização como o “ato de obter o melhor resultado sob determinadas condições”. Não há apenas uma única maneira se resolver diferentes tipos de problemas relacionados a otimização. Com o avanço das tecnologias e do poder de processamento dos computadores, foram desenvolvidos métodos computacionais para solucionar problemas relacionados com otimização, tornando possível encontrar uma solução específica entre inúmeras soluções possíveis em um período reduzido de tempo.

As metaheurísticas são técnicas de otimização que se baseiam no comportamento da natureza. Através da observação de fenômenos da natureza e de seres vivos, cientistas desenvolveram técnicas buscando reproduzir o comportamento de tais observações na busca de seu objetivo. Pode-se citar o AG (Algoritmo Genético) que é uma técnica de otimização baseado nos princípios da genética e da seleção natural, o *PSO* (*Particle Swarm Optimization*) que busca reproduzir o comportamento de um bando animais em busca de recursos e o ACO (*Ant Colony Optimization*) que é baseado no comportamento das formigas.

Ao contrário de métodos matemáticos exatos, as metaheurísticas podem encontrar soluções satisfatórias para problemas de grande porte em um tempo reduzido. Apesar de não garantir a solução “ótima”, as metaheurísticas estão sendo aplicadas em uma ampla variedade de problemas e se mostraram eficientes na resolução de problemas complexos (Talbi, 2009). No trabalho de Costa et al. (2012) são aplicadas duas metaheurísticas em um problema de otimização dos parâmetros de controladores PID. Foram considerados o AG e o *PSO*, onde o *PSO* apresentou o melhor desempenho no desacoplamento das malhas de controle.

O presente trabalho utiliza a técnica de otimização *PSO* para encontrar os parâmetros do controlador VSC/GMV, antes ajustados por tentativa e erro, de maneira que o sistema apresente o menor erro e a menor variação na ação de controle. São apresentados resultados em um sistema físico real, comprovando a eficiência de tal método.

Este artigo apresenta na Seção 2 o projeto do controlador de estrutura variável via projeto GMV. Na Seção 3 é abordado o algoritmo de otimização *PSO*. Na Seção 4 são apresentados os procedimentos utilizados para identificação, otimização do controlador e controle em malha fechada de um servomecanismo. Por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2 Controlador VSC via projeto GMV

Nesta seção será apresentada a versão do controlador VSC combinado com um controlador GMV proposto por Sumar (2002) para aplicações em sistemas *SISO* (*Single-Input Single-Output*). Tal controlador possui como característica gerar uma ação de controle incremental para processos monovariáveis. A ação de controle incremental é formada por duas parcelas distintas: uma parcela linear gerada pelo controle GMV propriamente dito e uma parcela não linear gerada pela estrutura variável do controlador.

Um sistema de estrutura variável consiste em pelo menos dois sistemas que possuem uma lógica de comutação determinada pelo projetista do sistema. De acordo com a condição desejada e com o comportamento do sistema, uma determinada estrutura pode ser utilizada para alcançar os objetivos de projeto. O trabalho apresentado por Utkin (1977) foi responsável por gerar um grande interesse da comunidade científica em pesquisas relacionadas à controle de estrutura variável.

Esta técnica de controle é atraente para uma ampla classe de sistemas, devido à capacidade de tratar não-linearidades, parâmetros variantes no tempo, incertezas e perturbações de forma direta, em vista das imprecisões de modelagem (Sumar, 2002).

Um controlador VSC é composto basicamente por duas partes: uma parte contínua, responsável por manter a variável controlada no valor de referência, e uma parte descontínua, que garante que o sistema fique sobre a superfície de deslizamento.

Considere o modelo *CAR* (*Controlled Auto-Regressive*) descrito pela Equação 1.

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k), \quad (1)$$

onde  $y(k)$  é a saída medida do processo,  $u(k)$  é o sinal de controle do processo,  $z^{-d}$  denota o operador atraso de deslocamento no tempo discreto.

O comportamento dinâmico do sistema é definido pelos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ , que devem ser conhecidos a priori e são representados da seguinte forma:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}$$

onde  $n_a$  e  $n_b$  representam a ordem dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ , respectivamente.

O objetivo do controle é minimizar a variância da variável controlada  $s(k+d)$ , que no caso determinístico, gera um sinal de controle que satisfaz a equação (2)

$$s(k+d) = T(z^{-1})e(k+d) + P(z^{-1})\Delta u(k) = 0, \quad (2)$$

onde  $\Delta u(k)$  é a variação da ação de controle,  $e(k+d)$  é o erro de rastreamento definido como  $y(t) - y_r(t)$  e os polinômios  $P(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$  são representados pelas equações (3) e (4) devem ser obtidos de forma que o sistema seja estável e obedeça o seguinte lema (Corradini e Orlando, 1994).

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1z^{-1} + \dots + p_{(n_b-1)}z^{-(n_b-1)} \quad (3)$$

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1z^{-1} + \dots + t_{(n_a)}z^{-(n_a)} \quad (4)$$

*Lema 1: A condição necessária e suficiente para que a saída seja estável, fazendo  $s(k+d) = 0$ , é que todas as raízes de*

$$A(z^{-1})Q(z^{-1}) + B(z^{-1})T(z^{-1}) = 0$$

*estejam no interior círculo unitário e  $(Q, T)$ ,  $(A, T)$ ,  $(B, Q)$  não tenham zeros comuns fora do círculo unitário, onde  $Q(z^{-1}) = \Delta P(z^{-1})$ .*

A ação de controle incremental que satisfaz a equação (2) e que garante o alcance de uma superfície de deslizamento é:

$$\Delta u(k) = \frac{[T(z^{-1})y_r(k+d) - S(z^{-1})y(k) + s(k) + v(k)]}{R(z^{-1})} \quad (5)$$

onde o termo  $v(k)$  deve ser escolhido de acordo com a equação (6).

$$v(k) = \begin{cases} -2\sigma\varepsilon/s(k), & \text{se } |s(k)| \geq \sqrt{\varepsilon} \\ -2\sigma s(k), & \text{se } |s(k)| < \sqrt{\varepsilon} \end{cases} \quad (6)$$

os  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são escalares positivos, com  $0 < \sigma < 1$ .

Anteriormente, os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  eram escolhidos por um método exaustivo, utilizando-se de simulações do processo identificado, variava-se esses valores até encontrar valores considerados satisfatórios. Tal fato, além de demandar tempo para sua execução, não garantem um ponto ótimo, ou próximo do ótimo, de operação.

Através da utilização de um método de otimização, pode-se obter os parâmetros pertinentes à parcela não-linear do controlador ( $v(k)$ ), melhorando assim seu desempenho.

## 3 Metaheurística *PSO*

O método de otimização *PSO* (*Particle Swarm Optimization*) foi desenvolvido por Eberhart e Kennedy (1995) e é baseado no comportamento coletivo de animais em busca de recursos. Este método é similar ao algoritmo genético, uma vez que o sistema é inicializado com uma população que abrange várias possibilidades de solucionar um determinado problema (Eberhart e Kennedy, 1995).

O conceito inicial do *PSO* consiste no cálculo da velocidade de movimentação das partículas levando em consideração a melhor posição individual de cada partícula e a melhor posição global entre todas as partículas. Desta maneira, o algoritmo busca uma solução ótima levando em consideração o comportamento de todo o enxame.

Em Shi e Eberhart (1998) foi apresentada uma evolução deste algoritmo, onde foi acrescentada uma constante que pondera a atualização da velocidade das partículas em relação a sua velocidade anterior. Essa constante de inércia controla a capacidade de exploração do enxame em busca de um ponto ótimo global. A Figura 1 apresenta o fluxograma do algoritmo do *PSO*.

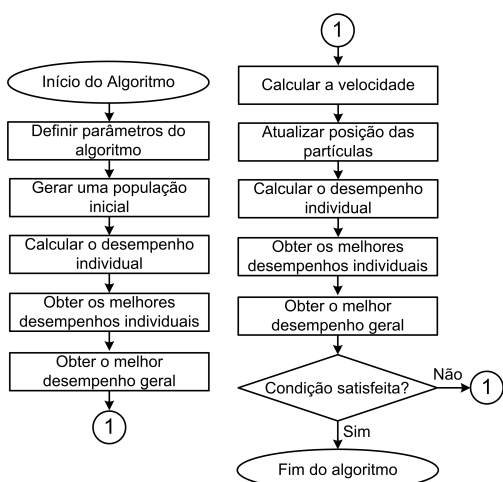


Figura 1: Fluxograma do algoritmo PSO.

Inicialmente deve-se definir alguns parâmetros para o funcionamento do processo de otimização. Como quantidade de variáveis ( $N_{var}$ ) a serem otimizados e os limites das mesmas. Também devem ser definidos algumas constantes que são utilizados no cálculo da velocidade das partículas:  $c_1$  e  $c_2$  representam as constantes de individualidade e sociabilidade, respectivamente e  $w$  representa a constante inercia das partículas.

De acordo com os limites estipulados pelo projetista, deve-se gerar uma população ( $Pop$ ) contendo  $N_{pop}$  partículas, onde cada partícula é um vetor de tamanho  $N_{var}$ . Tais vetores podem ser representados da seguinte forma:

$$Pop = [X_1 X_2 \dots X_{N_{pop}}]$$

$$X_i = [x_1 x_2 \dots x_{N_{var}}]^T, i = 1, 2, \dots, N_{pop}$$

Uma vez escolhida a função custo do projeto, o desempenho de todas partículas deve ser calculado de maneira que os melhores resultados individuais ( $P_{best}$ ) e o melhor resultado global ( $G_{best}$ ) são armazenados. O cálculo da velocidade  $v$  é apresentado na equação (7) (Shi e

Eberhart, 1998).

$$v_{(i+1)} = v_i w + c_1 r_1 (P_{best} - X_i) + c_2 r_2 (G_{best} - X_i) \quad (7)$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  são números aleatórios entre 0 e 1 e a velocidade inicial geralmente é fixada em zero.

A partir da velocidade calculada, as partículas se movimentam levando em consideração a individualidade e sociabilidade de cada partícula do enxame. A atualização da posição de cada partícula se faz de acordo com a equação (8).

$$X_{(i+1)} = X_i + v_{(i+1)} \quad (8)$$

De maneira iterativa, o procedimento para calcular o desempenho de cada partícula em sua nova posição é realizado e comparado com  $P_{best}$  e  $G_{best}$ . Caso alguma partícula apresente melhor resultado individual  $P_{best}$  é atualizado e se alguma partícula apresente um melhor resultado global  $G_{best}$  é atualizado. Este processo se repete até que a condição de parada seja satisfeita.

## 4 Aplicação Prática

Será realizada uma aplicação prática do controlador *VSC/GMV* utilizando o *PSO* para obter os parâmetros que influenciam diretamente o valor da ação de controle do controlador. A Figura 2 apresenta o sistema físico utilizado. Tal sistema é um kit didático da *Datapool*, modelo 2208, que possibilita o controle de velocidade e posição de um motor de um servomecanismo. Também é utilizada uma placa de aquisição de dados do fabricante *National Instruments*, modelo NI-USB 6008. Esta placa de aquisição permite além da coleta de dados, a comunicação em tempo real do sistema físico e um computador via porta *USB*. Com isso é possível utilizar o computador para realizar o controle do sistema em tempo real.



Figura 2: Kit didático *Datapool* e placa de aquisição de dados.

A placa de aquisição de dados envia um sinal analógico (*Analog Output - AO*) de 0 até 5 V. Este sinal é aplicado em um conversor que gera

uma tensão proporcional a este sinal analógico no circuito de armadura do motor de corrente contínua. Através de um tacômetro é gerada uma tensão proporcional a velocidade de rotação do motor. Esta tensão é inserida em uma entrada analógica (*Analog Input - AI*) da placa de aquisição de dados. Desta maneira é possível manter o algoritmo de controle do sistema em um computador remoto, apenas utilizando-se de uma conexão USB. A Figura 3 ilustra este procedimento.

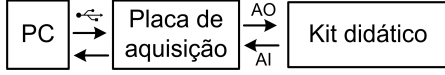


Figura 3: Comunicação entre o computador e o sistema físico.

#### 4.1 Identificação

A modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda maneiras de desenvolver modelos matemáticos que consigam representar o comportamento de sistemas reais. Coelho e Coelho (2004) diz que a noção de um “bom modelo” é subjetiva, fazendo com que a tentativa e erro seja uma regra relevante de engenharia em identificação de processos.

Para este trabalho, será considerada a representação matemática do sistema em tempo discreto. Para se alcançar um modelo discreto do sistema, é necessário obter os termos dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ . Uma das maneiras mais utilizadas para isto é o método conhecido como estimador dos mínimos quadrados, desenvolvido por Karl F. Gauss no final do século 18.

Para se determinar os termos  $a_i$  e  $b_j$  da equação (1), onde  $i = 1, \dots, n_a$  e  $j = 0, \dots, n_b$ , deve se ter amostras coletadas da saída do processo devido a um sinal aplicado na entrada do processo. Este sinal de estímulo pode ser um degrau, uma senoide, uma rampa, entre outros.

Para determinar a estrutura do modelo, aplica-se um sinal de entrada do tipo degrau no sistema com amplitude de 0,5 V, a Figura 4 mostra a resposta do sistema para um total de 200 amostras, com período amostral  $T_s$  de 0,03 segundos.

Os dados de saída do processo são coletados e através do método dos mínimos quadrados os termos dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  são estimados para diferentes valores de  $n_a$  e  $n_b$ . Neste trabalho é utilizado o estimador dos mínimos quadrados não-recursivo, uma vez que o processo de estimação dos parâmetros serão estimados *off-line*.

Para conseguir quantificar qual estrutura apresenta maior precisão foi utilizado o erro quadrático médio (EQM), equação (9), entre os valores de saída medidos e os valores de saída es-

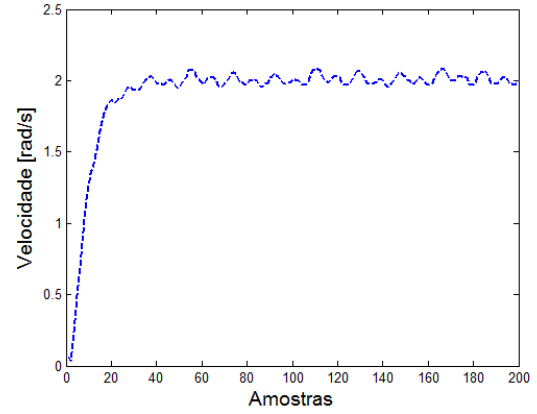


Figura 4: Resposta do sistema no ensaio malha aberta.

timados pelo estimador dos mínimos quadrados não-recursivo.

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2, \quad (9)$$

onde  $N$  é a quantidade de amostras coletadas,  $y(k)$  é o valor medido da saída do processo e  $\hat{y}(k)$  é o valor estimado da saída do processo. A Tabela 1 apresenta a análise quantitativa entre as diferentes estruturas e a Figura 5 apresenta a curva estimadas para tais estruturas. Através desta curva é possível realizar uma análise qualitativa superficial sobre os valores estimados.

Tabela 1: Valor de EQM para diferentes estruturas.

Estrutura	EQM
$n_a=2$ $n_b=0$	$3,0975 \cdot 10^{-4}$
$n_a=2$ $n_b=1$	$2,2577 \cdot 10^{-4}$
$n_a=3$ $n_b=1$	$2,2361 \cdot 10^{-4}$

Analisando as curvas da Figura 5 observa-se que as todas as estruturas apresentam respostas próximas entre si. A Tabela 1 indica que o modelo estimado pela estrutura com  $n_a = 3$  e  $n_b = 1$  apresentou o menor EQM. Portanto, o modelo que representa o sistema em questão é representado pela equação (10).

$$y(t) = 1,49y(t-1) - 0,58y(t-2) + 0,03y(t-3) + 0,23u(t-2) \quad (10)$$

#### 4.2 Aplicação da Metaheurística

Com a obtenção do modelo que representa o sistema de interesse, utiliza-se o *PSO* para obter os

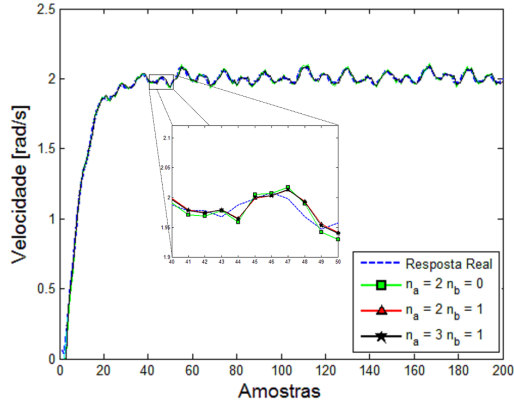


Figura 5: Comparação entre as curvas estimadas.

parâmetros  $\varepsilon$  e  $\sigma$  do controlador via simulação. Os parâmetros para do algoritmo do *PSO* são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros utilizados no algoritmo *PSO*.

Parâmetro	Valor
$N_{var}$	2
$N_{pop}$	10
$c_1$	1,15
$c_2$	0,80
$w$	0,85

Como índice de desempenho do *PSO* foi escolhida uma função custo que leva em consideração o erro de rastreamento do sistema e a variância da ação de controle, representada pela equação (11).

$$J_{PSO} = \int_0^T |e(t)| dt + \text{var}(u(t)) \quad (11)$$

Foram realizadas 10 simulações, onde o critério de parada do algoritmo foi escolhido como 80 iterações, visto que não existe um mínimo previamente conhecido para o sistema. Através de simulações posteriores, verificou-se que tal valor garantia a convergência das partículas.

A cada 2 segundos de simulação aplica-se um degrau no valor de referência, uma vez que a atuação da parcela não-linear do controlador atua principalmente em período transitório da resposta do sistema. Além disso, foi adicionado no sinal da simulação um ruído branco aleatório, afim de garantir maior proximidade entre a simulação e o sistema real, uma vez que o mesmo apresenta ruídos em seu sinal medido, conforme pode ser observado na Figura 4. A Figura 6 mostra o resultado da simulação para  $\varepsilon = 100$  e  $\sigma = 0,1$ , escolhidos aleatoriamente e a alteração entre o sinal com e sem ruído. O índice de desempenho para este sistema, baseado na função custo escolhida foi de 0,0684.

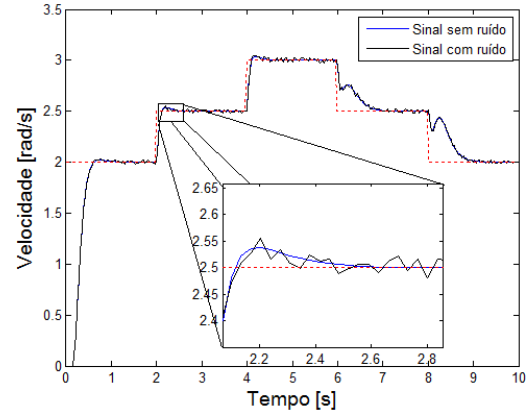


Figura 6: Resposta do sistema via simulação com  $\varepsilon = 100$  e  $\sigma = 0,1$ .

Após a aplicação do *PSO*, os parâmetros  $\varepsilon = 65,1798$  e  $\sigma = 0,6479$  otimizaram a função custo, alcançando como índice de desempenho o valor de 0,0533. Esses valores são as médias entre todas as simulações realizadas. O tempo total para realizar todo o processo de otimização baseado no *PSO* foi de 19,7 segundos em um computador com processador *Intel Core i7 2,93GHz*, com *8GB de memória RAM* e *Windows Seven*. A Figura 7 mostra a evolução de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  em uma das simulações realizadas.

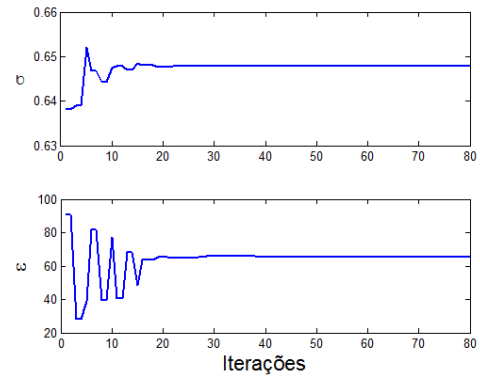


Figura 7: Evolução das partículas  $\varepsilon$  e  $\sigma$  durante uma simulação.

### 4.3 Aplicação Experimental

Para validar os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  obtidos pelo *PSO*, realizou-se um ensaio prático considerando tais valores. A Figura 8 apresenta a comparação do controle de velocidade do servomecanismo utilizando-se os valores otimizados e valores aleatórios. A Figura 9 apresenta a comparação da ação de controle aplicada ao servomecanismo. Percebe-se que o controlador otimizado apresenta uma variação da ação de controle muito menor do que o controlador não-otimizado.

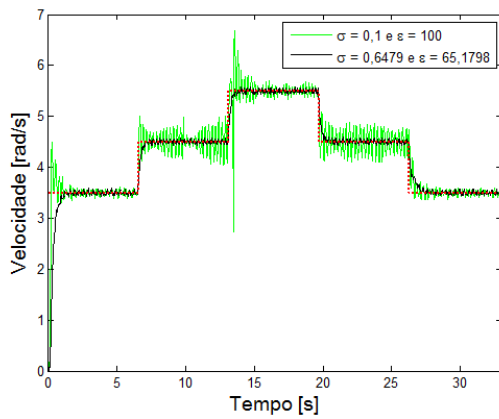


Figura 8: Comparação do controle sem otimização e com otimização.

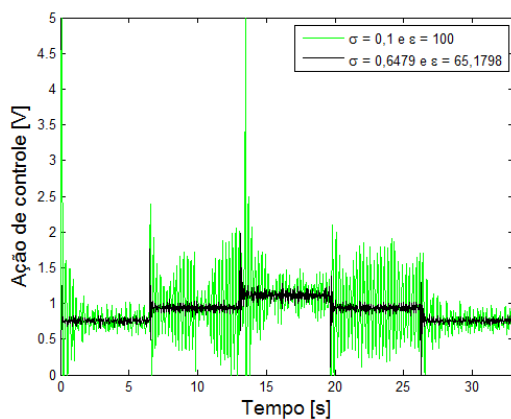


Figura 9: Comparação da ação de controle sem otimização e com otimização.

## 5 Conclusão

Este trabalho apresentou uma aplicação prática da metaheurística *PSO* na obtenção dos parâmetros do controlador VSC/GMV. Anteriormente tais parâmetros eram obtidos por tentativa e erro. Em situações práticas, a escolha errada desses parâmetros não garantia a eficiência do controlador.

Através da metaheurística *PSO*, que apresenta uma baixa complexidade para sua implementação, foi possível obter os valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$  em relação à função custo que leva em consideração o erro de rastreamento do sistema e a variância da ação de controle do sistema. O tempo gasto pelo *PSO* também é um fator importante, visto que o método por tentativa e erro com certeza demandaria mais tempo para sua realização.

Os resultados apresentados na aplicação experimental mostram que os valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$  obtidos pelo *PSO* apresentaram resultados muito melhores em relação a escolha desses parâmetros de maneira aleatória, comprovando a eficiência do método proposto, tanto em desempenho de controle como em tempo gasto otimização.

## Agradecimentos

Este trabalho agradece à Capes pela bolsa de mestrado, ao CNPq (Processo N° 473611/2011-2) e a UTFPR pelo apoio à pesquisa.

## Referências

- Coelho, A. A. R. e Coelho, L. S. (2004). *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*, Ed. da UFSC, Florianópolis, SC.
- Corradini, M. L. e Orlando, G. (1994). A MIMO vss-type self-tuning control for a remotely operated vehicle, *1st IFAC Workshop on New Trends in Design of Control Systems*.
- Costa, B. L. G., Almeida, J. P. L. S. e Angélico, B. A. (2012). Application of optimization heuristics in tuning decentralized PID controllers, *INDUSCON 2012*.
- Eberhart, R. e Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory, *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS '95., Proceedings of the Sixth International Symposium on*, pp. 39–43.
- Fernández-Vargas, J. e Ledwich, G. (2010). Variable structure control for power systems stabilization, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* **32**(2): 101 – 107.
- Hung, J. Y., Gao, W. e Jung, J. C. (1993). Variable structure control: A survey, *IEEE Transaction on Industrial Electronics* **40**: 2–22.
- Rao, S. S. (2009). *Engineering Optimization - Theory and Practice*, 4 edn, John Wiley & Sons, Inc.
- Shi, Y. e Eberhart, R. (1998). A modified particle swarm optimizer, *Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on*, pp. 69–73.
- Sumar, R. R. (2002). *Combinação da abordagem estrutura variável na síntese de algoritmos de controle preditivo e nebuloso*, Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.
- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics - From Design to implementation*, John Wiley & Sons, Inc.
- Utkin, V. I. (1977). Variable structure systems with sliding control, *IEEE Transaction on Automatic Control* **AC-22**: 212–222.