# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMA BIOMECÂNICO A PARTIR DE REDES NEURAIS WAVELETS

José Medeiros de Araújo Júnior<sup>\*</sup>, Leandro Luttiane da Silva Linhares<sup>†</sup>, Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo<sup>†</sup>

> \* Curso de Engenharia Elétrica, Centro de Tecnologia Universidade Federal do Piauí Teresina, PI, Brasil

<sup>†</sup>Departamento de Engenharia de Computação e Automação Universidade Federal do Rio Grande do Norte Natal, RN, Brasil

Emails: medeiros\_eng@yahoo.com.br, luttiane@dca.ufrn.br, meneghet@dca.ufrn.br

**Abstract**— In this work a simulated nonlinear system that represents the dynamical mechanism of a human knee is identified. The application of this model can have a relevant importance in the research area of rehabilitation of patients that suffers from any kind of paralysis in their lower limbs. Here, a Wavelet Neural Network (WNN) is applied to identify the lower limb model under study. The goal is to analyze the WNN capacity to identify this model, whereas it is an under damped second-order model with pronounced nonlinearities. To evaluate the WNN model, its performance is compared with the results obtained by a classical neural network, the Multilayer Perceptron (MLP).

Keywords— Systems identification, Wavelet neural networks, Biomechanical system.

**Resumo**— Neste artigo é feita a identificação de um sistema não linear simulado que representa o mecanismo dinâmico do movimento de um joelho humano. A aplicação deste modelo pode ter importância relevante para a área de pesquisa de reabilitação de pacientes que sofrem algum tipo de paralisia em seus membros inferiores. Aqui, uma rede neural wavelet (*Wavelet Neural Network* - WNN) é utilizada para identificar o modelo do membro inferior em estudo. A ideia é avaliar a capacidade da WNN em identificar esse modelo, tendo em vista que o mesmo consiste de um modelo de segunda ordem, subamortecido e com não linearidades acentuadas. Para efeito de comparação do desempenho da WNN, os resultados encontrados por esta estrutura foram comparados com os obtidos a partir de uma rede neural clássica, a perceptron de múltiplas camadas.

Palavras-chave— Identificação de sistemas, Redes neurais wavelets, Sistema biomecânico.

### 1 Introdução

A identificação de sistemas dinâmicos é uma tarefa relevante em muitas aplicações de engenharia, tais como previsão, controle, monitoramento e detecção de falhas, sensoriamento virtual, entre outros. Por exemplo, a identificação desempenha um papel de destaque no projeto de controladores avançados baseados em modelos, como os preditivos e adaptativos. Além disso, representa uma grande parte dos custos de desenvolvimento destes controladores.

As técnicas utilizadas nas tarefas de identificação são capazes de representar os mapeamentos de entrada-saída de processos dinâmicos a partir de pouco, ou até mesmo nenhum, conhecimento prévio. As relações dinâmicas podem ser obtidas a partir de dados experimentais, uma vez que eles sejam adequadamente coletados. Quando o processo de modelagem é realizado desta forma, ele é normalmente chamado como modelagem caixapreta ou identificação (Ljung, 1987).

A utilização de estruturas não lineares para identificar sistemas dinâmicos representa uma área de pesquisa que está se tornando cada vez mais importante (Yilmaz and Oysal, 2010; Kara and Eker, 2003; Banakar and Azeem, 2006). Em muitos casos, quando um modelo não linear é utilizado para representar um sistema, é possível analisar e reproduzir fenômenos e comportamentos complexos que não poderiam ser capturados por uma representação linear (Nelles, 2001). Na literatura, podemos encontrar muitos exemplos de estruturas não lineares aplicadas na identificação, tais como os modelos de Volterra, os modelos de Hammerstein e de Wiener, modelos polinomiais, funções de base ortogonais, funções wavelets, lógica fuzzy, redes neurais, entre outros (Nelles, 2001; Effe, 2009; Narendra and Parthasarathy, 1990).

As principais características que tornam as redes neurais uma das estruturas mais atraentes para identificar sistemas dinâmicos são a sua capacidade de aprendizado e generalização (Haykin, 1999; Abiyev and Kaynak, 2008). Entre as diversas arquiteturas de redes neurais existentes, a Multilayer Perceptron (MLP) é, possivelmente, a mais utilizada em aplicações de identificação. No entanto, para resolver problemas complexos este tipo de rede normalmente necessita de um grande número de neurônios em sua estrutura. Além disso, o seu processo de treinamento, geralmente, apresenta uma taxa de convergência lenta, podendo ficar preso em um mínimo local da superfície de erro (Abiyev and Kaynak, 2008; Zhang et al., 1995).

A Rede Neural Wavelet (WNN - Wavelet Neural Network) é uma estrutura de regressão não linear capaz de representar mapeamentos dinâmicos de entrada-saída por meio da superposição de versões dilatadas e transladadas de uma função wavelet mãe (Zhang and Benveniste, 1992). Devido à propriedade das wavelets de localização no tempo e no domínio da frequência, a WNN tem uma taxa de convergência mais rápida do que as redes neurais tradicionais, como a MLP e a Função de Base Radial redes (RBF - Radial Basis Function). Além disso, geralmente apresenta um melhor desempenho e com um menor número de neurónios em sua estrutura(Yilmaz and Oysal, 2010; Zhang and Benveniste, 1992; Abiyev and Kaynak, 2008).

A WNN é uma estrutura híbrida que combina teoria wavelet com redes neurais. As wavelets fornecem a capacidade de analisar os sinais não estacionários e descobrir seus detalhes locais, enquanto que as redes neurais contribuem com as suas características de autoaprendizagem e generalização. Esta combinação permite que a rede WNN seja projetada para descrever sistemas não lineares a partir de um rápido processo de aprendizagem (Abiyev and Kaynak, 2008). Entre os trabalhos que tratam do problema de identificação de sistemas não lineares utilizando este tipo rede neural, podem ser mencionados, por exemplo, os estudos realizados por Billings and Wei (1992) e Xu (2006).

Neste trabalho, a estrutura WNN foi usada para identificar a dinâmica do mecanismo de articulação do joelho humano. Para alcançar este objetivo, este sistema foi simulado tendo como base o modelo proposto por Ferrarin and Pedotti (2000). Estes pesquisadores desenvolveram este modelo com o objetivo de representar a relação dinâmica entre a largura de pulso do sinal de estimulação elétrica aplicada ao quadríceps de um paciente paraplégico e o torque resultante ao redor da articulação do joelho. A utilização deste modelo também pode ser encontrada na área de engenharia de reabilitação, em trabalhos de estimulação elétrica funcional (FES) (Gaino et al., 2011; Teixeira et al., 2006). No estudo aqui apresentado, a variável de maior interesse está relacionada com a posição do complexo canela-pé. Portanto, o objetivo do modelo WNN é estimar o ângulo da articulação do joelho (ângulo entre a canela e a coxa no plano sagital), considerando como entrada do sistema biomecânico a largura de pulso do sistema. Para analisar o desempenho da rede WNN na identificação do sistema biomecânico citado, foi realizado um estudo comparativo entre esta estrutura e a tradicional rede neural MLP.

#### 2 Redes Neurais Wavelets

As wavelets são funções matemáticas que analisam sinais/dados em diferentes componentes de frequência e estuda cada componente com uma resolução correspondente a sua escala. Essas funções foram desenvolvidas independentemente do campo de aplicação e, atualmente, vêm sendo utilizadas em diversas áreas de conhecimento: visão computacional e humana, radar e sonar, computação gráfica, bancos de filtros, e compressão de imagens, previsão de séries temporais, entre outros (Oliveira, 2003). Isso se deve a sua origem interdisciplinar e a forma simples e versátil com que os conceitos da teoria wavelet são abordados.

Utilizando-se da ideia de aproximação usando a superposição de funções, as wavelets são capazes de processar dados em diferentes escalas e resoluções, permitindo que sejam vistos tanto características globais quanto os detalhes locais de um determinado sinal. Em termos matemáticos, para que uma função  $\psi(\cdot)$  seja considerada do tipo wavelet, ela tem de satisfazer a certas propriedades matemáticas (Graps, 1995). Estas propriedades são citadas a seguir:

 a) A integral da função wavelet deve ser zero, isto é:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) \, dx = 0 \tag{1}$$

b) A integral do quadrado da função wavelet deve ser unitária:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(x) \, dx = 1 \tag{2}$$

c) A energia da função wavelet deve ser finita:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\psi\left(x\right)\right|^2 dx < \infty \tag{3}$$

d) Para ser utilizada na análise de sinais uma função wavelet precisa satisfazer à condição de admissibilidade, o que garante a existência da transformada wavelet inversa. Seja  $F(\omega)$ a transformada de Fourier da função  $\psi(t)$ , a condição de admissibilidade é dada por:

$$C_{\psi} = \int_{0}^{\infty} \frac{\left|\psi\left(f\right)\right|^{2}}{f} df < \infty$$
(4)

Dada uma função  $\phi$  que satisfaça as condições anteriormente apresentadas, é possível se obter uma família de funções wavelets a partir da realização de operações de translação e dilatação sobre  $\phi$ . Desta maneira, a família de wavelets pode ser descrita por:

$$\Psi_j\left(\mathbf{x}\right) = |\mathbf{d}_j|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{t}_j}{\mathbf{d}_j}\right) \tag{5}$$

em que  $\mathbf{d}_j \neq 0, \ j = 1, 2, \dots, k, \ \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  é o vetor de entradas,  $\Psi_j(\mathbf{x})$  é obtido a partir da função wavelet mãe  $\psi(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{d}_j = \{d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{nj}\}$  e  $\mathbf{t}_j = \{t_{1j}, t_{2j}, \dots, t_{nj}\}$  são, respectivamente, os vetores relativos às operações de dilatação e translação efetuadas.

As funções wavelets também vêm sendo utilizadas como função de ativação em redes neurais tradicionais, tais como as RBF e MLP, passando a ser denominadas de Redes Neurais Wavelets. O que motiva a utilização das wavelets nestes tipos de estruturas é a sua habilidade de detectar de forma rápida e mais precisa as singularidades dos sinais a serem analisados (Pan and Xia, 2008), permitindo que a rede WNN tenha bom desempenho na identificação de sistemas dinâmicos não lineares (Jahangiri et al., 2010).

A estrutura da rede WNN utilizada neste trabalho é análoga à da RBF (Zhang and Benveniste, 1992), (Billings and Wei, 1992), (Jahangiri et al., 2010). Desta forma, a saída da rede é dada pela equação:

$$y = \sum_{j=1}^{k} \mathbf{w}_{j} \Psi_{j} \left( \mathbf{x} \right) = \sum_{j=1}^{k} \mathbf{w}_{j} \left| \mathbf{d}_{j} \right|^{-\frac{1}{2}} \psi \left( \frac{\mathbf{x} - \mathbf{t}_{j}}{\mathbf{d}_{j}} \right)$$
(6)

em que  $\mathbf{w}_j$  são os pesos sinápticos da rede,  $\mathbf{x}$  é o vetor de entrada e  $\mathbf{d}_j$  e  $\mathbf{t}_j$  são os parâmetros que caracterizam o posicionamento das wavelets.

Existem diversas famílias de wavelets, no entanto, como a WNN normalmente é treinada pelo backpropagation, que envolve o uso de derivadas, deve-se escolher uma família que seja continuamente diferenciável. Dessa forma, no presente trabalho foi escolhida a wavelet da família Mexican Hat, que é representada pela equação 7.

$$\psi\left(x\right) = \left(1 - \left(\frac{x-t}{d}\right)^2\right) e^{-0.5\left(\frac{x-t}{d}\right)^2} \frac{1}{\sqrt{d}} \quad (7)$$

O parâmetro t indica que a função foi transladada de uma distância equivalente a t, sendo então um parâmetro de translação. Já se variando o parâmetro d é possível alongar ou comprimir a forma da função. Por isto o parâmetro d é conhecido como parâmetro de dilatação.

## 3 Modelo do Membro Inferior

O modelo do membro inferior proposto por Ferrarin and Pedotti (2000) foi adotado neste trabalho para analisar o desempenho da rede WNN quando utilizada como estrutura de identificação. Este modelo descreve a relação dinâmica entre a largura de pulso do sinal de estimulação elétrica



Figura 1: Diagrama esquemático do modelo de membro inferior.

aplicado no quadríceps de um paciente paraplégico e o torque resultante em torno da articulação de seu joelho.

Em Ferrarin and Pedotti (2000), o membro inferior humano é visto como uma cadeia cinemática aberta constituída por dois segmentos rígidos: a coxa e o complexo canela-pé, conforme é ilustrado na Fig. 1 retirada do trabalho de Gaino et al. (2011). Nesta figura são apresentadas algumas das variáveis do modelo, tais como o ângulo de articulação do joelho ( $\theta$ ), o ângulo da canela e o torque ativo do joelho produzido pela estimulação elétrica no quadríceps ( $M_a$ ).

No modelo proposto por Ferrarin and Pedotti (2000), os movimentos da junção do tornozelo não foram considerados, reduzindo o número de graus de liberdade, evitando toda a modificação das características passivas do joelho devido aos movimentos do tornozelo. O modelo também considera a coxa em estado estacionário, fixa em uma mesa suporte. Dessa forma, apenas os movimentos de flexão-extensão do joelho foram considerados. Este modelo tem aplicação importante, por exemplo, em estudos da área de estimulação elétrica funcional, auxiliando na restauração de movimentos de pacientes paraplégicos, tetraplégicos e hemiplégicos (Teixeira et al., 2006; Gaino, 2009).

Os trabalhos de Teixeira et al. (2006) e Gaino (2009) demonstram que a representação em espaço de estados do modelo proposto por Ferrarin and Pedotti (2000) é não linear. Esta representação é apresentada pela equação abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \tilde{f}_{21}(x_1) & \frac{-B}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G}{\tau} \end{bmatrix} P_N,$$
(8)

onde  $x_1 = \Delta \theta_v = \theta_v - \theta_{v0}, x_2 = \dot{x_1}, x_3 = \Delta M_a = M_a - M_{a0}$ . O ponto de operação do sistema é dado

por  $(\theta_v, \dot{\theta}_v, M_a) - (\theta_{v0}, 0, M_{a0})$ . A função  $\tilde{f}_{21}(x_1)$ é uma não linearidade do sistema, sendo descrita pela Eq. 9, onde  $\alpha = x_1 + \theta_{v0} + \frac{\pi}{2}$ :

$$\widetilde{f}_{21}(x_1) = \frac{1}{Jx_1} \left[-mglsen\left(x_1 + \theta_{v0}\right) -\lambda e^{-E\alpha}\left(\alpha - \omega\right) + M_{a0}\right]$$
(9)

Os valores de  $P_N$  e  $Ma_0$  presentes, respectivamente, no modelo em espaço de estados e na exrpressão de  $\tilde{f}_{21}$  são calculados de acordo com as Eqs. 10 e 11, onde  $\beta = \theta_{v0} + \frac{\pi}{2}$ .

$$P_N = P - \frac{M_{a0}}{G} \tag{10}$$

$$M_{a0} = mglsen\left(\theta_{v0}\right) + \lambda e^{-E\beta}\left(\beta - \omega\right) \qquad (11)$$

Em Ferrarin and Pedotti (2000), foi realizada a identificação dos parâmetros  $G \in \tau$  da função de transferência que relaciona a relação dinâmica existente entre a largura de pulso (P) e o torque produzido (Ma). Portanto, a equação 10 define a nova entrada ( $P_N$ ) do modelo do membro inferior. Na descrição do modelo, pode-se notar a existência de alguns parâmetros antropométricos, os quais se encontram resumidos a seguir:

- J: momento de inércia do complexo canelapé;
- *m*: massa do complexo canela-pé;
- l: distância entre o joelho e o centro de massa do complexo canela-pé;
- *B*: coeficiente viscoso;
- $\lambda \in E$ : coeficientes do termo exponencial;
- $\omega$ : ângulo elástico de repouso do joelho.

A Tabela 1 apresenta os valores de parâmetros antropométricos de um paciente paraplégico que foram obtidos a partir de Ferrarin and Pedotti (2000). Neste trabalho, estes valores foram utilizados na simulação do modelo do membro inferior.

#### 4 Metodologia

Os modelos neurais, quando utilizadas em aplicações de identificação de sistemas dinâmicos, podem ser caracterizados pelos seus vetores de regressão, ou vetores de entrada. Estes vetores são formados pelos valores das variáveis utilizadas para estimar a saída do sistema, incluindo alguns de seus valores passados. Em Nørgaard et al. (2001) é apresentado que as configurações dos vetores de regressão dos modelos lineares FIR, ARX, ARMAX, OE e SSIF podem também ser aplicadas às redes MLP, dando origem aos modelos não

Tabela 1: Medidas antropométricas de um paciente paraplégico.

Medida	Valor	Unidade
J	0,362	$Kgm^2$
m	4,37	Kg
l	23, 8	cm
В	0, 27	Nms/rad
$\lambda$	41,208	Nm/rad
E	2,024	$rad^{-1}$
ω	2,918	rad
au	0,951	s
G	42.500	$N\cdot m/s$

lineares NNFIR, NNARX, NNARMAX, NNOE e NNSSIF.

Na Eq. 12, se  $g(\cdot)$  é linear tem-se um modelo ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs) típico. Neste caso, o vetor de regressão ou vetor de entrada do modelo é formado por y(k-1),  $y(k-2), \ldots, y(k-\lambda), u(k-\tau), u(k-\tau-1),$  $\ldots, u(k-\tau-\alpha)$ , onde  $\hat{y}$  é a saída estimada do modelo,  $u \in y$  são a entrada e a saída do sistema,  $\tau$  é o atraso de transporte, e  $\alpha \in \lambda$  são, respectivamente, as ordens de entrada e de saída do sistema.

$$rCl\hat{y}(k) = g(y(k-1,\ldots,y(k-\lambda)), u(k-\tau),\ldots,u(k-\tau-\alpha))(12)$$

Entretanto, a representação do sistema,  $g(\cdot)$ , pode ser substituída por uma função, ou estrutura, de mapeamento não linear, tais como uma rede MLP (modelo NNARX) e uma rede WNN. Neste trabalho, as entradas das redes utilizadas para identificar a relação dinâmica entre a largura do sinal de estimulação elétrico e o ângulo do joelho são montadas de acordo com a estrutura apresentada na Eq. 12.

O modelo do membro inferior descrito na Seção 3 foi implementado e simulado no Simulink<sup>®</sup>, ambiente de simulação em diagrama de blocos integrado ao MATLAB<sup>®</sup>. Os valores de  $\theta_{v0}$ ,  $\dot{\theta}_{v0}$ e  $M_{a0}$  utilizados em todos os experimentos simulados neste trabalho foram, respectivamente,  $30^{\circ} (\pi/6 \ rad)$ ,  $0.0 \ rad/s^2$  e 4.6068Nm.

Um sinal PRS (*Pseudo Random Sequence*) foi aplicado na entrada do modelo simulado, largura de pulso do estímulo elétrico - P, para excitar o sistema e observar a sua resposta, ângulo de articulação do joelho -  $\theta_v$ . A partir deste procedimento, foram coletados os dados necessários para o treinamento das redes neurais MLP e WNN. O período de amostragem utilizado nos experimentos simulados foi de 0.1 segundos, tendo sido coletados 4.200 exemplos de treinamento. Outro conjunto de dados foi também coletado para validar os modelos neurais obtidos após os treinamentos. Neste caso, foi aplicado no sistema simulado um sinal formado por seis degraus, tendo sido obtidos 600 exemplos de validação. Todos os conjuntos de dados foram normalizados entre 0.0 e 1.0 e organizados de acordo com o vetor de regressão do modelo ARX, com  $\tau = 0$  e  $\alpha = \lambda = 2$ .

Após a coleta e organização dos conjuntos de dados necessários para o procedimento de identificação, as representações neurais para o modelo de membro inferior puderam ser encontradas por meio do algoritmo de treinamento *backpropagation* utilizando validação cruzada. Este algoritmo foi implementado na linguagem orientada a objeto C++.

#### 5 Resultados

Esta seção apresenta os resultados encontrados pelos modelos neurais MLP e WNN que foram obtidos para estimar o ângulo de articulação do joelho a partir de um modelo matemático simulado. O objetivo foi verificar o desempenho dessas redes, de tal forma que fosse possível observar qual destes modelos neurais consegue ser mais fiel à dinâmica apresentada pelo modelo matemático utilizado. O modelo utilizado na simulação possui uma dinâmica bastante próxima da apresentada por um joelho humano (Gaino, 2009).

As Figuras 2 e 3 mostram o resultado da comparação dos modelos obtidos pelas redes citadas em relação ao modelo simulado. Como pode ser visto pelas figuras, o modelo neural que mais se aproximou do desejado foi o obtido pela WNN. Isto comprova o que se analisou na teoria, pois a WNN possui função de ativação do tipo wavelet, a qual permite uma análise tanto global quando local do sinal a ser estimado. Assim, em um sinal com uma quantidade relativamente grande de oscilações como o apresentado pelo modelo do joelho, a WNN apresentou desempenho bastante satisfatório, de tal forma que o seu modelo fornece estimativas mais próximas do modelo desejado do que o modelo obtido pela MLP.

Em termos numéricos, o valor do erro médio quadrático do melhor modelo WNN encontrado foi de 7,04 × 10<sup>-4</sup>, sendo obtido em 500 épocas de treinamento, enquanto o erro médio quadrático do melhor modelo MLP foi de 1,3 × 10<sup>-3</sup>, obtido em 1000 épocas de treinamento. Isso mostra que, além da WNN ter um modelo estimado melhor que a MLP, o tempo necessário para a obtenção desse modelo é mais rápido, o que favorece aplicações praticas desse modelo em rotinas de controle utilizadas em procedimentos fisioterápicos. O número de neurônios escondidos utilizados nos modelos neurais foi encontrado experimentalmente,



Figura 2: Validação do melhor modelo MLP encontrado.



Figura 3: Validação do melhor modelo WNN encontrado.

analisando-se diversas alternativas. Os melhores modelos WNN e MLP encontrados possuem, respectivamente, 10 e 8 neurônios em suas camadas escondidas.

## 6 Conclusões

Neste trabalho, um modelo de membro inferior simulado foi identificado utilizando a estrutura WNN. O modelo utilizado foi baseado no trabalho de Ferrarin and Pedotti (2000). O desempenho do modelo WNN obtido após o procedimento de identificação foi comparado com outra rede neural, a MLP. Estes modelos foram analisados e comparados levando-se em conta o número de épocas necessárias para o treinamento e o erro médio quadrático. Os resultados demonstraram claramente que a WNN apresentou desempenho satisfatório. Seus resultados estimados foram muito próximos com os valores de saída desejados dados pelo modelo simulado. Em termos de validação, o erro médio quadrático da rede WNN foi menor que o erro apresentado pela rede MLP. Além disso, a sua taxa de convergência foi mais rápida.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES pelo suporte financeiro e às universidades UFPI e UFRN que apoiaram a realização deste trabalho.

#### Referências

- Abiyev, R. H. and Kaynak, O. (2008). Identification and control of dynamic plants using fuzzy wavelet neural networks, *IEEE Int. Symp. Intell. Control (ISIC)*, San Antonio, TX, pp. 1295–1301.
- Banakar, A. and Azeem, M. F. (2006). Identification and prediction of nonlinear dynamical plants using TSK and wavelets neuro-fuzzy models, 3rd Int. IEEE Conf. Intell. Syst., Piscataway, NJ, pp. 617–620.
- Billings, S. A. and Wei, H. (1992). A new class of wavelet networks for nonlinear system identification, *IEEE Trans. Neural Netw.* 16(4): 862–874.
- Effe, M. (2009). A comparison of anfis, mlp and svm in identification of chemical processes, 2009 IEEE 24th Int. Symp. Intell. Control (ISIC), St. Petersburg, Russia, pp. 689–694.
- Ferrarin, M. and Pedotti, A. (2000). The relationship between electrical stimulus and joint torque: A dynamic model, *IEEE Trans. Rehabil. Eng.* 8(3): 342–352.
- Gaino, R. (2009). Controle de movimentos de pacientes paraplégicos utilizando modelos Fuzzy Takagi-Sugeno, PhD thesis, UNESP - Universidade do Estado de São Paulo, Ilha Solteira, SP.
- Gaino, R., Teixeira, M. C. M., Carvalho, A. A., Assunção, E., Cardim, R., Sanches, M. A. A. and Covacic, M. R. (2011). Derivative feedback and takagi-sugeno fuzzy model for knee joint angle control of paraplegic patients using accelerometers, *Brazilian J. of Biomed. Eng.* 27(2): 67–78.
- Graps, A. L. (1995). An introduction to wavelets, *IEEE Comput. Sci. Eng.* **2**(2): 50–61.
- Haykin, S. (1999). Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Jahangiri, F., Doustmohammadi, A. and Menhaj, M. B. (2010). Identification of twin-tanks dynamics using adaptive wavelet differential neural networks, *The 2010 Int. Joint Conf. Neural Netw. (IJCNN)*, Barcelona, Spain, pp. 1–5.

- Kara, T. and Eker, T. (2003). Experimental nonlinear identification of a two mass system, *Proc. 2003 IEEE Conf. Control Appl. (CCA 2003)*, Vol. 1, Istanbul, Turkey, pp. 66–71.
- Ljung, L. (1987). System identification Theory for the user, Prentice-Hall International, New Jersey, EUA.
- Narendra, K. and Parthasarathy, K. (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks, *IEEE Trans. Neural Netw.* 1(1): 4–27.
- Nelles, O. (2001). Nonlinear system identification: from classical approaches to neural networks and fuzzy models, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Nørgaard, M., Ravn, O., Poulsen, N. K. and Hansen, L. K. (2001). Neural networks for modeling and control of dynamic systems, Springer-Verlag, London, England.
- Oliveira, H. M. (2003). Análise de sinais para engenheiros: uma abordagem via wavelets, Editora Manole, Recife, PE.
- Pan, H. and Xia, L. Z. (2008). Efficient object recognition using boundary representation and wavelet neural network, *IEEE Trans. Neural Netw.* 19(12): 2132–2149.
- Teixeira, M. C. M., Deaecto, G. S., Gaino, R., Assunção, E., Carvalho, A. A. and Farias, U. C. (2006). Design of a fuzzy takagi-sugeno controller to vary the joint knee angle of paraplegic patients, *Lectures Notes in Computer Science* 4234(3): 118–126.
- Xu, J. (2006). Ga-optimized wavelet neural networks for system identification, First International Conference on Innovative Computing, Information and Control (ICI-CIC'06).
- Yilmaz, S. and Oysal, Y. (2010). Fuzzy wavelet neural network models for prediction and identification of dynamical systems, *IEEE Trans. Neural Netw.* **21**(10): 1599–1609.
- Zhang, J., Walter, G. G., Miao, Y. and Lee, W. N. W. (1995). Wavelet neural networks for function learning, *IEEE Signal Process. Lett.* 43(6): 1485–1497.
- Zhang, Q. and Benveniste, A. (1992). Wavelet networks, *IEEE Trans. Neural Netw.* 3(6): 889–898.