

IDENTIFICAÇÃO EM KIT DIDÁTICO PARA LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

MARCO A. EGITO COELHO, ADOLFO BAUCHSPIESS

*Laboratório de Robótica e Automação (LARA), Depto de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília
Dep. Engenharia Elétrica, Campus Darcy Ribeiro, Brasília-DF cep:70910-000*

E-mail: egito@ene.unb.br, adolfo@unb.br

Abstract— The identification and validation of mathematical modeling developed for the dynamics of a magnetic levitation didactic kit with permanent magnets are made in this work. Using a method of applying sinusoidal signals and processing the data by the least squares method, we obtain results good enough for teaching applications, but for a more precise identification there is a need to deepen in the theoretical modeling. Some identification tests in sampled-time-domain are also made.

Keywords— Magnetic Levitation, Grey-box identification, Sinusoidal method, Least squares with restrictions

Resumo— A identificação e validação da modelagem matemática desenvolvida para a dinâmica de um kit didático para levitação magnética com ímãs permanentes são feitas neste trabalho. Utilizando um método de aplicação de sinais senoidais e processamento dos dados pelo método dos mínimos quadrados, obtém-se resultados suficientemente bons para aplicações didáticas, mas para uma identificação mais precisa existe a necessidade de aprofundar a modelagem teórica. Alguns testes de identificação no domínio do tempo amostrado também são feitos.

Palavras-chave— Levitação Magnética, Identificação Caixa-Cinza, Método Senoidal, Mínimos Quadrados com Restrições

1 Introdução

A levitação de um objeto através de campos magnéticos e sem contato com partes fixas é relativamente difícil produzindo um bom desafio para os estudantes. O kit de levitação magnética com ímãs permanentes foi desenvolvido no Laboratório de Automação e Robótica (LARA) da Universidade de Brasília, com 6 unidades utilizadas regularmente para ensino de graduação e mais 2 unidades para pesquisa.

Este kit foi concebido para ser totalmente analógico e contínuo no tempo, portanto se adequando à teoria básica de controle: funções de tempo contínuo, domínio s , funções de transferência, diagramas de blocos e espaço de estados de tempo contínuo. Entretanto, é possível substituir os compensadores analógicos por compensadores digitais o que permite aumentar o número de tópicos abordados, introduzindo o aluno no controle digital.

O arranjo básico dos ímãs permanentes foi idealizado para tornar a região de equilíbrio - onde ocorre a levitação - muito próxima da linearidade de maneira a facilitar a identificação. Mesmo assim os problemas clássicos de identificação ainda ocorrem, tornando a identificação precisa um bom desafio.

Muitos dos kits didáticos de levitação magnética disponíveis na literatura científica envolve sistemas com restrição aos movimentos, e.g., Vasconcelos e Schnitman, 2010. No presente trabalho o rotor levitado pode se movimentar em 6 DOFs.

2 O Sistema de Levitação Magnética

O objetivo principal é permitir a levitação estável de um rotor através da interação entre campos

magnéticos gerados neste rotor e nas partes fixas do kit. Quase a totalidade da força de sustentação do rotor é consequência da interação entre os 3 ímãs permanentes; ímã da base, ímã do rotor e ímã superior. Apenas uma pequena força de restauração é gerada eletricamente, portanto, o consumo de energia é muito pequeno (idealmente nulo) para sustentar a levitação.

A descrição detalhada do kit é feita em Coelho (2012), aqui serão reproduzidas apenas algumas figuras para facilitar a compreensão do texto a seguir.

O problema para o arranjo da Figura 1 é a estabilidade lateral do rotor nos eixos x e y , pois a estabilidade vertical no eixo z é assegurada pelo jogo de forças magnéticas entre os 3 ímãs e o peso do rotor. Esta última, porém, será perdida se o ímã superior se aproximar muito do rotor. Devido à instabilidade, o sistema funcionará em malha fechada em 2 canais (eixos x e y). Existe apenas 1 sensor por canal que utiliza a interrupção do feixe de luz entre o led infravermelho e o fototransistor F_{τ} (Fig. 1) para detectar o deslocamento lateral do rotor. As Bobinas B_d e B_e correspondem ao atuador do sistema, pois uma corrente nestas (que são ligadas em série) produz uma força lateral sobre o rotor, supostamente proporcional à corrente elétrica passando por delas.

As figuras com os circuitos eletrônicos que compõem o kit foram apresentadas em Coelho (2012), na figura 1 está reproduzido o arranjo básico do levitador, na figura 2 está uma fotografia mostrando os componentes físicos e na figura 3 o diagrama de blocos completo em um dos canais. A instabilidade do arranjo básico é uma consequência do teorema de Earnshaw (1842), levando à função de transferência instável dada no bloco do Rotor na figura 3, cuja dedução teórica está em Coelho (2012).

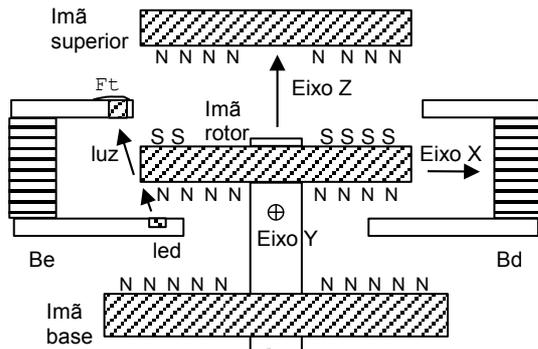


Figura 1. Arranjo básico do levitador.

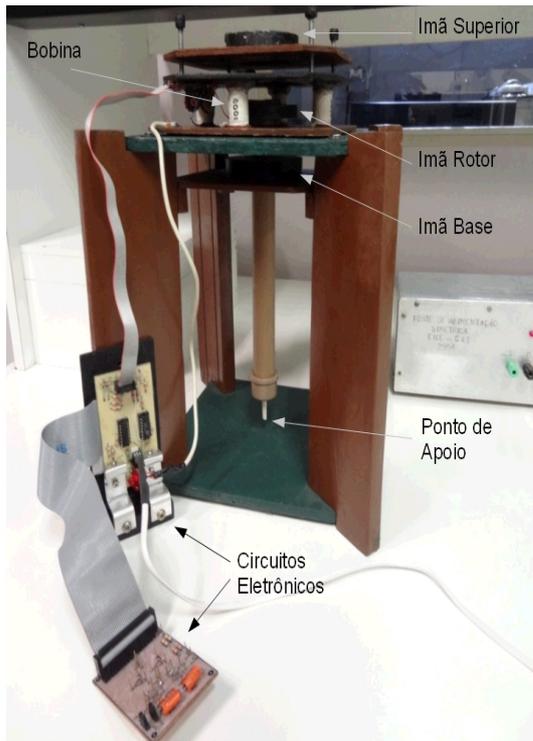


Figura 2. Kit de Levitação e seus componentes.

3 Estabilização do sistema

A função de transferência para o eixo x é:

$$\frac{X(s)}{F_{rx}(s)} = \frac{1/k_r}{1 - \frac{s^2}{\omega_r^2}} \quad (1)$$

onde k_r e ω_r são definidos como:

$$k_r = f_{zoB} \cdot K_B - f_{zoA} \cdot K_A \quad (2)$$

$$\omega_r = \sqrt{(k_r/m)} \quad (3)$$

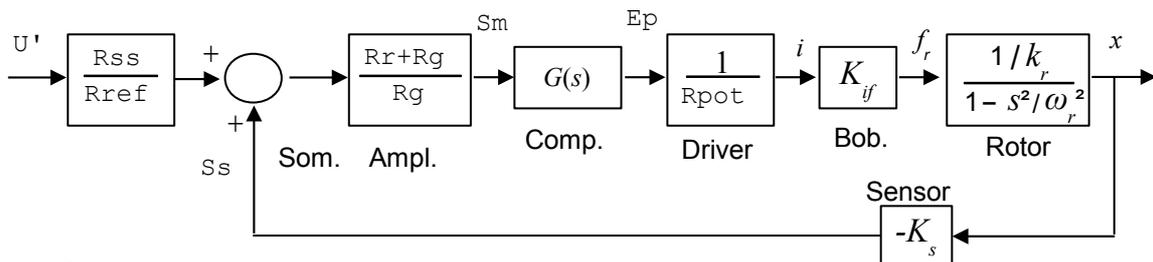


Figura 3. Diagrama de blocos em um dos canais.

No ponto de equilíbrio escolhido, $k_r > 0$. É interessante observar que o parâmetro ω_r também aparece na solução da equação diferencial do eixo z com $\delta z(0) = Z_0; \delta z'(0) = 0$

$$\begin{aligned} \delta z(t) &= Z_0 \cdot \cos(\sqrt{(k_r/m)} \cdot t) \\ &= Z_0 \cdot \cos(\omega_r \cdot t) \end{aligned} \quad (4)$$

Veja que a frequência angular das oscilações verticais é igual a ω_r . Este fato será utilizado para confirmar a validade do método de identificação utilizado neste trabalho, pois poderemos medir ω_r com pelo menos 2 procedimentos diferentes.

3.1 Diagrama de Blocos

O diagrama de blocos mostrado na Figura 3 reúne os modelos de cada parte do kit e também esquemática o fluxo de sinais de interesse do ponto de controle. Dos 7 blocos, 4 são do tipo “caixa branca” não necessitando de identificação. Os 3 blocos do tipo “caixa cinza” são: Bob, Rotor e Sensor. No bloco Rotor o parâmetro ω_r pode ser medido quando o rotor estiver levitando com o compensador padrão e medindo o tempo de N oscilações verticais completas, T_N .

$$\omega_r = 2\pi \frac{N}{T_N} \quad (5)$$

Com o uso da expressão (3) e a massa m do rotor, k_r também pode ser obtido.

$$k_r = m \omega_r^2 \quad (6)$$

O parâmetro K_s pode ser estimado como o quociente entre o diâmetro da janela do fototransistor F_t e a excursão máxima do sinal S_s , conforme a figura abaixo.

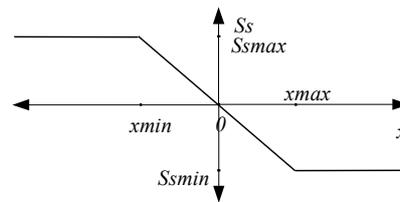


Figura 4. Resposta idealizada do Sensor.

Desta forma teremos:

$$K_s = \frac{S_{smax} - S_{smin}}{x_{max} - x_{min}} = \frac{S_{smax} - S_{smin}}{d} \quad (7)$$

onde d é o diâmetro da janela de Ft, enquanto Ss_{max} e Ss_{min} podem ser medidos deslocando manualmente o rotor. Falta apenas o valor do parâmetro K_{ifsr} para completar a identificação, o que será feito através do método senoidal.

3.2 O método senoidal

O diagrama de blocos em Fig. 3 pode ser simplificado para o diagrama *abaixo*, se $R_r = 0$, $R_{pot} = 1$ e,

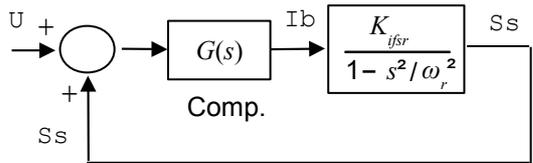
$$K_{ifsr} = \frac{-K_{if} K_s}{k_r} \quad (8)$$


Figura 5. Diagrama de blocos simplificado.

Os sinais I_b (tensão proporcional à corrente i indicada na Figura 3) e Ss podem ser acessados na placa dos compensadores e colocados na tela do osciloscópio. Se injetamos um sinal senoidal em U , todos os sinais do diagrama passarão a ser senoidais depois de um curto tempo, isto é, estaremos no chamado “regime permanente senoidal”. Nestas condições, poderemos fazer $s = j\omega$ e do bloco mais à direita do diagrama da Fig. 5 deduzimos que:

$$\frac{Ss(j\omega)}{I_b(j\omega)} = \frac{K_{ifsr}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_r^2}} \quad (9)$$

É importante observar que a expressão à direita da igualdade é sempre real, para qualquer valor de ω , o que significa que os sinais I_b e Ss sempre estarão defasados em 0° (se K_{ifsr} for positivo) ou 180° (se K_{ifsr} for negativo).

Com o rotor levitando e aplicando um sinal senoidal de frequência conhecida em U , é possível comparar a amplitude das senóides em I_b e Ss . Na frequência conhecida ω_i a partir de (9) escrevemos:

$$K_{ifsr} \omega_r^2 - R_i \omega_i^2 = R_i \omega_i^2 \quad (10)$$

onde R_i é um número real definido como:

$$R_i = \frac{Ss(j\omega_i)}{I_b(j\omega_i)} = \frac{V_{ss_i}}{V_{ib_i}} \quad (11)$$

onde V_{ss_i} V_{ib_i} são as voltagens pico-a-pico dos sinais Ss e I_b em ω_i . Utilizando N frequências conhecidas $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ a partir de (10) escrevemos em formato matricial (Galvão et al, 2003),

$$\mathbf{P} \mathbf{X} = \mathbf{Q} \quad (12)$$

onde $\mathbf{X} = [K_{ifsr} \omega_r^2 \quad \omega_r^2]^T$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & -R_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -R_N \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} R_1 \omega_1^2 \\ \vdots \\ R_N \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

A solução da equação matricial (12) é;

$$\mathbf{X} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{Q} \quad (14)$$

Da expressão (14) teremos a melhor estimativa para K_{ifsr} e ω_r segundo o método dos mínimos quadrados. A solução (14) supõe que a matriz $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ é não-singular, o que significa que os números R_i se alteram com a frequência.

4 Resultados Práticos

Os resultados da aplicação do método senoidal ao kit real de levitação magnética, mostram que a modelagem desenvolvida acima é suficiente para objetivos didáticos, porém, alguns cuidados são especialmente importantes durante as medições. Neste trabalho estaremos mais preocupados com a determinação dos parâmetros K_{ifsr} e ω_r pois são centrais para a validação da modelagem desenvolvida. Os outros podem ser obtidos sem maiores dificuldades.

4.1 Frequência de oscilação vertical

Esta foi medida com um osciloscópio digital em varredura *lenta*, aproveitando o fato de que a pequena inclinação entre o led e fototransistor Ft (fig. 1), faz com que apareça um sinal aproximadamente senoidal nos sensores de posição dos canais x e y (Ssx e Ssy) quando o rotor oscila verticalmente. Em 3 medidas distintas obtivemos:

$$\omega_r = 2\pi \left(\frac{\frac{8}{3,93} + \frac{7}{3,48} + \frac{7}{3,46}}{3} \right) = 12,69 \text{ rad/s} \quad (15)$$

4.2 Método senoidal

A escolha das frequências utilizadas no método senoidal se revelou muito importante para a obtenção de bons *resultados*, uma vez que nos primeiros testes estes foram muito diferentes dos esperados. Para compreender melhor a razão dos resultados ruins podemos resolver as equações (10) para 2 frequências conhecidas ω_1 e ω_2 e os respectivos R_1 e R_2 medidos no kit:

$$\omega_r^2 = \frac{R_2 \omega_2^2 - R_1 \omega_1^2}{R_1 - R_2}; \quad K_{ifsr} = \frac{R_1 R_2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)}{R_2 \omega_2^2 - R_1 \omega_1^2} \quad (16)$$

Se $\omega_i \gg \omega_r$, de (10) concluímos que:

$$K_{ifsr} \omega_r^2 \approx R_i \omega_i^2 \approx \text{constante} \quad (17)$$

Desta forma fica claro que existe um mal condicionamento numérico para a determinação de K_{ifsr} e ω_r pelas expressões (16). Se forem utilizadas frequên-

cias altas, um erro pequeno em R_1 ou R_2 pode produzir grandes alterações em K_{ifsr} e ω_r pois $R_1 \omega_1^2$ e $R_2 \omega_2^2$ tendem a ser grandes e sua diferença pequena. Então devemos escolher frequências pequenas, não muito maiores que ω_r se quisermos bons resultados. O problema prático é que, neste caso, os sinais I_b são muito pequenos e sua medição é um tanto precária devido aos ruídos presentes no kit e oscilações naturais do rotor em certas frequências próximas a ω_r . Desta forma decidimos fazer as medidas usando a função FFT do osciloscópio pois assim é mais fácil separar as componentes de interesse das componentes de ruído. Fizemos medições em separado dos canais x e y pois em ambos deveremos ter o mesmo valor de ω_r e possivelmente valores diferentes para K_{ifsr} . Um cuidado adicional foi a escolha da amplitude pico-a-pico do sinal S_s em cada uma das medidas, que foi mantida suficientemente baixa para não causar distorções perceptíveis nas senoides, mas também alta o bastante para que a relação sinal/ruído em I_b fosse aceitável. Veja as tabelas abaixo:

Tabela 1 Método senoidal canal x (medidas com FFT)

R [mV/mV]	47,41	25,79	15,95	11,743	9,221
f [Hz]	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000

$$\rightarrow K_{ifsr} = 102,4 \quad ; \quad \rightarrow \omega_r = 11,31 \text{ rad/s}$$

Tabela 2 Método senoidal canal y (medidas com FFT)

R [mV/mV]	50,91	26,29	16,95	11,688	9,858
f [Hz]	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000

$$\rightarrow K_{ifsr} = 127,7 \quad ; \quad \rightarrow \omega_r = 9,98 \text{ rad/s}$$

Os valores calculados para ω_r abaixo de cada uma das tabelas acima não são muito ruins, considerando a dificuldade com as medidas de I_b . Para chegar a melhores resultados decidimos remover as 2 piores medidas de cada uma das tabelas acima. Isto pode ser verificado supondo $\omega_r = 12,69$ como dado em (15) e calculando o respectivo K_{ifsr} pela expressão (10), como feito nas tabelas abaixo:

Tabela 3 Método senoidal canal x ($\omega_r = 12,69$)

K_{ifsr}	93,87	82,65	78,48	83,66	90,54
f [Hz]	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000

Tabela 4 Método senoidal canal y ($\omega_r = 12,69$)

K_{ifsr}	100,79	84,24	83,37	83,270	86,980
f [Hz]	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000

No canal x os valores calculados de K_{ifsr} nas frequências de 2 Hz e de 6 Hz se afastam mais dos valores centrais calculados nas frequências de 3, 4 e 5 Hz. Algo semelhante ocorre no canal y , portanto, decidimos remover as medidas feitas nas frequências de 2 e 6 Hz nos dois canais. Refazendo o cálculo pelo método dos mínimos quadrados, obtemos:

$$\text{canal } x: \rightarrow K_{ifsr} = 82,64 \quad ; \quad \rightarrow \omega_r = 12,59 \text{ rad/s}$$

$$\text{canal } y: \rightarrow K_{ifsr} = 88,50 \quad ; \quad \rightarrow \omega_r = 12,25 \text{ rad/s}$$

Embora estes resultados possam ser considerados razoáveis pela proximidade de ω_r com o valor calculado em (15), alguns efeitos estranhos ainda persistem, como a não verificação precisa do resultado previsto em (17) para frequências mais altas ou a defasagem pequena porém não nula entre os sinais S_s e I_b . Por este motivo, é necessário investigar alguns efeitos que foram ignorados na modelagem utilizada neste artigo:

- Interação entre os canais x e y :

Na modelagem acima os canais x e y são considerados desacoplados. Porém é fácil verificar que existe acoplamento, pois a aplicação de um sinal em U_x faz surgir um sinal em S_{sy} e vice-versa.

- Movimento em outros graus de liberdade:

Um corpo em levitação possui 6 graus de liberdade (translação e rotação nos eixos x , y e z). A modelagem foi feita considerando apenas o deslocamento translacional do rotor nos eixos x e y . Porém como o rotor não é pontual, de fato é uma haste com cerca de 30 cm de comprimento, um movimento rotacional no eixo y também tem efeito sobre S_{sx} e um movimento rotacional no eixo x também tem efeito sobre S_{sy} . O movimento no eixo vertical z também se manifesta nos sinais S_{sx} e S_{sy} , devido à inclinação entre o led e F_t e devido às imperfeições na borda do ímã do rotor, também a rotação no eixo z .

5 Identificação Dinâmica no Domínio do Tempo Amostrado

Embora o método senoidal forneça resultados razoáveis para a modelagem desenvolvida, claramente existem efeitos que vão além desta modelagem. Na tentativa de identificar outros modos de oscilação, estamos trabalhando em um método que faz a identificação da resposta do sistema a um sinal binário conhecido como PRBS (Pseudo Random Binary Signal, Aguirre, 2007). Nos testes em curso, o sistema utiliza um compensador digital do tipo PD implementado com um microcontrolador ATMEGA8. O compensador PD tem apenas um zero (o polo de alta frequência devido ao filtro passa-baixas na saída PWM do microcontrolador é ignorado). A identificação é feita pela FT de malha fechada, devido à dificuldade deste método com sistemas instáveis.

Da figura 5 com $G(s)=K_c(1+s/z)$, obtemos uma A identificação do processo com o compensador PD com 2 polos e 1 zero:

$$G_{mf}(s)=\frac{-K_{w2z}(s+z)}{s^2+K_{w2z}s-\omega_r^2+zK_{w2z}} \quad (18)$$

$$\text{onde } K_{w2z}=K_c K_{ifsr} \omega_r^2 \left(\frac{1}{z}\right) \quad (19)$$

A passagem da expressão (18) para o tempo amostrado, com o método bilinear e período de amostragem T , gera a seguinte representação em espaço de estados (Nise, 2002):

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_2(k) \\ x_2(k+1) &= a_1 x_1(k) + a_2 x_2(k) + u(k) \\ y(k) &= c_1 x_1(k) + c_2 x_2(k) + d u(k) \end{aligned} \quad (20)$$

E desta representação a equação de diferenças :

$$y(k) = a_2 y(k-1) + a_1 y(k-2) + d u(k) + (c_2 - d a_2) u(k-1) + (c_1 - d a_1) u(k-2) \quad (21)$$

onde os novos parâmetros se relacionam aos originais por:

$$\begin{aligned} \omega_r^2 &= \frac{4}{T^2} \frac{(a_1 - a_2 + 4d + 3)}{(a_1 - 1 - a_2)} \\ z &= \frac{-2}{T} \frac{(a_1 + 2d + 1)}{(1 + a_1)} \end{aligned} \quad (22)$$

$$K_c K_{ifsr} = 2 \frac{(a_1 + 2d + 1)}{(a_1 - a_2 + 4d + 3)}$$

Como são 5 novos parâmetros, podem ser geradas 2 equações adicionais:

$$\begin{aligned} c_1 - d a_1 &= 1 + a_1 + d \\ c_2 - d a_2 &= 1 + a_1 + 2d \end{aligned} \quad (23)$$

A equação de diferenças (21) é utilizada para a formação da expressão matricial:

$$\begin{aligned} Y_0 &= \Psi \theta + \xi \\ \Psi &= [Y_{-1} \ Y_{-2} \ U_0 \ U_{-1} \ U_{-2}] \\ \theta &= [a_2 \ a_1 \ d \ (c_2 - d a_2) \ (c_1 - d a_1)]^T \end{aligned} \quad (24)$$

onde, Y_x - vetor coluna com as N amostras da saída

U_{xi} - vetor coluna com as N amostras da entrada

ξ - vetor de erro

Os subíndices 0 indicam que não há atraso nas amostras, enquanto os subíndices -1 e -2 indicam atrasos de 1 e 2 períodos de amostragem T . Se o vetor de erro em (24) for desprezado, o vetor de coeficientes pode ser deduzido como:

$$\hat{\theta} = [\Psi' \Psi]^{-1} \Psi' Y_0 \quad (25)$$

Esta expressão obtém o valor dos coeficientes da equação de diferenças (21) segundo o método dos mínimos quadrados, isto é, em tese a melhor aproximação possível para tais valores. Este resultado corresponde à identificação “caixa preta” do sistema uma vez que nenhuma restrição foi imposta aos elementos do Vetor θ . Uma outra expressão, mais com-

plexa, inclui a possibilidade de adicionar restrições ao problema (Aguirre, 2007):

$$\hat{\theta}_R = \hat{\theta} - \Psi' \Psi S' [S \Psi' \Psi S']^{-1} (S \hat{\theta} - C) \quad (26)$$

onde S é uma matriz $n \times 5$ e C um vetor $n \times 1$. As restrições sobre os coeficientes de (20) são dadas por:

$$S \hat{\theta} = C \quad (27)$$

No caso do uso das restrições (23) e fixação do zero por (22), teremos:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 - zT & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 + zT \end{bmatrix} \quad (28)$$

5.1 Resultados

O método de identificação no domínio do tempo amostrado, foi testado com resultados aceitáveis em 5 conjuntos de dados adquiridos diretamente do kit de levitação magnética, todos utilizando compensador PD digital e excitação com sinal PRBS:

- A) Canal y, $z=40$, $K_c=0.20$, com apoio, 2 canais func.
- B) Canal x, $z=40$, $K_c=0.20$, com apoio, 2 canais func.
- C) Canal x, $z=28.6$, $K_c=0.20$, levit., 2 canais func.
- D) Canal x, $z=40$, $K_c=0.20$, levit., 2 canais func.
- E) Canal x, $z=40$, $K_c=0.20$, com apoio, 1 canal func.

Nos conjuntos C) e D) o rotor levita completamente e nos outros é utilizado um apoio na extremidade inferior do rotor para diminuir as oscilações em outros graus de liberdade. No conjunto E) o apoio é reforçado para permitir o desligamento de 1 dos canais.

Os testes mostraram que o ganho DC de malha aberta $K_c K_{ifsr}$ não é identificado corretamente sem o uso de restrições. Este ganho é fundamental para a avaliação correta dos outros parâmetros, o que motivou o desenvolvimento de uma expressão de correção para o ganho de malha aberta. Como o sinal de entrada é binário e o sistema de malha fechada é supostamente estável, quando um dos níveis de entrada permanece fixo por um tempo suficientemente longo, teremos a partir da equação de diferenças (21),

$$y_{reg} = a_2 y_{reg} + a_1 y_{reg} + d u_{reg} + (c_2 - d a_2) u_{reg} + (c_1 - d a_1) u_{reg}$$

$$G_{dc} = \frac{\Delta y_{reg}}{\Delta u_{reg}} = \frac{d + c_2 - d a_2 + c_1 - d a_1}{1 - a_2 - a_1} \quad (29)$$

que com o uso das restrições (23) fornece:

$$G_{dc} = \frac{\Delta y_{reg}}{\Delta u_{reg}} = \frac{4d + 2a_1 + 2}{1 - a_2 - a_1} \quad (30)$$

Os parâmetros a_1 e a_2 correspondem à resposta natural do sistema (independente da entrada) enquanto que d , é relativo à resposta forçada. Portanto, medindo Δy_{reg} , Δu_{reg} e usando a expressão (30) um novo valor para o parâmetro d pode ser calculado, d_{corr} . O uso de d_{corr} nas expressões (22) permite a obtenção da

chamada correção posterior. O valor exato de $K_c K_{ifsr}$ pode ser obtido a partir da medição do ganho DC:

$$G_{dc} = \frac{\Delta y_{reg}}{\Delta u_{reg}} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{mf} = \frac{-K_c K_{ifsr}}{K_c K_{ifsr} - 1} \quad (31)$$

Na tabela 5 estão resumidos os resultados, onde foi utilizado o sinal de saída original obtido por um osciloscópio digital mas a amplitude do sinal de entrada binário foi ajustada para fornecer $K_{ifsr} = 82$. Em todos os conjuntos z foi forçado para o valor correto através de uma restrição formada a partir da expressão de z em (22). Da mesma forma, duas outras restrições foram formadas para garantir a correção das expressões em (23). Na penúltima coluna da Tabela 5 é utilizado o procedimento de correção posterior descrito acima para o cálculo de ω_r e na última coluna, foi introduzida uma restrição adicional para forçar $K_c K_{ifsr} = 0,20 \times 82 = 16,4$.

Tabela 5 - Cálculo ω_r no domínio do tempo amostrado ($T=1ms$)

Conj	z	K_c	K_{ifsr}	ω_r post	ω_r rest
A	40	0,20	82	11,90	9,15
B	40	0,20	82	11,04	8,18
C	28,6	0,20	82	11,53	15,80
D	40	0,20	82	12,35	14,48
E	40	0,20	82	11,36	12,85
média				11,64	12,09

É interessante observar que a correção posterior forneceu resultados com menor dispersão em relação à média, o que é um tanto surpreendente pois os resultados da última coluna deveriam ser os melhores. Em geral os resultados ainda não são tão bons como a identificação senoidal, mas já servem como uma segunda validação da identificação.

A Figura 6 mostra um trecho do sinal adquirido, bem como a correspondente identificação pelo MMQ (eq. 25) e pelo MMQ com restrições (eq. 26). Nota-se que o método com restrições produz, por imposição do ganho $K_c K_{ifsr}$ e do zero, uma resposta mais rápida. Esta diferença pode ser atribuída à utilização de um modelo simplificado, que considera apenas um grau de liberdade do processo.

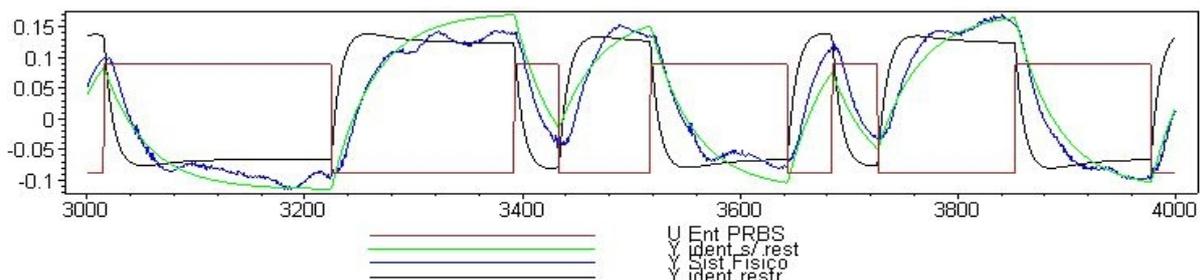


Figura 6. Trecho de sinais do conjunto C (t em msec)

6 Conclusão

O Kit de Levitação Magnética foi desenvolvido para suprir uma deficiência dos laboratórios de ensino na Universidade de Brasília. Inicialmente imaginava-se que a identificação dos parâmetros do kit seria fácil pois as não-linearidades clássicas em kits de servo-mecanismos, como a zona morta, seriam evitadas, como realmente aconteceu, porém outros problemas dificultam o trabalho dos alunos de graduação e ao mesmo tempo se tornam um bom desafio para a pesquisa. Neste trabalho obtivemos resultados razoáveis na identificação dos parâmetros do kit através de um método simples e adequado ao laboratório ensino de graduação, entretanto, para aperfeiçoar o processo é necessário um aprofundamento no estudo dos vários efeitos dinâmicos inerentes à levitação de um objeto físico. Desta forma, mesmo com a sua simplicidade de construção, o kit se mostra adequado também ao ensino no nível de pós-graduação e à pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L.A. (2007): Introdução à Identificação de Sistemas, 3a ed, Editora UFMG
- Coelho, M. A. E., (2012). “Kit para Levitação Magnética com ímãs permanentes”. Congresso Brasileiro de Automação, Campina Grande-PB.
- Earnshaw, Samuel (1842). “On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether”. Trans. Camb. Phil. Soc. 7: 97–112.
- Galvão, R. K. H.; Yoneyama, T.; Araújo F. M. U.; Machado, R. G. (2003). “A Simple Technique for Identifying a Linearized Model for a Didactic Magnetic Levitation System”. IEEE Transactions on Education, vol. 46, no. 1, Feb.2003, 22-25.
- Lennart Ljung (1999): System Identification - Theory For the User, 2nd ed, PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- Nise, N. S. (2002) Engenharia de Sistemas de Controle. 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos S. A.
- Vasconcelos Jr, C.A.V., Schnitman, L.(2010): “Implementação de Técnicas para o Controle de um Sistema de Levitação Magnética”, XVIII Congresso Brasileiro de Automática, 2485-2491.