

# UMA ABORDAGEM NO CONTROLE SUPERVISÓRIO DESCENTRALIZADO UTILIZANDO REDES DE PETRI COLORIDAS

F. A. DE ALENCAR MENEZES<sup>1</sup>, GIOVANNI C. BARROSO<sup>2</sup>

1. *Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará*  
*Campus do Pici S/N, bloco 928, sala 39*  
*E-mail: [alencarmenezes@gmail.com](mailto:alencarmenezes@gmail.com)*

2. *Departamento de Física, Universidade Federal do Ceará*  
*Campus do Pici S/N, bloco 928, sala 39*  
*E-mail: [gcb@fisica.ufc.br](mailto:gcb@fisica.ufc.br)*

**Abstract** — This paper presents an approach for decentralized supervisory control for discrete event systems, based on the decomposition of color on coloured Petri nets. Thus, it is proposed a problem where supervisors independent and not in conflict are obtained from the colors associated with different variables in the incidence matrix of these Petri nets. In this case, the theoretical focus it is on the admissibility of these supervisors defined from a centralized supervisor considering the topology of the coloured Petri nets.

**Keywords** — Supervisory control, decentralized supervisor, coloured Petri nets, discrete event systems.

**Resumo** — Este artigo apresenta uma abordagem sobre supervisão descentralizada para sistemas a eventos discretos, baseado na decomposição de cores em redes de Petri coloridas. Assim, propõe-se um problema onde os supervisores independentes e não conflitantes são obtidos a partir das cores associadas a diferentes variáveis na matriz de incidência dessas redes de Petri. Neste caso, o foco teórico é de admissibilidade destes supervisores definidos a partir de um supervisor centralizado considerando a topologia das redes de Petri coloridas.

**Palavras-chave** — Controle supervisório, supervisor descentralizado, redes de Petri coloridas, sistemas a eventos discretos.

## 1 Introdução

No contexto dos sistemas a eventos discretos (SED), a descentralização de supervisores tem sido uma necessidade quando se trata de sistemas distribuídos. Tais estudos são descritos utilizando modelos com autômatos como ferramenta para a teoria de controle supervisório (Lin and Wonham W., 1990), alguns trabalhos referendados aqui utilizam redes de Petri (RP) como suporte à descentralização de supervisores. Nesse trabalho faz-se uma abordagem com as redes de Petri coloridas (RPC), ver (Jensen, and Kristensen, 2009), estendendo a teoria dos invariantes de lugar de (Moody and Antsaklis, 1998), apresentada por (Menezes, and Barroso, 2011) e (Menezes, Barroso, and Prata, 2012). Usando RPC como ferramenta é possível investigar o comportamento do sistema modelado utilizando simulação, a fim de verificar as propriedades, o modelo e realizar análise de desempenho baseado em simulação. Para tais observações é utilizado o soft CPN Tools (Jensen, Kristensen and Wells, 2007), cuja interação com o usuário é baseada na manipulação direta da representação gráfica do modelo em RPC usando técnicas tais como paletas de ferramentas e menus de marcação. Na Seção 2 são relacionados trabalhos correlatos como referências para a teoria envolvendo as RP lugar-transição e as RPC, na Seção 3 faz-se o esboço da teoria e método de descentralização de supervisores, ponto central nesse trabalho e conclui-se na Seção 5 enfatizando a necessidade de mostrar outras

situações mais complexas, teóricas e reais, envolvendo o método.

## 2 Trabalhos relacionados

Em (Luo, 2009), é proposta uma abordagem de controle descentralizado baseado na decomposição estrutural de RP. O autor concentra-se na classe de problemas de controle das restrições generalizadas mutuamente excludentes (GMEC), que impõe restrições de controle em redes de Petri lugar-transição através da síntese de monitores. Os autores em (Cabasino et al., 2013) propõem uma abordagem para o diagnóstico de Redes de Petri em um ambiente descentralizado, que combina o sistema descentralizado para autômatos com a abordagem de diagnóstico para redes de Petri. A arquitetura descentralizada usada é composta por um conjunto de locais que comunicam as suas informações sobre o diagnóstico com um coordenador que é responsável por detectar a ocorrência de falhas no sistema. Os autores apresentam em (Gasparri et al, 2011), um problema de controle descentralizado de uma rede de Petri através da colaboração entre supervisores. A comunicação é disponibilizada mas limitada, ou seja, os supervisores são acessíveis um ao outro levando-se em conta um determinado raio  $r$ , como parâmetro para a comunicação. Além disso, é mostrada uma condição suficiente para alcançar admissibilidade descentralizada observando a topologia da RP. O trabalho dos autores em (Iordache and Antsaklis, 2006) estende-se a resulta-

dos sobre a supervisão descentralizada com RP lugar-transição, embora incidindo sobre a extensão da supervisão baseada em invariantes de lugar (SBPI), a abordagem proposta é mais geral e pode ser aplicada a outros tipos de supervisão. No trabalho descrito em (Makungu, Barbeau, and St-Dennis, 1999), os autores apresentam uma contribuição no sentido de reduzir a complexidade de problemas de controle de SED, através da proposição de um algoritmo, dedicado às redes de Petri coloridas com número finito de cores e  $k$ -limitadas. A ideia básica do algoritmo em questão é reduzir o número de marcações a ser examinado através do agrupamento dos componentes que se comportam da mesma maneira dentro de uma classe equivalente. (Martin, 2012), trata da utilização de RP para a modelagem de tipo específico de controle de sistemas dinâmicos, o qual reduz o comportamento inadequado destes sistemas. Um modo para influenciar o comportamento do sistema é uma realimentação adequada que previne o aparecimento de condições adversas. O artigo apresenta os resultados sobre o controle de auto-realimentação em supervisores utilizando RP lugar-transição. Em seu trabalho, os autores em (Moody and Antsaklis, 2000) mostram a técnica de síntese do supervisor para as plantas de RP com transições não controláveis e não observáveis. A abordagem baseia-se no conceito de invariantes de lugar das RP lugar-transição, uma consequência de (Moody and Antsaklis, 1998).

Este trabalho é fundamentado na teoria descrita em (Menezes e Barroso, 2011) e (Menezes, Barroso e Prata, 2012). Nesse caso, a decomposição de cores associadas a variáveis em uma RPC, método denominado Restrições de Controle sobre Cores Decompostas (RCCD) é apresentada em (Menezes, Barroso, and Prata, 2012), como extensão de (Moody and Antsaklis, 1998), uma proposta para síntese de supervisores utilizando RP. Nesse caso, na aplicação a uma rede que apresente diferentes conjuntos de cores associados a diferentes lugares e expressões de arcos compostas por variáveis distintas, pode-se definir as especificações como um só conjunto, sem nenhum prejuízo para o sistema modelado. Assim, o controlador resultante agrega toda ação dos lugares de controle (Supervisores), podendo-se impor arcos de incidência a uma mesma transição, de entrada e/ou saída, sob ação de variáveis distintas. Esse fato decorre da identificação dos conjuntos de cores por diferentes variáveis, no processo de separação dessas variáveis, quando na decomposição da matriz de incidência. Dessa forma, a matriz  $\mathcal{L}$ , que assinala as transições que sofrem restrições determina controladores relativos aos conjuntos de cores, distintamente, segundo cada variável.

Em particular, seguindo a fundamentação matemática, propõe-se a ampliação da proposta inicial em RP lugar-transição para RPC, explorando a decomposição da matriz de incidência da RPC a fim de definir supervisores não conflitantes, nos contextos abordados. Assim, em uma rede que apresente diferentes

conjuntos de cores associados a diferentes lugares e expressões de arcos compostas por variáveis distintas, pode-se definir supervisores descentralizados a partir de um supervisor central considerando a modelagem por RPC, uma sequência de (Menezes e Barroso, 2011).

### 3 Método para descentralização de supervisores utilizando RPC

#### 1.1 Notações

Segundo (Menezes, Barroso e Prata, 2012), um lugar em uma RPC pode conter fichas de diferentes cores, as quais podem ou não sofrer restrições, independentemente. Nesse caso, pode-se definir dois subconjuntos de fichas, denominados:

- $(b)$  *fichas de restrições*, que são as fichas que estão submetidas a alguma restrição.
- $(\hat{b})$  *fichas complementares de fluxo*, que são as fichas do conjunto que não sofrem restrições.

Dessa forma, segundo (Menezes, Barroso e Prata, 2012), para  $k$  cores e  $r$  restrições para um dado modelo RPC tem-se:

$$(b + \hat{b}) - \mathcal{L}M_0 \geq 0 \quad (1)$$

em que  $\hat{b}$  é a matriz das *fichas complementares de fluxo*, do mesmo tipo de cada restrição imposta ao sistema. Assim, tem-se que, existe  $M_{C_0} \geq 0$ , tal que,

$$M_{C_0} = (b + \hat{b}) - \mathcal{L}M_0 \quad (2)$$

Daí, defini-se que:

- $b = (b_i)$  é a matriz  $r \times 1$  das restrições impostas à rede e  $b_i$  é a  $i$ -ésima restrição, tal que,  $1 \leq i \leq r$ . Se  $b_i$  não é uma restrição então  $b_i = 0$ .

$$b = (b_i)_{r \times 1} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_r \end{pmatrix} \quad (3)$$

- $\hat{b} = (\hat{b}_i)$  é a matriz  $r \times 1$  dos conjuntos das *fichas complementares de fluxo* da rede relativas a  $b_i$  e  $\hat{b}_i$  é o  $i$ -ésimo conjunto das *fichas complementares de fluxo* da rede (fichas de cores diferentes) relativas a  $b_i$ . Se  $\hat{b}_i$  é relativa a  $b_i = 0$ , então  $\hat{b}_i = 0$ .

$$\hat{b} = (\hat{b}_i)_{r \times 1} = \begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{b}_r \end{pmatrix} \quad (4)$$

- $\mathcal{L}$  é a matriz composta por  $r$  vetores  $(L_{1 \times m})_i$  em que cada  $(L_{1 \times m})_i = 1$  define o(s)  $m$ -ésimo(s) lugar(es) relativo(s) à(s)  $i$ -ésima(s) restrição(ões). Caso  $b_i = 0$ , então  $\mathcal{L} = (L_{1 \times m})_i = 0$ .

$$[(L_{1 \times m})_i]_{r \times m} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_r \end{pmatrix} \quad (5)$$

- $M_0$  é a marcação inicial da RPC.

$$M_0 = [M_0(p_j)]_{m \times 1} = \begin{pmatrix} M_0(p_1) \\ M_0(p_2) \\ \vdots \\ M_0(p_m) \end{pmatrix} \quad (6)$$

- $M_{C_0}$  é a marcação inicial do supervisor.

$$M_{C_0} = (M_{C_{0i}})_{r \times 1} = \begin{pmatrix} M_{C_{01}} \\ M_{C_{02}} \\ \vdots \\ M_{C_{0r}} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Tomando  $B = b + \hat{b}$  segue-se que:

$$M_{C_0} = B - \mathcal{L}M_0 \quad (8)$$

a marcação inicial do supervisor. Dessa forma, a matriz  $B$ , que apresenta as restrições  $b_i$  somadas com as *fichas complementares de fluxo*  $\hat{b}_i$ , inerentes a cada uma delas, respectivamente, é dada por:

$$B = (B_i)_{r \times 1} = \begin{pmatrix} b_1 + \hat{b}_1 \\ b_2 + \hat{b}_2 \\ \vdots \\ b_r + \hat{b}_r \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Note que cada  $\hat{b}_i$  é um conjunto de fichas, complementar de  $b_i$ . Assim:

$$M_{C_0} = \begin{pmatrix} b_1 + \hat{b}_1 \\ b_2 + \hat{b}_2 \\ \vdots \\ b_r + \hat{b}_r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{C_{01}} \\ M_{C_{02}} \\ \vdots \\ M_{C_{0r}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Donde conclui-se que:

$$M_{C_0} = B - \mathcal{L}M_0 \Leftrightarrow B - \mathcal{L}M_0 \geq 0 \quad (11)$$

Em (Menezes, Barroso e Prata, 2012), seguindo a separação de variáveis pela decomposição da matriz  $C$ , de referência de incidência da RPC, obtém-se a matriz  $C_C$ , de incidência do supervisor, tal que,

$$C_C = -\mathcal{L}C = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 t_1 & \cdots & p_1 t_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_m t_1 & \cdots & p_m t_n \end{pmatrix}, \quad (12)$$

em que  $p_i t_j$  representa o peso do arco que liga o lugar  $p_i$  à transição  $t_j$ .

## 1.2 Fundamento matemático na definição de supervisores centralizados e descentralizados utilizando RPC

A Proposição 1 mostra como obter a marcação inicial e a matriz de incidência de um supervisor, dadas

especificações associadas a cores em uma RPC. Note-se que as restrições impostas ao sistema modelado pertencem a um mesmo conjunto.

**Proposição 1** Dada uma RPC com conjuntos de cores, representados por variáveis distintas, sejam  $B_i$  e  $M_0$ , a matriz das restrições com as relativas fichas complementares de fluxo e a marcação inicial da rede, então a marcação inicial e a matriz de incidência dos supervisores centralizados são, respectivamente,

$$\mathcal{M}_0 = \sum_{i=1}^r B_i + \mathcal{L}_i M_0, \quad (13)$$

$$\mathcal{H} = -\left(\sum_{i=1}^r \mathcal{L}_i\right)C. \quad (14)$$

**Prova** Considere  $b$  e  $M_0$ , respectivamente admissíveis, então  $\mathcal{L}M_0 \leq b$  (Moody and Antsaklis, 1998). Assim:

$$\mathcal{L}M_0 \leq b \Rightarrow \mathcal{L}M_0 \leq b + \hat{b} \Rightarrow \mathcal{L}M_0 \leq B \quad (15)$$

Sem perda de generalidade, pode-se considerar que

$$\mathcal{L}_1 M_0 + M_C = B_1, \quad (16)$$

$$\mathcal{L}_2 M_0 + M'_C = B_2. \quad (17)$$

Com efeito, somando tem-se

$$(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2)M_0 + (M_C + M'_C) = B_1 + B_2, \quad (18)$$

o que implica,

$$\mathcal{M}_0 = M_C + M'_C = (B_1 + B_2) - (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2)M_0. \quad (19)$$

Tomando  $i = 1 : r$  obtém-se (13).

Além disso, seja ,

$$C_C = -\begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \mathcal{L}_2 \end{pmatrix}C, \quad (20)$$

a matriz de incidência dos supervisores em hipótese. No contexto, a rede possui variáveis distintas para representar os diferentes conjuntos de cores então cada coordenada nos  $L_i$  são identificadas distintamente. Assim, a matriz de incidência dos supervisores centralizados é dada por

$$\mathcal{H} = -(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2)C. \quad (21)$$

Fazendo  $i = 1 : r$  obtém-se (14). ■

A seguir mostra-se, na Proposição 2, uma extensão para RPC do Teorema proposto por (Moody and Antsaklis, 1998) para redes de Petri ordinárias. Além disso, é também uma particularidade da Proposição 1, onde se estabelece, individualmente, a matriz de incidência e a marcação inicial de cada controlador associado a cada restrição imposta, modelando a descentralização do supervisor.

**Proposição 2** Dada a expressão

$$B - \mathcal{L}M_0 \geq 0 \quad (22)$$

o supervisor, da RPC a ser controlada, terá marcação inicial  $M_{C_0}$ .

**Prova** *i)* Por hipótese, considere que a inequação (22) é verdadeira. Tomando  $\hat{b} \geq 0$  (o conjunto das *fichas complementares de fluxo* relativas a  $b$ ), obtém-se:

$$B \geq \mathcal{L}M_0 \quad (23)$$

Nesse caso, existe  $M_{C_0} \geq 0$ , tal que,

$$B = M_{C_0} + \mathcal{L}M_0, \quad (24)$$

o que implica em (22).

*ii)* Por outro lado, supondo por absurdo, que (22) é falsa, então:

$$B < \mathcal{L}M_0, \quad (25)$$

daí tem-se que,

$$b + \hat{b} < \mathcal{L}M_0 \quad (26)$$

o que implica,

$$b \leq \mathcal{L}M_0 \quad (27)$$

Como  $\mathcal{L}M_0 > 0$  tem-se que:

$$b - \mathcal{L}M_0 < 0 \quad (28)$$

um absurdo, pois contraria que  $b - \mathcal{L}M_0 \geq 0$  de (Moody and Antsaklis, 1998). ■

### 1.3 Contexto da descentralização de supervisor utilizando RPC

#### A) Supervisor centralizado

Considere a RPC com dois conjuntos de cores distintos, onde um mesmo conjunto de cores é representado por duas variáveis, na Figura 1, apresentada em (Menezes, Barroso e Prata, 2012).

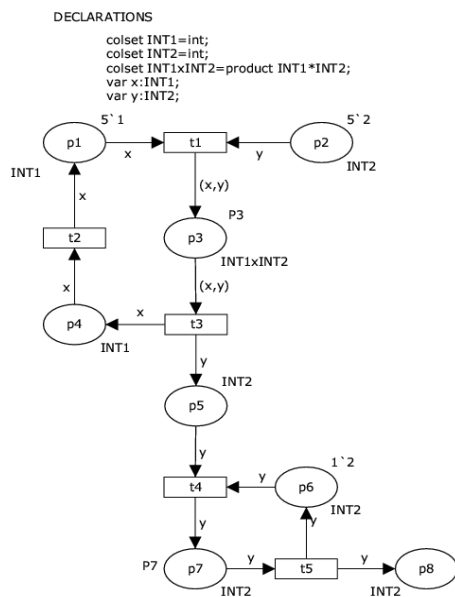


Figura 1: RPC não controlada com conjuntos de cores diferentes com variáveis distintas associadas aos arcos.

Nesse caso, o supervisor centralizado é associado ao lugar de controle  $p_{cr}$ , Figura 2, o qual assume a supervisão total requerida, considerando as especificações:

$$M(p_3) + M(p_4) \leq 1'1, \quad (29)$$

$$M(p_3) + M(p_6) \leq 2'2. \quad (30)$$

Nesse caso, da RPC não controlada da Figura 1, segundo (Menezes, Barroso, and Prata, 2012), tem-se a matriz de incidência  $D$  em (31), de onde as matrizes de incidência de referência em relação às variáveis  $x$  e  $y$  são obtidas pela decomposição de  $D$ , respectivamente, em (32) e (33).

$$D = \begin{pmatrix} -1(x) & 1(x) & 0 & 0 & 0 \\ -1(y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1(x,y) & 0 & -1(x,y) & 0 & 0 \\ 0 & -1(x) & 1(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1(y) & -1(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1(y) & 1(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1(y) & -1(y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1(y) \end{pmatrix}, \quad (31)$$

$$C^x = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$C^y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Como a marcação inicial da RPC não controlada é

$$M_0 = \begin{pmatrix} 5'1 \\ 5'2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1'2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

e a matriz indicadora dos lugares que sofrem restrições é

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Nesse caso, a matriz de incidência do supervisor desejado é

$$C_C = -\mathcal{L}C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

No contexto, tem-se que:

$$B = \begin{pmatrix} 1^1 + 0 \\ 2^2 + 0 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Note-se que não existem *fichas complementares de fluxo* relacionadas às restrições impostas. Assim,

$$M_{C_0} = B - \mathcal{L}M_0 = \begin{pmatrix} 1^1 \\ 2^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1^1 \\ 1^2 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

Para definir o supervisor resultante, definido pelo lugar de controle  $pcr$ , da Figura 2, deve-se estabelecer o conjunto de restrições nos lugares já determinados, tal que,

$$M(p_3) + M(p_4) + M(p_6) \leq 1^1 + 2^2 \quad (39)$$

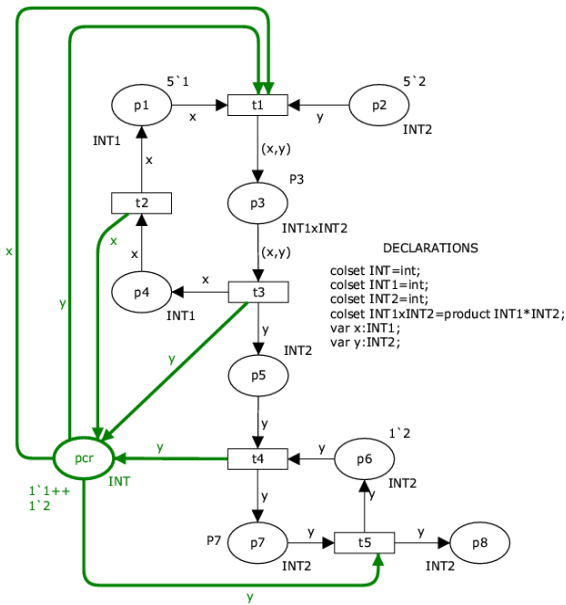


Figura 2: RPC controlada pelo supervisor  $pcr$ .

Note-se que, na união das especificações em (39), não se repete o lugar  $p_3$ , o qual faz parte de (29) e (30). Ocorrendo a repetição de  $p_3$ , seria como se tivéssemos um lugar a mais na rede que traria uma “re-incidência” sobre a transição relativa à especificação imposta. Nesse caso, elimina-se a ação conflitante dos controladores transformando as especificações (29) e (30) numa especificação única (39).

Seguindo a Proposição 1, tem-se a matriz de incidência de fusão  $\mathcal{H}$  que define o supervisor  $pcr$ , tal que:

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (40)$$

A marcação inicial  $\mathcal{M}_0$  do supervisor  $pcr$  é dada por (41).

Pela equação (40) pode-se notar que o supervisor  $pcr$  resultante será entrada para a transição  $t_1$  duas vezes, obviamente com  $x$  e com  $y$ , será entrada para a transição  $t_5$  e será saída para as transições  $t_2, t_3$  e  $t_4$ . O cálculo em (41) mostra que a marcação inicial em

$pcr$  terá uma ficha da cor 1 e duas fichas da cor 2. Dessa forma, o supervisor associado ao lugar  $pcr$  assume a ação de controle imposta ao sistema simulado pela RPC na Figura 1.

$$\mathcal{M}_0 = [(1^1 + 0) + (2^2 + 0)] - \begin{pmatrix} 5^1 \\ 5^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (1^1 + 1^2). \quad (41)$$

### B) A descentralização do supervisor

Na Figura 3 apresentam-se os controladores associados aos lugares  $pc_5$  e  $pc_6$ , definidos pela separação das variáveis  $x$  e  $y$  que acontece pela decomposição das matrizes (35), (36) e (37).

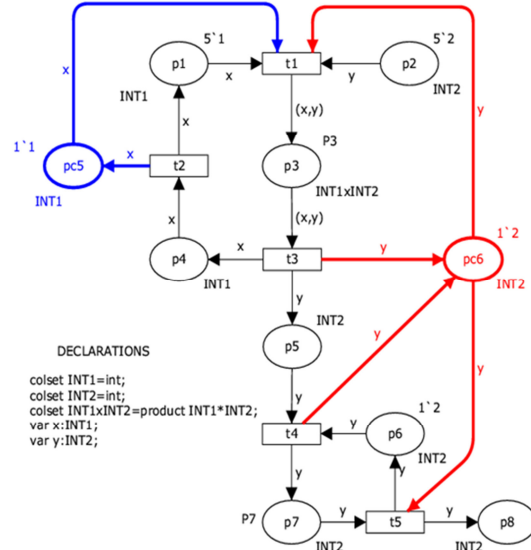


Figura 3: RPC controlada por supervisor descentralizado.

Nesse caso, cada linha, correspondente uma a uma, está associada a uma restrição imposta ao sistema e consequentemente, define os controladores  $pc_5$  e  $pc_6$ , independentes e não conflitantes, os quais assumem a função do supervisor  $pcr$ , sem prejuízo ao sistema controlado. Dessa forma, como se tem o sistema do contexto submetido a duas restrições, (29) e (30), calcula-se  $pc_5$  e  $pc_6$  estabelecendo suas marcações iniciais tomando cada linha em (38) e estabelecendo suas matrizes de incidência tomando cada linha em (36), respectivamente. Assim:

- A marcação inicial e matriz de incidência de  $pc_5$  são, respectivamente,

$$M_{C_0}[pc_5] = (1^1) - (0) = (1^1) \quad (42)$$

$$C_C[pc_5] = -\mathcal{L}C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (43)$$

- A marcação inicial e matriz de incidência de  $pc_6$  são, respectivamente,

$$M_{C_0}[pc_6] = (2\ 2) - (1\ 2) = (1\ 2) \quad (44)$$

$$C_C[pc_6] = -LC = (-1\ 0\ 1\ 1\ -1). \quad (45)$$

#### 4 Conclusão

Este trabalho é uma proposta na modelagem de SED por RPC com a finalidade de descentralizar supervisores utilizando recursos inerentes à topologia das RPC, dando enfoque aos invariantes de lugar. Seguindo a fundamentação matemática nas Proposições 1 e 2, calcula-se, recursivamente, a possibilidade de ampliação da proposta inicial em RP de (Moody and Antsaklis, 1998) e (Moody and Antsaklis, 2000), estendendo para RPC, propondo um método de cálculo para descentralização de supervisores utilizando RPC, explorando a decomposição da matriz de incidência da RPC a fim de definir supervisores que não sejam conflitantes em suas ações utilizando a ferramenta *CPNTools*.

Como trabalho futuro, propõe-se a aplicação da teoria de controle supervísório e da descentralização de supervisores em redes de maior nível de complexidade modelando sistemas reais.

#### Referências

- Cabasino M. P., Giua A., Paoli A., and Seatzu C. (2013). Decentralized Diagnosis of Discrete-Event Systems Using Labeled Petri Nets, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*.
- Gasparri A., Di Paola D., Giua A., Ulivi G. and Naso D. (2011). Consensus-Based Decentralized Supervision of Petri nets. *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, Orlando, FL, USA.
- Iordache M. V. and Antsaklis P. J. (2006). Decentralized Supervision of Petri Nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 2.
- Jensen, K., and Kristensen, L. M. (2009). Coloured Petri Nets. Em *Modelling and Validation of Concurrent Systems* (p. 8). Aarhus: University of Aarhus.
- Jensen K., Kristensen L. M., and Wells L. (2007). Coloured Petri Nets and CPN Tools for modeling and validation of concurrent systems. *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, Volume 9, Issue 3-4, pp 213-254.
- Lin F., Wonham W. M., (1990). Decentralized Control and Coordination of Discrete-Event Systems with Partial Observation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.35, no. 12.
- Luo, J. (2009). Decentralized Control Approach of Petri Nets Based on Net Structure Decomposition Methods. *Computers and Industrial Engineering*, 2009. *CIE 2009. International Conference on. Huaqiao University, China*, p. 1560-1567. E-ISBN: 978-1-4244-4136-5.
- Makungu M., Barbeau M. and St-Dennis R. (1999). Syntheses of Controllers of Processes Modeled as Colored Petri nets. *Discrete event dynamic systems: Theory and Applications*, v.9, p. 147-169.
- Martin P. (2012). Synthesis of Decentralized Supervisor for Petri Nets Using Decomposition with Overlapping Places. *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 6, 2012, no. 124, 6181 – 6194.
- Menezes F. A. A., and Barroso. G. C. (2011). Fusion of Supervisors in Discrete Event Systems Using Coloured Petri Nets. *Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Automatic Control and Computer Science*, Tome LVII (LXI), Fasc. 4, 2011.
- Menezes, F. A. A., Barroso, G. C., & Prata, B. (2012). Restrições de controle sobre cores decompostas: uma proposta no controle supervísório de sistemas a eventos discretos utilizando redes de petri coloridas. *Revista Controle & Automação/Vol.23 no.3/Maio e Junho*.
- Moody, J., and Antsaklis, P. (1998). *Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri net*. Kluwer Academic Publishers.
- Moody J., and Antsaklis, P., (2000), *Petri Net Supervisors for DES with Uncontrollable and Unobservable Transitions*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 3.