

PROPOSTA DE UM MODELO PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES BASEADO NA LEI DE KIRCHHOFF PARA CORRENTES

CARLOS REZENDE DE PÁDUA JÚNIOR*, ANDRÉ LUIZ MIYAHARA TAKAHASHI*, MARCOS AMORIELLE FURINI†, PERCIVAL BUENO DE ARAUJO*

* *Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP
Avenida Brasil, 56, Centro, 15385-000 - Ilha Solteira, SP*

† *Instituto Federal de São Paulo “Campus Votuporanga”, IFSP
Avenida Jerônimo Figueira da Costa, 3014, Pozzobon, 15503-110 - Votuporanga, SP*

Emails: carlos.junior@unemat.br, andre.miyahara@yahoo.com, furini.marcos@gmail.com, percival@dee.feis.unesp.br

Abstract— The main objective of this paper is to present the development and validation of a mathematical model for the analysis of small-signal stability based on Kirchhoff’s Current Law. This model will be called Current Sensitivity Model and it will be applied in the analysis of multimachine systems. Through modal analysis, or analysis of eigenvalues of matrix states and their respective coefficients of damping and oscillation frequency is intended to validate the Current Sensitivity Model by comparison with the results obtained by Power Sensitivity Model.

Keywords— Current Sensitivity Model. Power Sensitivity Mode. Small disturbance stability. Modal Analysis. Power Electric Systems.

Resumo— O principal objetivo deste trabalho é apresentar o desenvolvimento matemático e a validação de um modelo para análise de estabilidade a pequenas perturbações baseado na Lei de Kirchhoff para correntes. Tal modelo será denominado de Modelo de Sensibilidade de Corrente e o mesmo será aplicado na análise de sistemas multimáquinas. Através de análise modal, ou seja, análise dos autovalores da matriz de estados e seus respectivos coeficientes de amortecimento e frequência de oscilação pretende-se validar o Modelo de Sensibilidade de Corrente por meio de comparação com os resultados obtidos pelo Modelo de Sensibilidade de Potência.

Palavras-chave— Modelo de Sensibilidade de Corrente. Modelo de Sensibilidade de Potência. Estabilidade a Pequenas Perturbações. Análise Modal. Sistemas Elétricos de Potência.

1 Introdução

A estabilidade de um Sistema Elétrico de Potência (*SEP*) a pequenas perturbações pode ser estudada a partir de modelos lineares, realizando análises no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Independentemente da análise da estabilidade a pequenas perturbações ser realizada no domínio do tempo ou no domínio da frequência é necessário modelar o *SEP* e que este modelo seja o mais próximo possível da realidade. No caso de sistemas elétricos do tipo “máquina síncrona-barras infinita” o Modelo Linear de Heffron e Phillips (*MHP*) é utilizado há décadas (DeMello and Concordia, 1969), (Larsen and Swann, 1981), (Anderson and Fouad, 1993) e (Kundur, 1994), fornecendo resultados confiáveis. Sua expansão para sistemas multimáquinas pode ser encontrada em (Yu, 1983) e (Chen and Hsu, 1987). O *MHP* apresenta algumas características indesejáveis tais como a necessidade da manutenção do barramento infinito, bem como a eliminação do sistema de transmissão externo (no *MHP* só permanecem explicitamente representadas as barras internas dos geradores). Estas características representam limitações ao modelo, principalmente quando se deseja incluir controladores *FACTS* (Flexible AC Transmission Systems), equipamentos de fundamental importância devido à necessidade, cada

vez maior, de flexibilização do *SEP* (Watanabe et al., 1998), (Hingorani and Gyugyi, 1999), (Song and Johns, 1999).

Com o intuito de superar as limitações inerentes ao *MHP*, e consequentemente facilitar a inclusão de outros dispositivos na modelagem do *SEP*, foi proposto um modelo alternativo, baseado em coeficientes de sensibilidade de potências ativa e reativa, denominado de Modelo de Sensibilidade de Potência (*MSP*) (Deckmann and Costa, 1994), (Ayres, 2005), (Furini, 2008). No *MSP* não existe a necessidade do barramento infinito e o sistema de transmissão externo é preservado. Isto significa que fica facilitada a inclusão de novos modelos de componentes ao *SEP*. Além disso, com a permanência das variáveis algébricas do *SEP*, estas podem ser utilizadas como entrada para algum controlador que possa eventualmente ser agregado ao *SEP*.

Neste trabalho se propõe o estudo e a dedução de um modelo linear para o *SEP* multimáquinas baseado no balanço nodal de correntes (dito de outra forma, baseado na Lei de Kirchhoff das correntes nos nós) que será denominado Modelo de Sensibilidade de Corrente (*MSC*), e que será uma alternativa ao *MHP* e *MSP*. Serão deduzidas suas equações e posterior implementação computacional para se realizar simulações e obter resultados para a análise da estabilidade a pequenas pertur-

bações (são aquelas que perturbam o sistema de tal forma que o sistema pode ser analisado usando equações lineares) do *SEP*, sendo que tais resultados serão comparados com os obtidos pelo *MSP*.

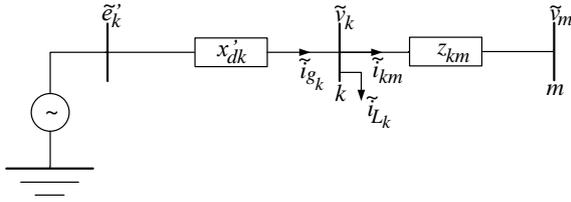
2 Modelo de Sensibilidade de Corrente para Sistemas Multimáquinas

O *MSC* baseia-se na Lei de Kirchhoff para correntes, na qual determina-se que a soma das correntes que “chegam” a um determinado nó do circuito elétrico deve ser igual à soma das correntes que “deixam” este mesmo nó. Este conceito deve ser satisfeito continuamente para todas as barras do *SEP* em qualquer processo dinâmico, sendo aplicado na obtenção das equações algébricas do referido modelo.

2.1 Equações Básicas do *MSC*

Para a dedução do *MSC* considere o diagrama unifilar mostrado na Figura 1 que representa um gerador síncrono ligado a uma barra genérica k e conectado a uma barra m através de uma linha de transmissão de impedância $z_{km} = r_{km} + jx_{km}$.

Figura 1: Diagrama Unifilar do Gerador Síncrono



Considere a tensão terminal de um gerador ligado a uma barra genérica k do *SEP*, expressa no sistema de coordenadas cartesianas (r,m) , equação (1).

$$\begin{aligned} \bar{v}_k &= v_k \angle \theta_k = v_k \cos \theta_k + j v_k \sin \theta_k \\ &= v_{r_k} + j v_{m_k} \end{aligned} \quad (1)$$

Considerando um sistema de coordenadas rotativo (d_k, q_k) acoplado ao rotor do gerador k , a tensão terminal \bar{v}_k pode ser escrita em componentes de eixo direto e eixo de quadratura, como na equação (2), onde δ_k é o ângulo interno do gerador k .

$$\begin{aligned} v_{d_k} &= v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \\ v_{q_k} &= v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \end{aligned} \quad (2)$$

A tensão interna do gerador (\bar{e}') expressa no sistema de coordenadas (d_k, q_k) apresenta as componentes de eixo direto e eixo em quadratura dadas pelas equações (3). Em (Kundur et al., 1981) e (Klein et al., 1991) é definida uma tensão $\bar{E}_{a_k} = E_{a_k} \angle \delta_k$ cujas componentes são mostradas na equação (4).

$$\begin{aligned} e'_{d_k} &= v_{d_k} - x'_{d_k} i_{q_k} \\ e'_{q_k} &= v_{q_k} + x'_{d_k} i_{d_k} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 0 &= v_{d_k} - x_{q_k} i_{q_k} \\ E_{a_k} &= v_{q_k} + x_{q_k} i_{d_k} \end{aligned} \quad (4)$$

Utilizando as equações (3) e (4) são obtidas i_{d_k} e i_{q_k} que são as componentes de eixo direto e eixo em quadratura da corrente injetada na barra k pelo gerador k , expressa no sistema de coordenadas (d_k, q_k) (5).

$$\begin{aligned} i_{d_k} &= \frac{1}{x'_{d_k}} (e'_{q_k} - v_{q_k}) \\ i_{q_k} &= \frac{1}{x_{q_k}} v_{d_k} \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 Fluxos de Correntes no Sistema Multimáquinas

As equações (5) podem ser expressas no sistema de coordenadas (r,m) como mostrado nas equações (6).

$$\begin{aligned} i_{gr_k} &= -\frac{1}{x'_{d_k}} v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k \\ &+ \frac{1}{x_{q_k}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k + \frac{1}{x'_{d_k}} e'_{q_k} \sin \delta_k \\ i_{gm_k} &= \frac{1}{x'_{d_k}} v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k \\ &+ \frac{1}{x_{q_k}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k - \frac{1}{x'_{d_k}} e'_{q_k} \cos \delta_k \end{aligned} \quad (6)$$

Considerando z_{km} a impedância da linha de transmissão entre as barras k e m do *SEP*, a corrente que circula por ela é dada pela equação (7).

$$\bar{i}_{km} = \frac{(\bar{v}_k - \bar{v}_m)}{z_{km}} \quad (7)$$

O desenvolvimento da equação (7) fornece as equações (8), que representam as componentes real e imaginária da corrente na linha de transmissão da barra k à barra m , respectivamente.

$$\begin{aligned} i_{r_{km}} &= G_{km}(v_k \cos \theta_k - v_m \cos \theta_m) \\ &- B_{km}(v_k \sin \theta_k - v_m \sin \theta_m) \\ i_{m_{km}} &= G_{km}(v_k \sin \theta_k - v_m \sin \theta_m) \\ &+ B_{km}(v_k \cos \theta_k - v_m \cos \theta_m) \end{aligned} \quad (8)$$

Considerando uma carga genérica ligada a uma barra k do *SEP*, que consome uma potência complexa $P_k + jQ_k$, a corrente que circula por ela é dada pela equação (9), cujo desenvolvimento fornece as equações (10) que representam a corrente de carga real e imaginária, respectivamente.

$$\bar{i}_k = \left(\frac{\bar{S}_k}{\bar{v}_k} \right)^* \quad (9)$$

$$\begin{aligned} i_{L_{r_k}} &= \frac{(P_k \cos \theta_k + Q_k \sin \theta_k)}{v_k} \\ i_{L_{m_k}} &= \frac{(P_k \sin \theta_k - Q_k \cos \theta_k)}{v_k} \end{aligned} \quad (10)$$

Considerando pequenas variações em torno de um ponto de equilíbrio, a linearização das equações (6), (8) e (10) resulta nas equações (11) à (13) que representam respectivamente a variação da corrente gerada real e imaginário, a variação da corrente na linha de transmissão real e imaginário e a variação da corrente de carga real e imaginário.

$$\begin{aligned}\Delta i_{gr_k} &= R1_{g_k} \Delta e'_{q_k} + R2_{g_k} \Delta \delta_k \\ &+ R3_{g_k} \Delta v_k + R4_{g_k} \Delta \theta_k \\ \Delta i_{gm_k} &= M1_{g_k} \Delta e'_{q_k} + M2_{g_k} \Delta \delta_k \\ &+ M3_{g_k} \Delta v_k + M4_{g_k} \Delta \theta_k\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_{r_{km}} &= R1_{km} \Delta v_k + R2_{km} \Delta \theta_k \\ &+ R3_{km} \Delta v_m + R4_{km} \Delta \theta_m \\ \Delta i_{m_{km}} &= M1_{km} \Delta v_k + M2_{km} \Delta \theta_k \\ &+ M3_{km} \Delta v_m + M4_{km} \Delta \theta_m\end{aligned}\quad (12)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_{L_{r_k}} &= C1_{r_k} \Delta \theta_k + C2_{r_k} \Delta v_k \\ &+ C3_{r_k} \Delta P_k + C4_{r_k} \Delta Q_k \\ \Delta i_{L_{m_k}} &= C1_{m_k} \Delta \theta_k + C2_{m_k} \Delta v_k \\ &+ C3_{m_k} \Delta P_k + C4_{m_k} \Delta Q_k\end{aligned}\quad (13)$$

2.3 Balanço Nodal de Correntes

O balanço nodal de correntes em uma barra genérica k pode ser expresso matematicamente pelas equações (14).

$$\begin{aligned}\Delta i_{gr_k} - \sum_{m \in \Omega_k} \Delta i_{r_{km}} - \Delta i_{L_{r_k}} &= 0 \\ \Delta i_{gm_k} - \sum_{m \in \Omega_k} \Delta i_{m_{km}} - \Delta i_{L_{m_k}} &= 0\end{aligned}\quad (14)$$

Observa-se na Figura 1 que a variação da corrente gerada menos a somatória das variações das correntes entre as barras menos a variação da corrente na carga será igual zero.

2.4 Tensão Interna da Máquina Síncrona no MSC

As variações da tensão interna do gerador síncrono são dadas pela equação (15). Esta equação rege a tensão interna do gerador síncrono (na sua forma incremental) no MSC, que é a mesma do MSP, como pode ser observado em (Deckmann and Costa, 1994).

$$\begin{aligned}T'_{d0_k} \Delta e'_q &= -\frac{x_{d_k}}{x'_{d_k}} \Delta e'_{q_k} + K4_k \Delta \delta_k \\ &+ K5_k \Delta v_k - K4_k \Delta \theta_k + \Delta E_{fd_k}\end{aligned}\quad (15a)$$

$$K4_k = \frac{(x'_{d_k} - x_{d_k})}{x'_{d_k}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k)\quad (15b)$$

$$K5_k = \frac{(x_{d_k} - x'_{d_k})}{x'_{d_k}} \cos(\delta_k - \theta_k)\quad (15c)$$

2.5 Tensão de Campo da Máquina Síncrona no MSC

A equação que fornece as variações da tensão de campo da máquina síncrona no MSC é a mesma equação do MSP, como pode ser vista em (Deckmann and Costa, 1994).

2.6 Equações de Movimento da Máquina Síncrona no MSC

Utilizando a equação de balanço (swing) da máquina síncrona, pode-se observar o comportamento de suas grandezas mecânicas em função das grandezas elétricas (Anderson and Fouad, 1993; Kundur, 1994; Yu, 1983).

Esta equação diferencial é de grau dois e pode ser decomposta em duas equações diferenciais de grau um, cujas formas incrementais são dadas pelas expressões (16) e (17).

$$\Delta \dot{\omega}_k = \frac{1}{M_k} (\Delta P_{km} - \Delta P_{g_k} - D_k \Delta \omega_k)\quad (16)$$

$$\Delta \dot{\delta}_k = \omega_0 \Delta \omega_k\quad (17)$$

Nas equações (16) e (17), ω_0 é a velocidade síncrona (377rad/s, no caso do Brasil), $M_k = 2H_k$ é a constante de inércia da máquina síncrona e D_k é o coeficiente de amortecimento inerente ao sistema elétrico (este termo é normalmente designado por coeficiente de torque de amortecimento e expressa as componentes de torques contrários às oscilações do rotor, relativas as inércias das cargas e sistema de transmissão e distribuição e atritos não considerados) (Kundur, 1994).

Para obter a potência ativa gerada P_{g_k} (equação (19)) utiliza-se a equação da potência complexa $\tilde{S}_{g_k} = P_{g_k} + jQ_{g_k}$ como segue:

$$\tilde{S}_{g_k} = (v_{d_k} + jv_{q_k})(i_{d_k} - ji_{q_k})\quad (18)$$

$$P_{g_k} = v_{d_k} i_{d_k} + i_{q_k} v_{q_k}\quad (19)$$

Linearizando a equação (19) obtém-se a forma incremental da potência ativa gerada P_{g_k} (equação (20)).

$$\begin{aligned}\Delta P_{g_k} &= v_{d_k} \Delta i_{d_k} + v_{q_k} \Delta i_{q_k} \\ &+ i_{d_k} \Delta v_{d_k} + i_{q_k} \Delta v_{q_k}\end{aligned}\quad (20)$$

A linearização das equações tensão terminal no eixo direto k , tensão terminal no eixo em quadratura k e corrente em quadratura k , fornecem as equações (21) à (23).

$$\begin{aligned}\Delta v_{d_k} &= v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \Delta \delta_k \\ &- v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \Delta \theta_k + \sin(\delta_k - \theta_k) \Delta v_k\end{aligned}\quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{qk} = & -v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \Delta \delta_k \\ & + v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \Delta \theta_k + \cos(\delta_k - \theta_k) \Delta v_k \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_{qk} = & v_k \frac{\cos(\delta_k - \theta_k)}{x_{qk}} \Delta \delta_k \\ & + \frac{\sin(\delta_k - \theta_k)}{x_{qk}} \Delta v_k - v_k \frac{\cos(\delta_k - \theta_k)}{x_{qk}} \Delta \theta_k \end{aligned} \quad (23)$$

Substituindo-se as equações diferenciais na equação (20) obtém-se a equação (24) que representa a potência ativa gerada com relação às suas equações diferenciais.

$$\begin{aligned} \Delta P_{gk} = & K1_k \Delta \delta_k + K2_k \Delta e'_{qk} \\ & + K3_k \Delta v_k - K1_k \Delta \theta_k \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\begin{aligned} K1_k = & \frac{1}{x'_{dk}} v_k e'_{qk} \cos(\delta_k - \theta_k) \\ & + \frac{(x'_{dk} - x_{qk})}{x'_{dk} x_{qk}} v_k^2 \cos(2\delta_k - 2\theta_k) \end{aligned} \quad (24b)$$

$$K2_k = \frac{1}{x'_{dk}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \quad (24c)$$

$$\begin{aligned} K3_k = & \frac{1}{x'_{dk}} e'_{qk} \sin(\delta_k - \theta_k) \\ & + \frac{(x'_{dk} - x_{qk})}{x'_{dk} x_{qk}} v_k \sin(2\delta_k - 2\theta_k) \end{aligned} \quad (24d)$$

Substituindo a equação (24) na equação (16) obtém-se as variações da velocidade angular do rotor na sua forma incremental (equação (25)).

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}_k = & \frac{K1_k}{M_k} (\Delta \theta_k - \Delta \delta_k) - \frac{K2_k}{M_k} \Delta e'_{qk} \\ & - \frac{D_k}{M_k} \Delta \omega_k - \frac{K3_k}{M_k} \Delta v_k + \frac{1}{M_k} \Delta P_{km} \end{aligned} \quad (25)$$

2.7 Representação do MSC para Sistemas Multimáquinas no Domínio do Tempo

Com as equações diferenciais da máquina síncrona, (15), (17) e (25) e as equações algébricas (14) é possível representar o sistema multimáquinas através do MSC no domínio do tempo.

Esta representação para um sistema multimáquinas constituído de ng geradores e nb barras (Furini, 2008) é dada pela equação (26).

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \Delta x = & [[\Delta \omega_1 \dots \Delta \omega_{ng}] [\Delta \delta_1 \dots \Delta \delta_{ng}] \\ & [\Delta e'_{q1} \dots \Delta e'_{qn_g}] [\Delta E_{fd1} \dots \Delta E_{fd_{n_g}}]]^t \end{aligned} \quad (26b)$$

$$\begin{aligned} \Delta u = & [[\Delta P_{m1} \dots \Delta P_{m_{ng}}] \\ & [\Delta v_{ref1} \dots \Delta v_{ref_{n_g}}] [\Delta P_{L1} \dots \Delta P_{L_{nb}}] \\ & [\Delta Q_{L1} \dots \Delta Q_{L_{nb}}]]^t \end{aligned} \quad (26c)$$

$$\Delta z = [[\Delta \theta_1 \dots \Delta \theta_{nb}] [\Delta v_1 \dots \Delta v_{nb}]]^t \quad (26d)$$

Nas equações (26) A é a matriz de estados, B é a matriz de entradas, x é o vetor de variáveis de estado, u é o vetor de entradas e z é o vetor de variáveis algébricas. Na equação (27) é mostrado uma forma matricial mais compacta.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} B1 \\ B2 \end{bmatrix} \cdot [\Delta u] \end{aligned} \quad (27)$$

Para representar o sistema multimáquinas na forma de espaço de estado basta fazer a eliminação do vetor das variáveis algébricas Δz , obtendo a matriz de estado A e a matriz de entrada B como nas equações (28).

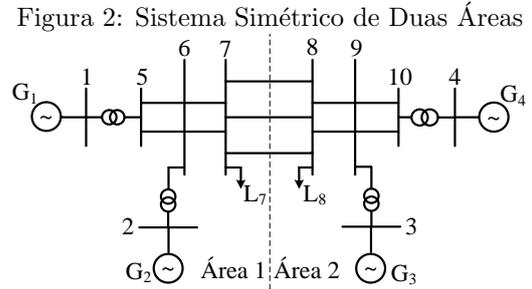
$$A = J1 - J2 \cdot J4^{-1} \cdot J3 \quad (28a)$$

$$B = B1 - J2 \cdot J4^{-1} \cdot B2 \quad (28b)$$

3 Simulações e Resultados

Para a comparação entre o MSC e o MSP foram realizadas simulações em sistemas teste.

O sistema simétrico de duas áreas, cujo diagrama unifilar é mostrado na Figura 2, possui 2 áreas simétricas e é composto por 4 máquinas geradoras e 10 barras. Seus dados completos podem ser encontrados em (Sauer and Pai, 1998).



As simulações realizadas se destinam à avaliação da estabilidade do sistema teste para um determinado ponto de operação, quando da ocorrência de uma pequena perturbação. Esta análise pode ser realizada no domínio do tempo ou no domínio da frequência.

Na Tabela 1 são apresentados os autovalores dominantes (bem como os coeficientes de amortecimento e frequências de oscilação a eles associados) do sistema teste, quando modelado pelo MSC e pelo MSP.

A comparação entre os valores mostrados na Tabela 1 permite concluir que são praticamente os mesmos, tanto quantitativamente quanto qualitativamente, o que equivale a dizer que o MSC é equivalente ao MSP, encontrado em (Deckmann and Costa, 1994). Sendo assim, o MSC é uma alternativa ao MSP ou ao Modelo Linear de Heffron e Phillips, proposto por (DeMello and

Concordia, 1969), ambos os modelos (*MSP* e *MHP*) muito utilizados na literatura para estudo de estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos de potência (Klein et al., 1991) e (Kundur, 1994).

Tabela 1: Autovalores dominantes, Frequência e Coeficientes de Amortecimento para o *MSC* e *MSP*

	Autovalor	ω_n	ξ
MSC	0.0470±4.1750i	0.6635	-0.0112
	-0.2355±6.2961i	1.0020	0.0373
	-0.1583±5.8784i	0.9359	0.0269
MSP	0.0460±4.1382i	0.6587	-0.0111
	-0.2356±6.2956i	1.0026	0.0374
	-0.1585±5.8779i	0.9358	0.0270

Em relação à estabilidade do sistema teste para o ponto de operação considerado, pode-se afirmar que este é instável, independente do modelo utilizado para análise. Além disso, esta instabilidade é causada pelo modo interárea, sendo caracterizada por oscilações de amplitude crescente.

Outro sistema teste analisado é o Sistema Sul, composto por 10 geradores e 45 barras (Minussi, 1990).

Na Tabela 2 são apresentados os autovalores dominantes (bem como os coeficientes de amortecimento e frequências de oscilação a eles associados) do sistema teste, quando modelado pelo *MSC* e pelo *MSP*.

Tabela 2: Autovalores dominantes, Frequência e Coeficientes de Amortecimento para o *MSC* e *MSP*

	Autovalor	ω_n	ξ
MSC	-0.2687±9.6781i	1.5409	0.0277
	-0.1158±9.6159i	1.5305	0.0121
	-0.0289±8.6793i	1.3816	0.0039
	0.1738±8.0698i	0.9993	-0.0156
	0.0988±6.3535i	1.2866	-0.0211
	-0.0150±7.6939i	1.2250	0.0018
	0.1249±7.2824i	1.1732	-0.0156
	0.0885±6.7857i	1.1239	-0.0056
	0.0329±7.0513i	1.0801	-0.0138
MSP	-0.2623±9.6782i	1.5409	0.0271
	-0.1120±9.6155i	1.5305	0.0116
	-0.0269±8.6784i	1.3812	0.0031
	0.1715±8.0573i	1.2826	-0.0213
	0.0838±6.1661i	0.9815	-0.0136
	-0.0125±7.6730i	1.2212	0.0016
	0.1194±7.2562i	1.1550	-0.0164
	0.0847±6.7135i	1.0686	-0.0126
	0.0322±6.9301i	1.1030	-0.0046

A comparação entre os valores mostrados do *MSC* e do *MSP* na Tabela 2 permite concluir que são novamente idênticos, validando o modelo para sistemas elétricos distintos. Em relação à estabilidade do sistema teste para o ponto de operação considerado, pode-se afirmar que este é instável seja analisado pelo *MSP*, seja analisado pelo *MSC*.

4 Conclusões

Este trabalho apresentou um modelo linear para o sistema de potência multimáquinas baseado no balanço modal de correntes: *MSC*. Para a validação do modelo desenvolvido foram realizadas

simulações em dois sistemas teste e os resultados obtidos foram comparados com os resultados providos do *MSP*. Das comparações efetuadas concluiu-se que os modelos são equivalentes, fornecendo os mesmos resultados. Sendo assim, o *MSC* é uma alternativa ao *MSP* e ao *MHP* para o estudo da estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos de potência.

Referências

- Anderson, P. and Fouad, A. A. (1993). *Power system control and stability*, IEEE Power Systems Engineering Series, United states of America.
- Ayres, H. M. (2005). Aplicação do controlador upfc para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência, *Mestrado*, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
- Chen, C. L. and Hsu, Y. Y. (1987). Coordinated synthesis of multimachine power system stabilizer using an efficient decentralized modal control (dmc) algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems* **2**(3): 543–550.
- Deckmann, S. M. and Costa, V. F. A. d. (1994). Power sensitivity model for electromechanical oscillation studies, **9**.
- DeMello, P. F. and Concordia, C. (1969). Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control, **88**(4): 316–329.
- Furini, M. A. (2008). Estudo da estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos de potência multimáquinas sob a ação dos controladores facts tcsc e upfc, *Mestrado*, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica).
- Hingorani, N. G. and Gyugyi, L. (1999). *Understanding FACTS*, IEEE Press - John Wiley, New York.
- Klein, M., Rogers, G. J. and Kundur, P. (1991). Fundamental study of inter-area oscillation in power systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **6**(3): 914–921.
- Kundur, P. (1994). *Power system stability and control*, Electric Power Research Institute, United states of America.
- Kundur, P., Lee, D. and Zein El-Din, H. (1981). Power system stabilizers for thermal units, *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on PAS-100*(1): 81–95.
- Larsen, E. V. and Swann, D. A. (1981). Applying power system stabilizers, part i: general concepts, part ii: performance objectives and

tuning concepts, part iii: practical considerations, *IEEE Power Apparatus and Systems PAS-100*(12): 3017–3046.

Minussi, C. R. (1990). *Controle de Segurança Dinâmica em Sistemas de Energia Elétrica*, Doutorado em engenharia elétrica.

Sauer, P. W. and Pai, M. A. (1998). *Power system dynamics and stability*, Prentice Hall, New Jersey.

Song, Y. H. and Johns, A. T. (1999). *Flexible AC transmission systems - FACTS*, The Institution of Electrical Engineers, London.

Watanabe, E. H., Barbosa, P. G., Almeida, K. C. and Taranto, G. N. (1998). Tecnologia facts- tutorial, *SBA Controle & Automação* 9(1): 39–55.

Yu, Y. N. (1983). *Electric Power system dynamic*, Academic Press, New York.

Apêndice A

Coefficientes do Modelo de Sensibilidade de Corrente Multimáquinas

$$R1_{gk} = \frac{\partial i_{grk}}{\partial e'_{qk}} = \frac{1}{x'_{dk}} \sin \delta_k \quad (29)$$

$$R2_{gk} = \frac{\partial i_{grk}}{\partial \delta_k} = \frac{1}{x'_{dk}} e'_{qk} \cos \delta_k + \frac{(x'_{dk} - x_{qk})}{x'_{dk} x_{qk}} v_k \cos(2\delta_k - \theta_k) \quad (30)$$

$$R3_{gk} = -\frac{1}{x'_{dk}} \cos(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k + \frac{1}{x_{qk}} \sin(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k \quad (31)$$

$$R4_{gk} = -\frac{1}{x'_{dk}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k - \frac{1}{x_{qk}} v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k \quad (32)$$

$$M1_{gk} = \frac{\partial i_{gm_k}}{\partial e'_{qk}} = -\frac{1}{x'_{dk}} \cos \delta_k \quad (33)$$

$$M2_{gk} = \frac{\partial i_{gm_k}}{\partial \delta_k} = \frac{1}{x'_{dk}} e'_{qk} \sin \delta_k + \frac{(x'_{dk} - x_{qk})}{x'_{dk} x_{qk}} v_k \sin(2\delta_k - \theta_k) \quad (34)$$

$$M3_{gk} = \frac{1}{x'_{dk}} \cos(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k + \frac{1}{x_{qk}} \sin(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k \quad (35)$$

$$M4_{gk} = \frac{1}{x'_{dk}} v_k \sin(\delta_k - \theta_k) \cos \delta_k - \frac{1}{x_{qk}} v_k \cos(\delta_k - \theta_k) \sin \delta_k \quad (36)$$

$$R1_{km} = \frac{\partial i_{rkm}}{\partial v_k} = \frac{r_{km} \cos \theta_k + x_{km} \sin \theta_k}{|z_{km}|^2} \quad (37)$$

$$R2_{km} = \frac{v_k(x_{km} \cos \theta_k - r_{km} \sin \theta_k)}{|z_{km}|^2} \quad (38)$$

$$R3_{km} = \frac{-(r_{km} \cos \theta_m + x_{km} \sin \theta_m)}{|z_{km}|^2} \quad (39)$$

$$R4_{km} = \frac{v_m(r_{km} \sin \theta_m - x_{km} \cos \theta_m)}{|z_{km}|^2} \quad (40)$$

$$M1_{km} = \frac{r_{km} \sin \theta_k - x_{km} \cos \theta_k}{|z_{km}|^2} \quad (41)$$

$$M2_{km} = \frac{v_k(r_{km} \cos \theta_k + x_{km} \sin \theta_k)}{|z_{km}|^2} \quad (42)$$

$$M3_{km} = \frac{-(r_{km} \sin \theta_m - x_{km} \cos \theta_m)}{|z_{km}|^2} \quad (43)$$

$$M4_{km} = \frac{-v_m(r_{km} \cos \theta_m + x_{km} \sin \theta_m)}{|z_{km}|^2} \quad (44)$$

$$C1_{rk} = \frac{\partial i_{Lrk}}{\partial \theta_k} = \frac{-P_{Lk} \sin \theta_k + Q_{Lk} \cos \theta_k}{v_k} \quad (45)$$

$$C2_{rk} = \frac{\partial i_{Lrk}}{\partial v_k} = \frac{-P_{Lk} \cos \theta_k - Q_{Lk} \sin \theta_k}{v_k^2} \quad (46)$$

$$C3_{rk} = \frac{\partial i_{Lrk}}{\partial P_{Lk}} = \frac{\cos \theta_k}{v_k} \quad (47)$$

$$C4_{rk} = \frac{\partial i_{Lrk}}{\partial Q_{Lk}} = \frac{\sin \theta_k}{v_k} \quad (48)$$

$$C1_{m_k} = \frac{\partial i_{Lm_k}}{\partial \theta_k} = \frac{P_{Lk} \cos \theta_k + Q_{Lk} \sin \theta_k}{v_k} \quad (49)$$

$$C2_{m_k} = \frac{\partial i_{Lm_k}}{\partial v_k} = \frac{Q_{Lk} \cos \theta_k - P_{Lk} \sin \theta_k}{v_k^2} \quad (50)$$

$$C3_{m_k} = \frac{\partial i_{Lm_k}}{\partial P_{Lk}} = \frac{\sin \theta_k}{v_k} \quad (51)$$

$$C4_{m_k} = \frac{\partial i_{Lm_k}}{\partial Q_{Lk}} = -\frac{\cos \theta_k}{v_k} \quad (52)$$

sendo $R3_{gk} = \frac{\partial i_{grk}}{\partial v_k}$, $R4_{gk} = \frac{\partial i_{grk}}{\partial \theta_k}$, $M3_{gk} = \frac{\partial i_{gm_k}}{\partial v_k}$, $M4_{gk} = \frac{\partial i_{gm_k}}{\partial \theta_k}$, $R2_{km} = \frac{\partial i_{rkm}}{\partial \theta_k}$, $R3_{km} = \frac{\partial i_{rkm}}{\partial v_m}$, $R4_{km} = \frac{\partial i_{rkm}}{\partial \theta_m}$, $M1_{km} = \frac{\partial i_{mkm}}{\partial v_k}$, $M2_{km} = \frac{\partial i_{mkm}}{\partial \theta_k}$, $M3_{km} = \frac{\partial i_{mkm}}{\partial v_m}$ e $M4_{km} = \frac{\partial i_{mkm}}{\partial \theta_m}$.