

CONTROLE EXTREMAL VIA FUNÇÃO DE MONITORAÇÃO APLICADO AO PROBLEMA DE BUSCA DE FONTE

NERITO OLIVEIRA AMINDE*, TIAGO ROUX OLIVEIRA†, LIU HSU*

*Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil

†Departamento de Eng. Eletrônica e Telecomunicações, DETEL/UERJ, Rio de Janeiro, Brasil

Emails: neritooliveira@yahoo.com.br, tiagoroux@uerj.br, liu@coep.ufrj.br

Abstract— This paper addresses the design of an extremum-seeking controller based on monitoring function for a class of uncertain nonlinear systems. We show that it is possible to achieve an arbitrarily small neighborhood of the desired optimal point using only output-feedback. The key idea is the combination of a monitoring function with a norm state observer framework. As an important advantage, the proposed scheme allows to achieve the extremum of a unknown nonlinear mapping for all domain of initial conditions, i.e., the real-time optimization algorithm has global convergence and stability properties. Moreover, experimental results related to the problem of source seeking are presented.

Keywords— Extremum-seeking control, Output-feedback, Nonlinear Systems and Source Seeking.

Resumo— Este artigo apresenta o projeto de um controlador por busca extremal baseado na função de monitoração para uma classe de sistemas não lineares incertos. Mostra-se que é possível alcançar uma vizinhança arbitrariamente pequena do extremo ótimo desejado usando apenas realimentação de saída. A ideia chave é a combinação da função de monitoração e um observador de norma de estado. Uma importante vantagem da estratégia proposta é permitir alcançar o extremo de uma função não-linear desconhecida para quaisquer condições iniciais, isto é, o algoritmo de otimização em tempo real tem propriedades de convergência e estabilidade globais. Além disso, resultados experimentais relativos ao problema de busca de fonte são apresentados.

Palavras-chave— Controle Extremal, Realimentação de Saída, Sistemas Não-lineares e Busca de Fonte.

1 Introdução

O objetivo do controle por busca extremal ou simplesmente controle extremal é determinar e manter o extremo de uma função não-linear desconhecida. A primeira possível publicação a respeito do controle extremal foi feita por Leblanc (1922). Desde então houve um crescimento considerável na busca de novos algoritmos, publicações e aplicações deste método. Na última década, por exemplo, as publicações cresceram aproximadamente oito vezes em relação à década anterior (Tan et al., 2010).

Os algoritmos mais populares para otimização sem restrição utilizam informação da derivada ou do gradiente da função objetivo. Entretanto, em muitos problemas de controle extremal tais informações não podem ser acessíveis em tempo real ou a sua obtenção pode ser muito dispendiosa.

O tradicional controle extremal baseado em *dither* (Aryiur et al., 2003) usa um filtro passa alta na saída da planta e uma pequena perturbação senoidal para estimar o gradiente da função objetivo. Este método se caracteriza pela sua simplicidade e uma rápida adaptação. Entretanto, apenas estabilidade local pôde ser garantida assumindo-se acesso a todo vetor de estado. Em (Tan et al., 2006; Tan et al., 2009; Tan et al., 2010), foi obtida a convergência semi-global, porém, constatou-se que a taxa de convergência para o extremo dependia do domínio de atração.

Um esquema utilizando controle por modos deslizantes e realimentação de saída para o rastreamento de plantas lineares incertas foi introduzido em (Oliveira et al., 2007; Yan et al., 2008; Oliveira et al., 2010) utilizando um algoritmo de chaveamento baseado em uma função de monitoração para o erro de saída. Entretanto, em (Oliveira et al., 2011), foi constatada a

falta de robustez do esquema baseado na função de monitoração devido às recorrentes mudanças de direção de controle, o que prejudicaria sua aplicação ao problema de controle extremal.

No artigo recente dos autores (Aminde et al., 2013), foi proposta uma nova função de monitoração de modo a mostrar que, ao contrário do que foi conjecturado em (Oliveira et al., 2011), o controlador baseado em funções de monitoração pode ser aplicado ao problema de controle extremal de uma classe de sistemas não lineares incertos, sendo que propriedades de convergência global são garantidas sem afetar a taxa de convergência. Neste trabalho, pretende-se destacar os resultados obtidos em (Aminde et al., 2013) aplicando-os ao problema de busca de fonte. Basicamente, um fototransistor é acoplado a um servomecanismo de posicionamento linear e uma fonte de luz é colocada no extremo do aparato de modo que o servomecanismo com o sensor se dirija à ela. Os resultados experimentais ilustram a eficiência da estratégia de controle proposta.

2 Formulação do Problema

Considere planta não linear SISO composta por um sistema geral de grau relativo um

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ z &= h(x, t)\end{aligned}\quad (1)$$

em cascata um subsistema estático

$$y = \phi(z)\quad (2)$$

onde $u \in \mathbb{R}$ é a entrada, $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $z \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$ são saídas mensuráveis do primeiro subsistema e do subsistema estático, respectivamente. De

modo a assegurar a existência e unicidade de soluções, as funções não lineares incertas f, g e h são localmente Lipschitz contínuas em x , contínuas por partes em t e suficientemente suaves. Sem perda de generalidade, assume-se que o tempo inicial é $t = 0$. Para cada solução de (1) existe um tempo limite definido por $[0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito.

O controle extremal pode ser reformulado como um problema de rastreamento em que a direção de controle é desconhecida (Oliveira et al., 2012). Portanto, deseja-se encontrar uma lei de controle por realimentação de saída u tal que, a partir de quaisquer condições iniciais, o sistema é conduzido para alcançar o ponto extremo y^* e permanecer o mais próximo possível do mesmo. Sem perda de generalização, neste trabalho procura-se o extremo máximo.

O sistema (1)–(2) pode ser reescrito na forma normal da seguinte forma:

$$\dot{\eta} = \phi_0(\eta, z, t), \quad (3)$$

$$\dot{z} = \phi_1(\eta, z, t) + \phi_2(\eta, z, t)u, \quad (4)$$

$$y = \Phi(z), \quad (5)$$

com estado $x := [\eta^T z^T]^T$, $\eta \in \mathbb{R}^{n-1}$ e $z \in \mathbb{R}$, e funções não lineares e incertas $\phi_0 : \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$ e $\phi_1, \phi_2 : \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$.

O estado η do subsistema η , que será denominado “sistema inverso”, não está disponível para realimentação.

Com relação à planta controlada, assume-se as seguintes hipóteses:

(H1) (*Sobre as incertezas*): Todos os parâmetros incertos da planta pertencem a um conjunto compacto Ω .

Esta hipótese é necessária para se obter os limitantes das incertezas para o projeto de controle.

(H2) (*Grau relativo um*): A função incerta $\phi_2(\eta, z, t)$ é limitada e diferente de zero, *i.e.*,

$$0 < \underline{\phi}_2 \leq |\phi_2|, \quad \forall t \in [0, t_M),$$

onde o limitante inferior $\underline{\phi}_2$ é conhecido.

De acordo com **(H2)**, o subsistema (3)–(4) tem grau relativo um com relação a z já que $\phi_2 \neq 0$. Isso restringe-nos ao caso mais simples, que se resolve com o projeto de uma função de Lyapunov pura.

Usando a notação $\Phi'(z) := \frac{d\Phi(z)}{dz}$ e $\Phi''(z) := \frac{d^2\Phi(z)}{dz^2}$, considera-se que em Ω :

(H3) (*Função Custo*): Existe único ponto $z^* \in \mathbb{R}$ tal que $y^* = \Phi(z^*)$ é o extremo máximo de $\Phi(z) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e, para dado $\Delta > 0$, existe uma constante $L_\Phi(\Delta) > 0$ tal que

$$L_\Phi(\Delta) \leq |\Phi'(z)|, \quad \forall z \notin \mathcal{D}_\Delta := \{z : |z - z^*| < \Delta/2\},$$

onde \mathcal{D}_Δ é chamada região \mathcal{D}_Δ de z^* e Δ pode ser feito arbitrariamente pequeno quanto se queira bastando escolher L_Φ pequeno.

De (4) e (5), a derivada primeira da saída y é dada por

$$\dot{y} = \Phi' \phi_1 + k_p u, \quad (6)$$

onde o ganho de alta frequência (HFG - High Frequency Gain), denotado por k_p , é o coeficiente de u

que aparece na derivada primeira da saída y e é dada por

$$k_p = \Phi' \phi_2. \quad (7)$$

Do mesmo modo que em (Oliveira et al., 2012), o $\text{sgn}(k_p)$ também é chamado *direção de controle*. A hipótese **(H3)** permite considerar um sistema de controle não linear com HFG dependente do estado, que muda de sinal em torno do ponto ótimo de modo contínuo.

De (7), **(H2)** e **(H3)**, k_p satisfaz ($\forall z \notin \mathcal{D}_\Delta$)

$$0 < \underline{k}_p \leq |k_p| \quad (8)$$

onde o limitante inferior $\underline{k}_p \leq \underline{\phi}_2 L_\Phi$ é uma constante.

(H4) (*Observadores de Norma*): O sistema inverso (3) admite um observador de norma de primeira ordem da forma

$$\dot{\bar{\eta}} = -\lambda_0 \bar{\eta} + \varphi_0(z, t), \quad (9)$$

com z em (4), entrada $\varphi_0(z, t)$ e saída $\bar{\eta}$ tal que: (i) $\lambda_0 > 0$ é uma constante; (ii) $\varphi_0(z, t)$ é uma função contínua não negativa em z , contínua por partes e majorada em t ; e (iii) para cada condição inicial $\eta(0)$ e $\bar{\eta}(0)$

$$\|\eta\| \leq |\bar{\eta}| + \pi_0, \quad \forall t \in [0, t_M), \quad (10)$$

onde $\pi_0 := \Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_0 t}$ e $\Psi_0 \in \mathcal{K}$.

É sabido que, se o sistema inverso (3) é estável no sentido entrada-estado (ISS - Input-State-Stable) com relação a z , então admite tal observador de norma e a planta é de fase mínima (Krichman et al., 2001).

De modo a obter-se um limitante de norma para o termo $\Phi' \phi_1$ em (6), adicionalmente assume-se que:

(H5) (*Funções de Dominação*): Existem funções conhecidas $\bar{\Phi}, \alpha_1 \in \mathcal{K}_\infty$, com α_1 localmente Lipschitz, uma função não negativa conhecida $\varphi_1(z, t)$ contínua em z , contínua por partes e majorada em t tal que $|\phi_1(\eta, z, t)| \leq \alpha_1(\|\eta\|) + \varphi_1(z, t)$ e $|\Phi'| \leq \bar{\Phi}(|z|)$.

Note que a hipótese **(H5)** não é restritiva visto que Φ' é assumido ser suave e ϕ_1 é localmente Lipschitz contínua em η e em z . Além disso, as funções de dominação α_1 e φ_1 impõem restrições de condições de crescimento com relação ao tempo. Assim, não-linearidades polinomiais em η e z podem ser aplicadas.

3 Controlador extremal via realimentação de saída e função de monitoração

O ESC proposto via realimentação de saída e função de monitoração está representado na Figura 1. A lei de controle para plantas com HFG desconhecido é definida conforme (Oliveira et al., 2007; Yan et al., 2008):

$$u = \begin{cases} u^+ & = -\rho \text{sgn}(e), \quad t \in T^+, \\ u^- & = \rho \text{sgn}(e), \quad t \in T^-, \end{cases} \quad (11)$$

onde a função de monitoração é usada para decidir quando u deve ser chaveado de u^+ para u^- e vice-versa. Em (11), ρ é a função de modulação a ser projetada mais adiante e os conjuntos T^+ e T^- satisfazem $T^+ \cap T^- = \emptyset$ e $T^+ \cup T^- = [0, t_M)$.

O erro de rastreamento e é definido como

$$e(t) = y(t) - y_m(t), \quad (12)$$

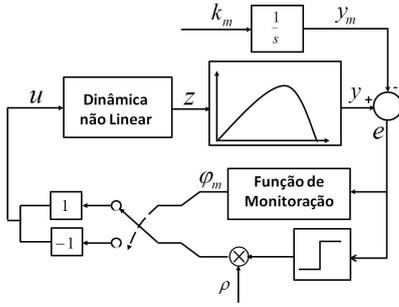


Figura 1: Esquema de controle proposto baseado na função de monitoração.

onde $y_m \in \mathbb{R}$ é uma rampa em função do tempo, gerada através do seguinte modelo de referência

$$\dot{y}_m = k_m, \quad y_m(0) = y_{m0}, \quad (13)$$

onde k_m e y_{m0} são constantes a serem projetadas. Para evitar sinal de referência ilimitado $y_m(t)$ no controlador, pode-se saturar a saída em um limitante superior de y^* sem afetar o seu desempenho.

A função de modulação ρ será projetado de forma que $y(t)$ rastreie $y_m(t)$ o tempo todo. Deste modo, y é forçado a alcançar a vizinhança do máximo $y^* = \Phi(z^*)$ e permanece o mais próximo do valor ótimo, isto é, na vizinhança do maximizador z^* .

Assim, é fácil concluir que $y = Phi(z)$ tenta rastrear y_m (e conseqüentemente y deve aproximar-se do máximo em y^*) enquanto y permanece fora de uma pequena vizinhança de y^* onde o HFG é não nulo. Porém, uma vez que y alcança a vizinhança de y^* , o HFG aproximar-se-á a zero e assim, perder-se-á a controlabilidade. Conseqüentemente, o rastreamento de y_m será interrompido. Mas, a vizinhança do máximo já terá sido alcançada conforme desejado. A estratégia de controle proposta garante que y permanecerá próximo a $y^* \forall t > t^*$ conforme será mostrado mais adiante, no Teorema 1. A taxa de convergência de z para a região \mathcal{D}_Δ definida em **(H3)** é função de ρ .

3.1 Dinâmica do Erro

De (6), (12) e (13), somando e subtraindo λe à derivada do erro e tem-se

$$\dot{e} = \Phi' \phi_1 + k_p u - k_m + \lambda e - \lambda e, \quad (14)$$

$$\dot{e} = -\lambda e + k_p(u + d_e), \quad (15)$$

onde $\lambda > 0$ é uma constante apropriada e

$$d_e := \frac{1}{k_p} [\Phi' \phi_1 - k_m + \lambda e]. \quad (16)$$

Em (Oliveira et al., 2010), é mostrado que, se a lei de controle $u = -\text{sgn}(k_p)\rho \text{sgn}(e)$ for usada com função de modulação ρ satisfazendo

$$\rho \geq |d_e| + \delta, \quad (17)$$

modulo termos exponencialmente decrescentes, então usando o Lema de Comparação (Filippov, 1964), tem-se que $\forall t \in [t_i, t_M)$:

$$|e(t)| \leq \zeta(t), \quad \zeta(t) := |e(t_i)|e^{-\lambda(t-t_i)} + \pi_1, \quad (18)$$

onde $\pi_1 := \Psi_1(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_1 t}$, $0 < \lambda_1 < \min\{\lambda_0, \lambda\}$ e $\Psi_1 \in \mathcal{K}$.

Por outro lado, se a desigualdade (17) fosse verificada levando em conta os termos exponencialmente decrescentes, o limitante superior (18) seria modificado para

$$|e(t)| \leq \zeta(t), \quad \zeta(t) := |e(t_i)|e^{-\lambda(t-t_i)}. \quad (19)$$

O maior problema é que $\text{sgn}(k_p)$ é desconhecido em ambos os casos, assim, isto não se pode implementar.

A seguir, um esquema de chaveamento baseado na função de monitoração é desenvolvido para suprir a falta de conhecimento da direção de controle fora da região \mathcal{D}_Δ .

3.2 Projeto da Função de Monitoração

A descrição mais detalhada da função de monitoração pode ser encontrada em (Oliveira et al., 2010). Aqui será apenas apresentada uma breve descrição de como funciona. Lembrando que a desigualdade (19) é garantida quando a direção de controle é correta, é natural usar ζ em (19) como referência para se decidir quando o chaveamento de u em (11) ocorre de u^+ para u^- (ou u^- para u^+), isto é, o chaveamento ocorre apenas quando (19) é violada.

Portanto, considere a seguinte função

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda(t-t_k)} + r, \quad (20)$$

onde t_k é o tempo de chaveamento, r é qualquer constante arbitrariamente pequena. A função de monitoração φ_m pode ser definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \subset [0, t_M]. \quad (21)$$

Note que de (20) e (21), tem-se $|e(t)| < |\varphi_k(t)|$ em $t = t_k$. Assim, t_k é definido como o instante em que a função de monitoração $\varphi_m(t)$ encontra $|e(t)|$, isto é,

$$t_{k+1} := \begin{cases} \min\{t > t_k : |e(t)| = \varphi_k(t)\}, & \text{se existir,} \\ t_M, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (22)$$

onde $k \in \{0, 1, \dots\}$ e $t_0 := 0$ (ver Fig. 2).

A seguinte desigualdade vem de (21)

$$|e(t)| \leq \varphi_m(t), \quad \forall t \in [0, t_M]. \quad (23)$$

A Figura 2 ilustra a norma do erro de rastreamento $|e(t)|$ bem como a função de monitoração $\varphi_m(t)$. Nela nota-se claramente o funcionamento da função de monitoração. A cada chaveamento ocorre um salto de dimensão r , parâmetro que determina a ordem das oscilações em torno do extremo procurado, conforme será mostrado mais adiante.

3.3 Projeto da Função de Modulação

O seguinte limitante superior provê o projeto da função de modulação tal que (17) é válido e é obtido considerando os termos decrescentes exponencialmente dados em **(H4)** e funções limitantes dadas em **(H5)**.

De **(H5)** e (10), tem-se que

$$|\phi_1| \leq \alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) + \varphi_1(z, t)$$

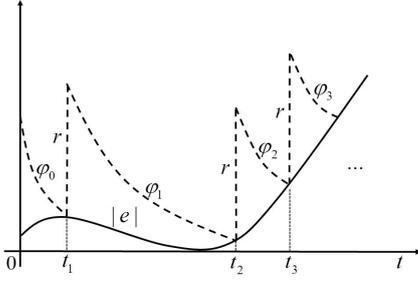


Figura 2: As trajetórias de $\varphi_m(t)$ e $|e(t)|$.

Note que $\psi(a+b) \leq \psi(2a) + \psi(2b)$, $\forall a, b \geq 0$ e $\forall \psi \in \mathcal{K}_\infty$. Assim, considerando $\alpha_1 \in \mathcal{K}_\infty$ pode-se escrever $\alpha_1(|\bar{\eta}| + \pi_0) \leq \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0)$ e

$$|\phi_1| \leq \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \alpha_1(2\pi_0) + \varphi_1(z, t).$$

De (10), $\pi_0 := \Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_0 t}$ é limitado uniformemente. Portanto, desde que α_1 é considerado localmente Lipschitz em **(H5)**, pode-se obter um limitante superior para α_1 tal que

$$\alpha_1(2\pi_0) \leq 2k_1\pi_0 = 2k_1\Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_0 t},$$

onde k_1 é uma constante dependente da constante de Lipschitz α_1 . Então, definindo

$$\bar{\phi}_1 := \alpha_1(2|\bar{\eta}|) + \varphi_1(z, t) \quad (24)$$

e $\bar{\pi}_1 := 2k_1\Psi_0(|\bar{\eta}(0)| + \|\eta(0)\|)e^{-\lambda_0 t}$, pode-se escrever também

$$|\phi_1| \leq \bar{\phi}_1 + \bar{\pi}_1, \quad (25)$$

onde $\bar{\pi}_1$ decai exponencialmente.

Além disso, de (25), o primeiro termo $\phi_1\Phi'$ da dinâmica y em (6) satisfaz $|\phi_1\Phi'| \leq |\Phi'||\bar{\phi}_1| + |\Phi'|\bar{\pi}_1 \leq |\Phi'|(\bar{\phi}_1 + \bar{\pi}_1) + \bar{\pi}_1^2$, onde foi usada a relação $|\Phi'|\bar{\pi}_1 \leq |\Phi'|^2 + \bar{\pi}_1^2$. Agora, de **(H5)** os seguintes limitantes superiores são válidos

$$|\phi_1\Phi'| \leq \bar{\phi}_1\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + \bar{\pi}_1^2. \quad (26)$$

Lembrando que, fora da região Δ , a derivada da função custo existe para $\forall z$. Assim, o limitante inferior de norma \underline{k}_p para $k_p = \Phi'\phi_2$ dado em (8) é válido.

Portanto, pode-se obter o seguinte limitante de norma para d_e definido em (16):

$$|d_e(t)| \leq \bar{d}_e + \pi_2/\underline{k}_p, \quad \bar{d}_e := (\bar{\phi}_1\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda|e|)/\underline{k}_p, \quad (27)$$

com a função $\pi_2 = \bar{\pi}_1^2$ que decai exponencialmente.

No esquema proposto, a proposição a seguir provê a implementação de uma possível função de modulação tal que (17) seja válido.

Proposição 1 *Considere o sistema (3)–(5), modelo de referência (13) e lei de controle (11). Fora da região \mathcal{D}_Δ , se ρ em (11) for definido*

$$\rho := \frac{1}{\underline{k}_p} [\bar{\phi}_1\bar{\Phi} + \bar{\Phi}^2 + k_m + \lambda|e|] + \Pi(k) + \delta, \quad (28)$$

então, enquanto $z \notin \mathcal{D}_\Delta$, tem-se: **(a)** a função de monitoração para de chavear em tempo finito, **(b)** não há escape em tempo finito ($t_M \rightarrow +\infty$), e **(c)** o erro e tende para zero em tempo finito. O termo $\Pi(k) = a(k)e^{-t/a(k)}$ com $a(k)$ sendo uma sequência ilimitada monotonicamente crescente e δ , uma constante arbitrariamente pequena.

Prova (Aminde et al., 2013).

Observação 1 (Reinicialização da Função de Modulação): O termo $\Pi(k)$ em (28) desempenha um papel fundamental no domínio do termo que decai exponencialmente π_2/\underline{k}_p em (27). Isto permite que a desigualdade (17) seja satisfeita antes que π_2/\underline{k}_p desapareça. Entretanto, desde que $\Pi(k) \rightarrow +\infty$ quando $k \rightarrow +\infty$, se faz necessário um mecanismo de reinicialização do k na função de modulação, de tempos em tempos, para evitar que a amplitude do controlador alcance valores muito altos. Em particular, se for considerado um sistema de primeira ordem (isto é, a dinâmica η em (3)–(5) é omitida), o termo $\Pi(k)$ pode ser também desconsiderado.

3.4 Convergência Global

No teorema a seguir, será mostrado que o controlador por realimentação de saída baseado em função de monitoração conduz z para a região Δ onde se encontra o maximizador desconhecido z^* definida em **(H3)**. Isto não implica que $z(t)$ permanece em torno de \mathcal{D}_Δ , $\forall t$. Entretanto, as oscilações em torno de y^* podem ser feitas da ordem $\mathcal{O}(r)$.

Teorema 1 *Considere o sistema (3)–(4), com saída ou função custo (5), lei de controle (11), modelo de referência (13), função de monitoração (20)–(21) e função de modulação (28). Assuma que **(H1)** – **(H5)** sejam satisfeitas, então: **(i)** a região (\mathcal{D}_Δ) em **(H3)** é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito e **(ii)** para L_Φ suficientemente pequeno, as oscilações em torno do valor máximo y^* de y podem ser feitas da ordem $\mathcal{O}(r)$, com r definido em (20). Já que o sinal y_m pode ser saturado em (13), todos os sinais em malha fechada permanecem uniformemente limitados.*

Prova (Aminde et al., 2013).

4 Resultados Experimentais de Controle de Busca de Fonte de Luz

Foi considerado o problema de busca de uma fonte usando um carrinho sobre um trilho, equipado com um sensor de luz, mas sem a capacidade de reconhecer tanto a posição da fonte quanto a sua própria posição conforme a Figura 3. Assume-se que a fonte de luz tem maior intensidade de luz na própria fonte e decai fora dela. Emprega-se o controlador por busca extremal baseado na função de monitoração e realimentação de saída para estimar o gradiente do campo em tempo real em direção ao ponto onde o gradiente é nulo (o máximo do campo, isto é, a localização da fonte. Ou seja, o problema de busca de fonte pode ser interpretado como problema de busca extremal.

Para ilustrar a aplicação do controlador baseado na função de monitoração, considera-se um sensor de luz (fototransistor) preso a um servomecanismo que busca a posição onde se encontra maior intensidade de luz ao longo do trilho do servomecanismo.

4.1 Descrição do Servomecanismo

No experimento, utilizou-se o servomecanismo de posicionamento linear fabricado pela *Quanser Consulting*

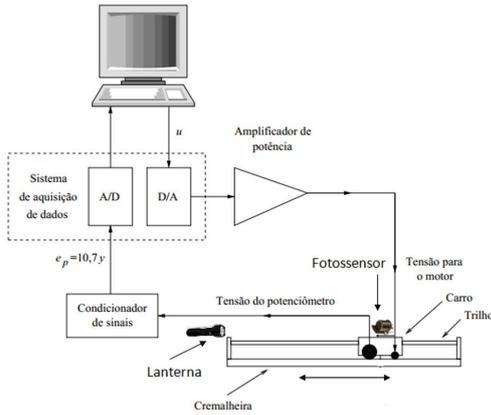


Figura 3: Diagrama do servomecanismo com destaque as conexões ao computador.

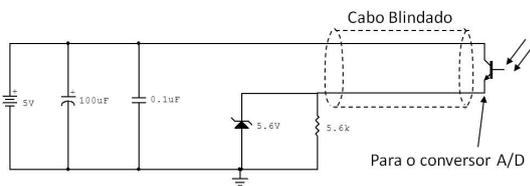


Figura 4: Circuito de alimentação do fototransistor.

descrito no manual nas Seções 3.1 e 5.2.1 (Apkarian, 1995) e disponível no Laboratório de Engenharia Elétrica da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. O sistema é composto por um carrinho acionado por um motor DC sobre um trilho. Aqui apenas a tensão correspondente à intensidade de luz medida pelo sensor é comparada à tensão de referência e o erro é monitorado pela função de monitoração conforme descrito na Seção 3.

A interface com o computador utiliza um conversor A/D e um conversor D/A com resolução de 12 bits e tensões de entrada e saída na faixa de $-12V$ a $+12V$. O sinal de controle u atua na tensão enviada ao motor do carrinho.

O algoritmo de controle baseado na função de monitoração e realimentação de saída (Seção 3) é codificado num diagrama de blocos através do software Matlab/Simulink 5.2 para gerar um programa executável. As variáveis são amostradas periodicamente com intervalo de amostragem de $1ms$, que é o menor intervalo de amostragem que se pôde obter com este sistema de aquisição de dados. O algoritmo de controle é implementado através de integração numérica pelo método de Euler.

No circuito de alimentação do fototransistor representado na Figura 4, os capacitores de $100\mu F$ e $0,1\mu F$ servem para a redução de ripple do retificador (em condição de baixa frequência) e redução de ruído e oscilações de alta frequência, respectivamente. É importante lembrar também que os capacitores eletrolíticos não possuem boa resposta em alta frequência daí a necessidade do capacitor de $0,1\mu F$.

4.2 Resultados e discussões

A Figura 5 ilustra a intensidade de luz recebida pelo sensor preso ao carrinho se dirigindo em direção à fonte de luz ao longo do trilho. Foi usada uma lanterna como fonte de luz. Nos primeiros segundos, a lanterna encontra-se apagada, por isso a tensão é praticamente nula e, conseqüentemente, o carrinho fica parado. Logo que é ligada, aproximadamente aos $5s$, a tensão sobe imediatamente para um valor correspondente à intensidade de luz da lanterna e, o carrinho começa a se dirigir em direção da fonte de luz, por isso nota-se na mesma figura um leve aumento da tensão dos $5 - 16s$. A tensão tende a $5V$ porque o circuito de alimentação do sensor consiste de uma fonte dc de $5V$.

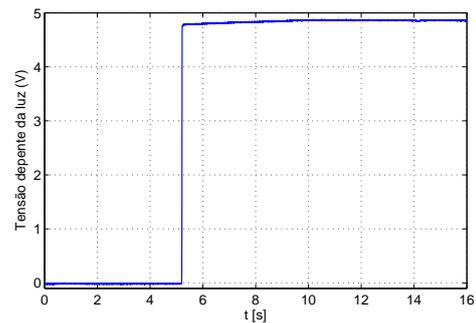


Figura 5: Intensidade de luz recebida pelo sensor convertida em Volts.

Por outro lado, a Figura 6 ilustra o sinal de controle. Note que antes de se ligar a fonte de luz ocorre mudança de direção de controle devido à violação da relação (23) e o crescimento do mesmo se deve ao termo $\Pi(k)$ na função de modulação em (28). A partir do momento em que se liga a fonte de luz, não há mais troca de sinal controle, garantindo que, de fato, o carrinho está se dirigindo na mesma direção, a direção onde se encontra a fonte luz.

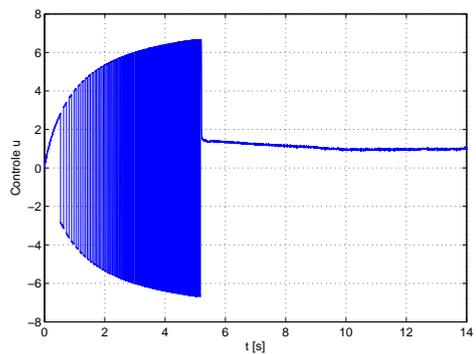


Figura 6: Sinal de controle.

A Figura 7 ilustra o comportamento da função de monitoração do erro e o módulo do erro. Nela é possível ver que antes de ligar a fonte de luz, o erro de saída corresponde ao próprio modelo de referência (rampa unitária) que foi saturada em $5V$. Por isso, após ligar-se a fonte luz, o erro de saída cai para um

valor aproximado a zero, depende da intensidade da luz. Note mais uma vez a violação da relação (23) antes de ligar-se a fonte de luz e, a direção de controle constante após a mesma ser ligada.

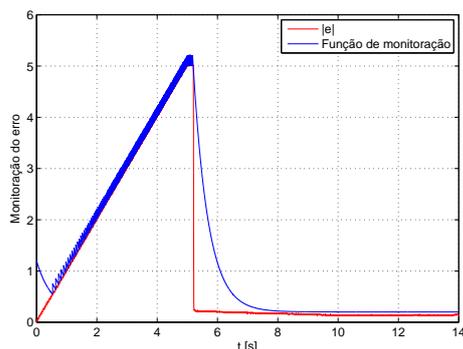


Figura 7: Função de monitoração φ_m e a norma do erro $|e|$.

Por fim, a Figura 8 ilustra a realização do experimento. Note que todos dos fios são blindados para evitar-se a aparição de ruídos. O fio cinza alimenta o motor dc do carrinho. O sinal de controle é o erro entre a tensão de referência (rampa unitária) e a saída (tensão correspondente à intensidade de luz medida pelo sensor) Um vídeo do experimento com lâmpada fixa e sendo movida pode ser acessado em: http://youtu.be/adjjkUx_mU0

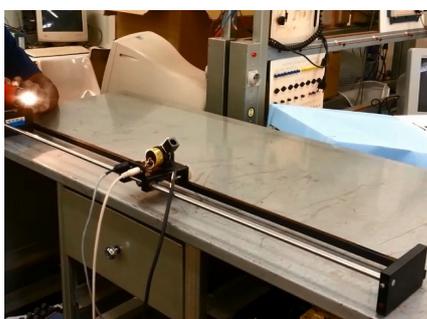


Figura 8: Execução do experimento, o carrinho se dirigindo à fonte de luz.

5 Conclusões

Um novo controlador extremal baseado em função de monitoração e observador de norma de estado foi desenvolvido para uma classe de plantas não lineares incertas. A abordagem resultante garante convergência global da saída do sistema para uma pequena vizinhança do extremo (máximo) usando-se apenas realimentação da saída. Com base nos resultados dos experimentos realizados é possível concluir que a estratégia proposta também se aplica a problema de busca de fonte.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, CNPq e FAPERJ pelo financiamento para a realização do presente tra-

balho.

Referências

- Aminde, N. O., Oliveira, T. R. and Hsu, L. (2013). Global output-feedback extremum seeking control via monitoring functions, IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (accepted paper).
- Apkarian, J. (1995). *A Comprehensive and Modular Laboratory for Control Systems Design and Implementation*, Quanser Consulting.
- Aryiur, K. B., and Krstić, M. (2003). *Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control*, John Wiley & Sons.
- Filippov, A. F. (1964). Differential equations with discontinuous right-hand side, Vol. 42, pp. 199–231.
- Krichman, M., Sontag, E. and Wang, Y. (2001). Input-output-to-state stability, Vol. 39, SIAM J. Contr. Optim., pp. 1874–1928.
- Leblanc, M. (1922). Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée, Revue Generale de l'Electricite.
- Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2011). Output-feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremum-seeking control, *Automatica* 47(9): 2029 – 2038.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2010). Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems with unknown control direction via switching and monitoring function, Vol. 55, IEEE Trans. Automat. Contr., pp. 1028–1034.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2012). Global real-time optimization by output-feedback extremum-seeking control with sliding modes., *Journal of Franklin Institute*, Vol. 349, pp. 1397–1415.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J., Nunes, E. V. L. and Hsu, L. (2007). Control of uncertain nonlinear systems with arbitrary relative degree and unknown control direction using sliding modes, Vol. 21, Int. J. Adapt. Control Signal Process, pp. 692–707.
- Tan, Y., Moase, W., Manzie, C., Nesic, D. and Mareels, I. (2010). Extremum seeking from 1922 to 2010, *29th Control Conference Chinese (CCC)*, pp. 14–26.
- Tan, Y., Nesić, D. and Mareels, I. M. Y. (2006). On non-local stability properties of extremum seeking control., Vol. 42, *Automatica*, pp. 889–903.
- Tan, Y., Nesić, D., Mareels, I. M. Y. and Astolfi, A. (2009). On global extremum seeking in the presence of local extrema, Vol. 45, *Automatica*, pp. 245–251.
- Yan, L., Hsu, L., Costa, R. R. and Lizarralde, F. (2008). A variable structure model reference robust control without a prior knowledge of high frequency gain sign, *Automatica* 44(4): 1036 – 1044.