

# DINÂMICA DE CABOS UMBILICAIS COM VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS DO TIPO ROV

SEBASTIÃO C. P. GOMES<sup>1</sup>, IURI B. P. ROCHA<sup>2</sup>, ADRIANA E. L. PEREIRA<sup>1</sup>

1. Universidade Federal do Rio Grande

e-mail: [sebastiao.gomes@furg.br](mailto:sebastiao.gomes@furg.br); [adrianapereira@furg.br](mailto:adrianapereira@furg.br)

2. Instituto Federal Sul-Rio-Grandense - Campus Bagé, RS

e-mail: [rocha.iuri@gmail.com](mailto:rocha.iuri@gmail.com)

**Abstract**— The dynamic modeling of unmanned underwater vehicles type ROV (Remotely Operated Vehicle) including the dynamics of the umbilical cables is still an open problem of great complexity and this explains why most authors neglect the dynamics of the cable. This paper proposes a formalism to couple the dynamics of cable and ROV and treats continuing flexibility of the cable as approximate discreetly. Rigid links are connected by joints that allow fictitious elastic movements of azimuth, elevation and twist. The ROV becomes the terminal load of the cable, attached to its free end, but having its own dynamics, mainly influenced by its actuators. The simulations showed physically expected results, indicating that the formalism that couples the dynamics of the cable and the ROV is quite promising.

**Keywords**— Modeling, dynamics, umbilical cable, ROV.

**Resumo**— A modelagem dinâmica de veículos subaquáticos não tripulados do tipo ROV (*Remotely Operated Vehicle*) incluindo a dinâmica do cabo umbilical ainda é um problema em aberto e de grande complexidade, sendo esta a razão da maioria dos autores negligenciar a dinâmica do cabo. O presente artigo propõe um formalismo para acoplar as dinâmicas do cabo e do ROV e trata a flexibilidade contínua do cabo como sendo aproximada de forma discreta. Elos rígidos são conectados por articulações fictícias que permitem movimentos elásticos de azimute, elevação e torção. O ROV passa a ser a carga terminal do cabo, fixo à sua extremidade livre, mas possuindo dinâmica própria, principalmente influenciada pelos seus atuadores. As simulações mostraram resultados fisicamente esperados, indicando que o formalismo que acopla as dinâmicas do cabo e do ROV é bastante promissor.

**Palavras-chave**— Modelagem, dinâmica, cabo umbilical, ROV.

## 1 Introdução

A modelagem dinâmica de estruturas flexíveis do tipo cabo representa um desafio científico importante em razão da grande complexidade do problema. As dificuldades crescem se em uma das extremidades do cabo há uma carga com dinâmica própria, como é o caso de cabos umbilicais nos quais em uma das extremidades existe um robô subaquático do tipo ROV (*Remotely Operated System*). Uma primeira tentativa de desenvolvimento de um modelo dinâmico de um ROV incluindo a dinâmica do cabo umbilical foi apresentada por Fossem (1994). Neste caso, o autor considerou que o cabo se movia em um único plano e calculou quais seriam os esforços que o cabo faria no ROV, tratando-se na realidade da dinâmica do ROV com a inclusão de uma perturbação devida ao cabo. Tavares (2003) implementou a proposta do Fossem e apresentou resultados de simulações, válidas apenas para movimentos do ROV em um mesmo plano. Pereira *et al.* (2013) propôs um novo formalismo para a modelagem dinâmica de cabos, o qual permite algumas variações de aplicação, como, por exemplo, articulado em uma extremidade e livre na outra, sendo essa a configuração que foi adotada no presente trabalho. A maior parte da literatura sobre o assunto trata de modelagem de cabos submarinos utilizando a técnica de elementos finitos. WANG *et al.* (1998) utilizou o Método de Elementos Finitos e investigou as vibrações de um cabo submarino, com uma carga em seu ponto final. Rochinha *et al.*

(1990) apresentaram um modelo numérico para cabos umbilicais hiper-elásticos com grandes deslocamentos e rotações e resolveram o problema usando as equações discretizadas pelo Método dos Elementos Finitos. Outros autores também utilizaram o método de elementos finitos para a análise dinâmica estrutural de cabos flexíveis (Srinil *et al.* (2007), Cordovés (2008), Yoon *et al.* (2008), Buckam *et al.* (2004)). Zhu *et al.* (2008) propuseram um modelo discreto para determinar as forças que um cabo umbilical exerce sobre um ROV e mostraram resultados numéricos. Raman Nair *et al.* (2005) usaram um modelo discreto para reproduzir as forças estruturais que atuam em um *riser* de marinha flexível sob efeitos de fluxo e pressão do fluido no interior do *riser*. Bonev and Gousselin (2005) apresentaram um modelo cinemático de mecanismos paralelos e também fizeram uma análise de singularidades para casos especiais de mecanismos paralelos. Breukels *et al.* (2006) mostraram simulações da dinâmica de um cabo para pipas (em sistema de geração de energia) e consideraram uma aproximação discreta para a flexibilidade contínua, mas formada em cada elo com apenas um grau de liberdade, restringindo assim o movimento de todo o cabo a um único plano.

No presente artigo propõe-se um formalismo para acoplar as dinâmicas de um cabo umbilical e um ROV. A modelagem do cabo é baseada no modelo proposto por Pereira *et al.* (2013), o qual é inspirado no modelo proposto por Gomes *et al.* (2006). As seções seguintes mostrarão a modelagem dinâmica do

cabo, o acoplamento com o ROV, as simulações e as conclusões.

## 2 Modelagem do cabo

Considera-se que o cabo de flexibilidade contínua é dividido em  $n$  partes rígidas de comprimentos  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ , que são chamadas de elos, sendo estes elos conectados por articulações fictícias, conforme mostra a Fig 1.

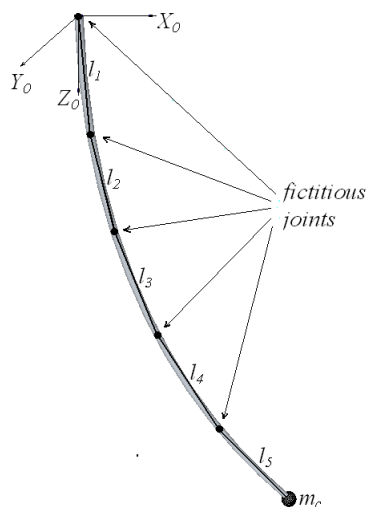


Fig. 1 Estrutura flexível e sua representação discreta.

Os elos têm massas concentradas nos centros de massa, ou seja,  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$  são as coordenadas dos centros de massa dos elos que possuem massas  $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$ , respectivamente, enquanto  $(x_c, y_c, z_c)$  são as coordenadas do centro de massa da carga de massa  $m_c$ . Em cada articulação fictícia são considerados os ângulos de azimute, elevação e torção do cabo, ou seja, na  $i$ -ésima articulação,  $\theta_{ia}$  é o ângulo de azimute,  $\theta_{ie}$  é o ângulo de elevação e  $\theta_{iT}$  é o ângulo de torção do cabo, conforme mostra a Fig 2. No referencial  $x_i y_i z_i$  tem-se que: o eixo  $o_i z_i$  é paralelo ao eixo  $o z_0$  do referencial inicial (sempre na direção vertical), o eixo  $o_i y_i$  é paralelo à projeção da parte rígida anterior à  $i$ -ésima articulação (projeção no plano horizontal) e o eixo  $o_i x_i$ , é ortogonal ao eixo  $o_i y_i$ . Em cada articulação são consideradas três constantes elásticas, ou seja, na  $i$ -ésima articulação são consideradas as constantes elásticas  $k_{ia}, k_{ie}, k_{iT}$ , devidas aos ângulos de azimute, elevação e torção, respectivamente.

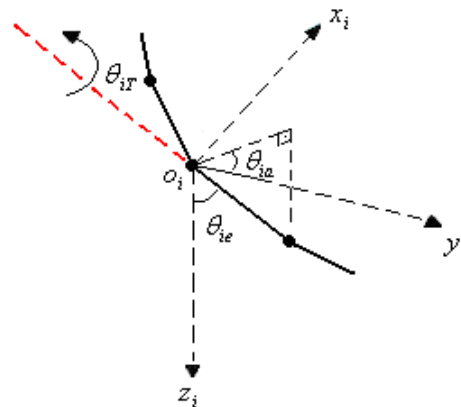


Fig. 2. Ângulos de azimute, elevação e torção na  $i$ -ésima articulação.

A Fig. 3 destina-se a explicar melhor a convenção adotada para os sistemas de referência, exemplificando-os para as duas primeiras articulações. Observa-se que o sistema da base é o único inercial.

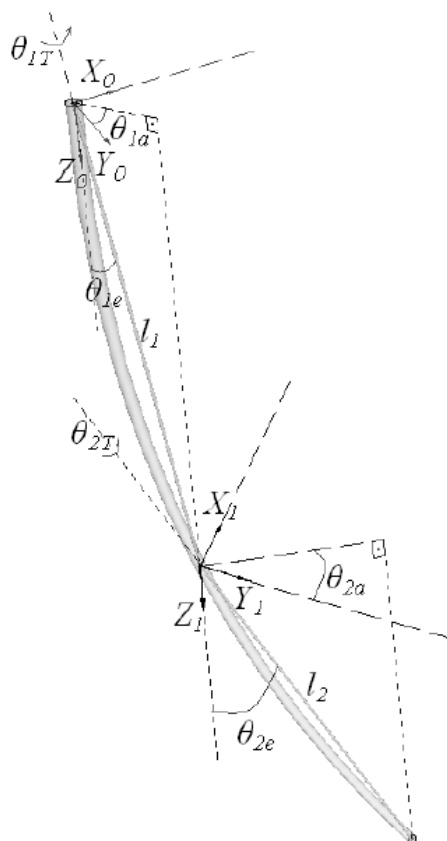


Fig. 3 Representação geométrica dos dois primeiros sistemas de referência.

A energia cinética é definida por:

$$E_C = E_{C_R} + E_{C_T} \quad (1)$$

onde  $E_{C_R}$  é a energia cinética devido ao movimento de rotação do cabo e  $E_{C_T}$  é a energia cinética devido ao movimento de translação do cabo.

A energia cinética devido ao movimento de rotação do cabo é definida por:

$$E_{C_R} = \frac{1}{2} I_{R_1} \dot{\theta}_{1e}^2 + \frac{1}{2} I_{R_2} (\dot{\theta}_{1e} + \dot{\theta}_{2e})^2 + \frac{1}{2} I_{R_3} (\dot{\theta}_{1e} + \dot{\theta}_{2e} + \dot{\theta}_{3e})^2 + \dots + \frac{1}{2} I_{R_n} \left( \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_{ie} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{T_1} \dot{\theta}_{1T}^2 + \frac{1}{2} I_{T_2} (\dot{\theta}_{1T} + \dot{\theta}_{2T}) + \dots + \frac{1}{2} I_{T_n} (\dot{\theta}_{1T} + \dot{\theta}_{2T} + \dots + \dot{\theta}_{nT})^2 \quad (2)$$

onde  $I_{R_1}, I_{R_2}, I_{R_3}, \dots, I_{R_n}$  são os momentos de inércia de rotação dos elos,  $I_{T_1}, I_{T_2}, I_{T_3}, \dots, I_{T_n}, I_{T_c}$  são os momentos de inércia devido ao movimento de torção nas articulações. Para dinâmicas excessivamente lentas (cabos de grandes massa e comprimento), a energia cinética rotacional pode ser negligenciada.

A energia cinética devida ao movimento de translação do cabo é definida por:

$$E_{C_T} = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2 + \dot{z}_3^2) + \dots + \frac{1}{2} m_n (\dot{x}_n^2 + \dot{y}_n^2 + \dot{z}_n^2) + \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) \quad (3)$$

Ressalta-se que, no presente caso,  $m_c$  é a massa do ROV.

A energia potencial contém as componentes elástica e gravitacional, sob a forma:

$$E_p = \frac{1}{2} k_{1e} \theta_{1e}^2 + \frac{1}{2} k_{2e} (\theta_{2e} - \theta_{1e})^2 + \frac{1}{2} k_{3e} (\theta_{3e} - \theta_{2e})^2 + \dots + \frac{1}{2} k_{ne} (\theta_{ne} - \theta_{(n-1)e})^2 + \frac{1}{2} k_{1a} \theta_{1a}^2 + \frac{1}{2} k_{2a} (\theta_{2a} - \theta_{1a})^2 + \frac{1}{2} k_{3a} (\theta_{3a} - \theta_{2a})^2 + \dots + \frac{1}{2} k_{na} (\theta_{na} - \theta_{(n-1)a})^2 + \frac{1}{2} k_{1T} \theta_{1T}^2 + \frac{1}{2} k_{2T} (\theta_{2T} - \theta_{1T})^2 + \frac{1}{2} k_{3T} (\theta_{3T} - \theta_{2T})^2 + \dots + \frac{1}{2} k_{nT} (\theta_{nT} - \theta_{(n-1)T})^2 + m_1 g h_1 + m_2 g h_2 + m_3 g h_3 + \dots + m_n g h_n \quad (4)$$

onde  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$  são as alturas, definidas por:

$$h_1 = \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_{1e}), h_2 = l_1 (1 - \cos \theta_{1e}) + \frac{l_2}{2} (1 - \cos \theta_{2e}), \dots, h_n = \sum_{i=1}^{n-1} l_i (1 - \cos \theta_{ie}) + \frac{l_n}{2} (1 - \cos \theta_{ne}) \quad (5)$$

O conhecimento das energias cinética e potencial possibilita a determinação do Lagrangiano do sistema, sob a forma:

$$L = \frac{1}{2} I_{R_1} \dot{\theta}_{1e}^2 + \frac{1}{2} I_{R_2} (\dot{\theta}_{1e} + \dot{\theta}_{2e})^2 + \frac{1}{2} I_{R_3} (\dot{\theta}_{1e} + \dot{\theta}_{2e} + \dot{\theta}_{3e})^2 + \dots + \frac{1}{2} I_{R_n} \left( \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_{ie} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{T_1} \dot{\theta}_{1T}^2 + \frac{1}{2} I_{T_2} (\dot{\theta}_{1T} + \dot{\theta}_{2T}) + \frac{1}{2} I_{T_3} (\dot{\theta}_{1T} + \dot{\theta}_{2T} + \dot{\theta}_{3T}) + \dots + \frac{1}{2} (I_{T_n} + I_{T_c}) \left( \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_{iT} \right)^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2 + \dot{z}_3^2) + \dots + \frac{1}{2} m_n (\dot{x}_n^2 + \dot{y}_n^2 + \dot{z}_n^2) + \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) - \frac{1}{2} k_{1e} \theta_{1e}^2 - \frac{1}{2} k_{2e} (\theta_{2e} - \theta_{1e})^2 - \frac{1}{2} k_{3e} (\theta_{3e} - \theta_{2e})^2 - \dots - \frac{1}{2} k_{ne} (\theta_{ne} - \theta_{(n-1)e})^2 - \frac{1}{2} k_{1a} \theta_{1a}^2 - \frac{1}{2} k_{2a} (\theta_{2a} - \theta_{1a})^2 - \frac{1}{2} k_{3a} (\theta_{3a} - \theta_{2a})^2 + \dots - \frac{1}{2} k_{na} (\theta_{na} - \theta_{(n-1)a})^2 - \frac{1}{2} k_{1T} \theta_{1T}^2 - \frac{1}{2} k_{2T} (\theta_{2T} - \theta_{1T})^2 - \frac{1}{2} k_{3T} (\theta_{3T} - \theta_{2T})^2 - \dots - \frac{1}{2} k_{nT} (\theta_{nT} - \theta_{(n-1)T})^2 - m_1 g h_1 - m_2 g h_2 - m_3 g h_3 - \dots - m_n g h_n \quad (6)$$

Transformações homogêneas entre os diversos sistemas de referência permitem determinar relações entre coordenadas retangulares e angulares (Pereira *et al.* 2013), de forma que o Lagrangeano do sistema pode ser posto apenas em função de coordenadas angulares, na forma:

$$L = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} I_{R_i} \left( \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_{je} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{T_i} \left( \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_{jT} \right)^2 - \frac{1}{2} k_{ie} (\theta_{ie} - \theta_{(i-1)e})^2 + \frac{1}{2} k_{ia} (\theta_{ia} - \theta_{(i-1)a})^2 - \frac{1}{2} k_{iT} (\theta_{iT} - \theta_{(i-1)T})^2 + m_i g \left[ \sum_{j=1}^{i-1} l_j (1 - \cos \theta_{je}) + \frac{l_i}{2} (1 - \cos \theta_{ie}) \right] + \sum_{j=1}^i \frac{m_j}{2} \left[ \frac{l_j}{2} \left[ \sin \theta_{je} \cos \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \sum_{k=1}^j \dot{\theta}_{ka} + \cos \theta_{je} \sin \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \dot{\theta}_{je} \right] + \sum_{k=1}^{j-1} l_k \left[ \sin \theta_{ke} \cos \left( \sum_{l=1}^k \theta_{la} \right) \sum_{l=1}^k \dot{\theta}_{la} + \cos \theta_{ke} \sin \left( \sum_{l=1}^k \theta_{la} \right) \dot{\theta}_{ke} \right] \right]^2 + \sum_{k=1}^j \frac{m_k}{2} \left[ \frac{l_k}{2} \left[ -\sin \theta_{ke} \sin \left( \sum_{l=1}^k \theta_{la} \right) \sum_{l=1}^k \dot{\theta}_{la} + \cos \theta_{ke} \cos \left( \sum_{l=1}^k \theta_{la} \right) \dot{\theta}_{ke} \right] + \sum_{l=1}^{k-1} l_l \left[ -\sin \theta_{le} \sin \left( \sum_{m=1}^l \theta_{ma} \right) \sum_{m=1}^l \dot{\theta}_{ma} + \cos \theta_{le} \cos \left( \sum_{m=1}^l \theta_{ma} \right) \dot{\theta}_{le} \right] \right]^2 + \sum_{l=1}^{k-1} \frac{m_l}{2} \left[ -\frac{l_l}{2} \sin \theta_{le} \dot{\theta}_{le} - \sum_{m=1}^{l-1} l_m \sin \theta_{me} \dot{\theta}_{me} \right] + \frac{1}{2} I_{T_i} \dot{\theta}_{iT}^2 + \frac{1}{2} m_c \left\{ \sum_{j=1}^i l_j \left[ \sin \theta_{je} \cos \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \sum_{k=1}^j \dot{\theta}_{ka} + \cos \theta_{je} \sin \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \dot{\theta}_{je} \right] \right\}^2 + \frac{1}{2} m_c \left\{ \sum_{j=1}^i l_j \left[ -\sin \theta_{je} \sin \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \sum_{k=1}^j \dot{\theta}_{ka} + \cos \theta_{je} \cos \left( \sum_{k=1}^j \theta_{ka} \right) \dot{\theta}_{je} \right] \right\}^2 + \frac{1}{2} m_c \left[ -\sum_{l=1}^i l_l \sin \theta_{le} \dot{\theta}_{le} \right]^2 \quad (7)$$

A aplicação das equações de Euler-Lagrange conduz à obtenção do modelo dinâmico do sistema, que pode ser posto na seguinte forma:

$$I(\bar{\theta}) \ddot{\bar{\theta}} + C \dot{\bar{\theta}} + K \bar{\theta} + \bar{f}(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}) = \bar{T}_m \quad (8)$$

$I(\theta)$  é a matriz de inércia,  $C$  a matriz de coeficientes de atrito,  $K$  a matriz de constantes elásticas,  $\bar{f}(\theta, \dot{\theta})$  o vetor de esforços Coriolis-centrífugos e  $\bar{\tau}_m$  os torques de azimute, elevação e torção atuantes em cada articulação, os quais dependem dos esforços externos. Para o caso de se considerar três articulações, a dinâmica teria nove equações diferenciais de segunda ordem.

### 3 Inclusão do ROV

O formalismo proposto no presente trabalho considera que a carga terminal, presa na extremidade livre do cabo, possui dinâmica própria, tratando-se de um veículo subaquático do tipo ROV. A Fig. 4 ilustra esta situação, para o caso de uma estrutura flexível com três elos rígidos. Portanto, trata-se do modelo dinâmico do cabo considerando-se uma carga terminal com dinâmica própria, com forças e torques conhecidos em um referencial fixo ao centro de massa da carga, conforme ilustrado na Fig. 5. O referencial  $X_0Y_0Z_0$  é inercial, enquanto todos os outros são móveis. O referencial  $X_cY_cZ_c$  é fixo à carga (ROV). O plano que contém os eixos  $X_cY_c$  contém também o centro de massa do ROV e é horizontal quando todos os ângulos de elevação são nulos. O eixo  $Y_c$  é perpendicular à face frontal do ROV, alinhado com a direção dos atuadores frontais, enquanto o eixo  $Z_c$  é alinhado com os atuadores verticais (Fig. 5).

Do modelo dinâmico do ROV (Tavares, 2003), as forças e torques atuantes neste são conhecidos no referencial do corpo  $X_cY_cZ_c$  e dependem principalmente dos empuxos dos atuadores e dos esforços de arrasto e sustentação devido ao fluido. A partir de matrizes homogêneas de transformação (Pereira *et al.*, 2013), escrevem-se os vetores  $\vec{r}_c$  e  $\vec{r}_{2a}$  no sistema da última articulação  $X_2Y_2Z_2$  (ver Fig. 6), escrevendo-se ainda as forças e os torques atuantes no ROV neste mesmo sistema. O torque devido às forças atuantes no ROV possui a forma:

$$\vec{\tau}_c = \vec{F}_c \wedge \vec{r} \quad (9)$$

onde  $\vec{F}_c$  é vetor força atuante no ROV,  $\vec{r} = \vec{r}_{2a} - \vec{r}_c$ , e o símbolo  $\wedge$  denota o produto vetorial. É importante ressaltar que a equação (9) representa o torque (escrito no referencial  $X_2Y_2Z_2$ ) devido às forças atuantes no ROV. Estas forças também provocam torques no próprio ROV (conhecidos do modelo dinâmico do ROV) e estes são transformados para o referencial  $X_2Y_2Z_2$ , gerando o  $\vec{\tau}_{c0}$ . O vetor torque devido ao ROV escrito no sistema de referência da última articulação será:

$$\vec{\tau}_2 = [\tau_{2x} \quad \tau_{2y} \quad \tau_{2z}]^T = \vec{\tau}_c + \vec{\tau}_{c0} \quad (10)$$

Todos os esforços dinâmicos atuantes no ROV provocam o vetor torque na última articulação (equação 10), o qual, por sua vez, permite a determinação

dos torques de elevação, azimute e torção na última articulação. O torque de azimute é a própria componente  $\tau_{2z}$ . O torque de elevação depende das componentes  $\tau_{2x}$  e  $\tau_{2y}$ , na forma:

$$\tau_{2e} = \tau_{2x} \cos(\theta_{2a}) - \tau_{2y} \sin(\theta_{2a}) \quad (11)$$

O torque de torção é o próprio torque sobre o eixo Z do referencial do corpo. Estes torques atuantes na última articulação, em azimute, elevação e torção, entram na dinâmica cabo-ROV (equação 8), permitindo assim a realização de simulações.

Ressalta-se que o exemplo seguido no presente artigo é para uma estrutura com três elos rígidos. No caso de se considerar  $n$  elos, a forma de se obter os torques atuantes na última articulação seria a mesma. Neste caso, os dois últimos sistemas de referência estão representados na Fig 7.

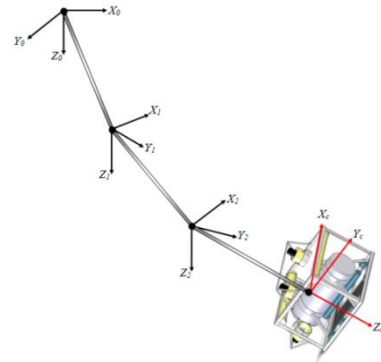


Fig. 4. O ROV e a aproximação discreta para o cabo umbilical, considerando-se três elos.

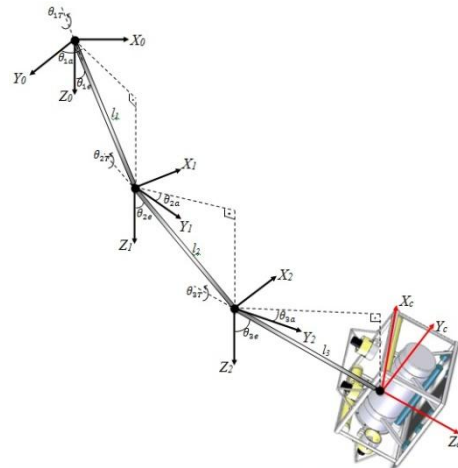


Fig. 5. A estrutura com três elos, o ROV, os sistemas de referência e as coordenadas angulares.

### 4 Resultados de simulações

Para a realização de simulações considerou-se o modelo com três articulações. O comprimento total do cabo é  $l=3.2m$  e os elos têm comprimento  $l_1=l/4$ ,  $l_2=l/2$  e  $l_3=l/4$ . A massa de cada elo é  $1.18 \text{ kg}$  e a massa do ROV é  $2 \text{ kg}$ . As constantes elásticas adotadas foram as seguintes:  $27.6 \text{ Nm/rd}$  para a elevação e  $0.2 \text{ Nm/rd}$  para a torção. Considerou-se nula a constante elástica para o movimento de azimute. Os

dois propulsores frontais do ROV estão  $0.08m$  distantes entre si.

As simulações mostradas a seguir foram realizadas considerando-se apenas os dois atuadores frontais operando. Quando são mostrados deslocamentos angulares, as indicações 1, 2 e 3 que aparecem nos gráficos referem-se aos elos 1, 2 e 3, respectivamente.

Inicialmente os dois atuadores tiveram empuxos iguais, equivalentes a  $1.75 N$ . A Fig 8 mostra os ângulos de elevação. Como os empuxos são aplicados na extremidade do elo 3, este é quem sofre a maior elevação. Após algumas oscilações os ângulos se estabilizam. Não há movimento em azimute, de forma que todo o deslocamento fica restrito a um único plano, conforme verificado na Fig 9. Também não há torção, já que os empuxos são iguais nos dois atuadores frontais.

A segunda simulação foi realizada com empuxos nos dois atuadores frontais diferentes, um com  $1.75 N$  e outro com  $1.4 N$ . A Fig 10 mostra os ângulos de elevação, revelando um comportamento semelhante ao caso anterior, com o terceiro elo com maior amplitude de deslocamento. A Fig 11 mostra os ângulos de azimute e verifica-se que o elo três foi o de maior deslocamento. É importante ressaltar que eles se estabilizam, a exemplo do que ocorreu com as elevações, apesar das constantes elásticas de azimute serem nulas. Isto ocorre em razão dos ângulos de torção chegarem ao limite imposto pelo torque de torção, surgido devido à diferença de empuxo nos dois atuadores frontais, conforme pode ser visto na Fig 12. A trajetória espacial do ROV pode ser vista na Fig 13. Percebe-se que o movimento do ROV não está mais restrito a um único plano.

Os resultados obtidos nas simulações são os fisicamente esperados, tanto no caso da primeira simulação (empuxos iguais), quanto na segunda (empuxos diferentes nos dois atuadores frontais).

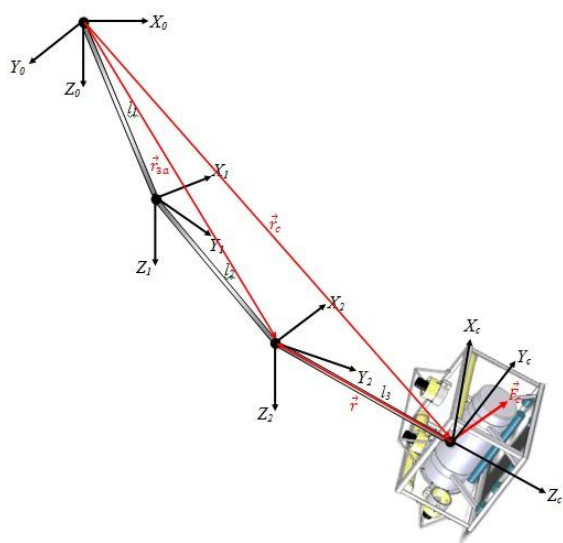


Fig. 6. Especificação dos vetores necessários à obtenção dos torques na última articulação.

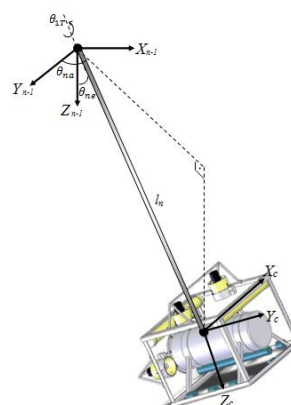


Fig. 7. Representação dos dois últimos sistemas de referência, no caso de se trabalhar com  $n$  elos.

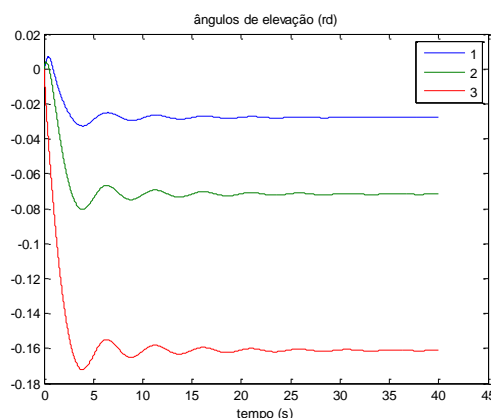


Fig. 8. Ângulos de elevação (empuxos iguais nos dois atuadores frontais).

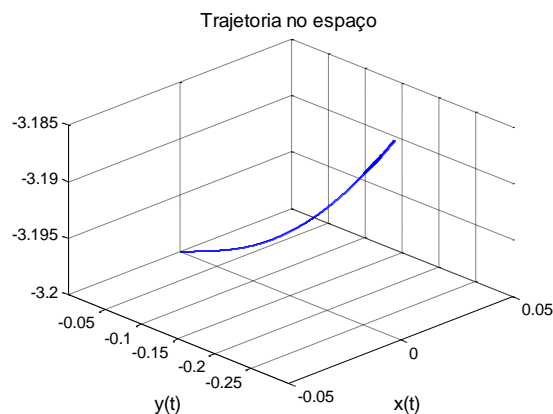


Fig. 9. Trajetória espacial do ROV (empuxos iguais nos dois atuadores frontais).

## 5 Conclusões

No presente artigo há a proposição de um novo formalismo para acoplar as dinâmicas de um cabo umbilical e um veículo subaquático do tipo ROV. A modelagem dinâmica do cabo utiliza o formalismo de Euler-Lagrange e o Lagrangiano é escrito em uma equação compacta, permitindo a sua obtenção para um número qualquer de elos escolhidos para representar de forma discreta a flexibilidade contínua e, sem dúvida, esta é uma vantagem significativa do formalismo. O ROV é fixo na extremidade livre do cabo e entra na dinâmica como sendo a carga

terminal deste, mas com dinâmica própria, influenciando assim a dinâmica do cabo. Não se dispõe no momento de um aparato experimental para validar simulações, mas os resultados que estas mostraram estão compatíveis com o comportamento físico esperado para a dinâmica acoplada do cabo com o ROV. Trabalhos futuros deverão ser realizados envolvendo o desenvolvimento de um aparato experimental para a proposição de uma metodologia de identificação de parâmetros do modelo, bem como para discernir sobre quais seriam os comprimentos ideais adotados para os elos, em função do número de elos escolhido. Pretende-se ainda desenvolver um programa para a geração automática do modelo dinâmico, fato que permitiria realizar simulações com um número maior de elos (desenvolver manualmente as equações para quatro ou mais elos é um enorme esforço).

### Referências Bibliográficas

- FOSSEN, T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Chichester: John Wiley & Sons. 480 p. ISBN 0-471-94113-1, 1994.
- TAVARES, A. M. Um estudo sobre a modelagem e o controle de veículos subaquáticos não tripulados. 215 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Oceânica - Universidade Federal do Rio Grande, 2003.
- PEREIRA, E. L., Gomes, S. C. P. and Bortoli, A. A new formalism for the dynamic modeling of cables. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences*. Volume 19, Issue 3, pgs 263-276, 2013.
- GOMES, S. C. P., Rosa, V. S. and Albertini, B. C. Active control to flexible manipulators. *IEEE/ASME, Transactions on Mechatronics*, 11 (1), USA, 2006.
- WANG, P.H., FUNG, R.F. and LEE, M.J. Finite Element analysis of a three-dimensional underwater cable with time-dependent length. *Journal of Sound Vibration*. Volume 209, Issue 2, January, Pages 223-249, 1998.
- ROCHINHA, A., SAMPAIO, R., and LE TALLEC, P. O Método do Lagrangeano Aumentado no Estudo de Cabos Umbilicais. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería*. Vol. 6,1, 97-108, 1990.
- SRINIL, N., REGA, G. and CHUCHEEPSAKUL,S. Two-to one resonant multi-modal dynamics of horizontal/inclined cables. Part I: Theoretical formulation and model validation. *Nonlinear Dyn.*, 48:231-252, 2007.
- CORDOVÉS, D., Análise de Confiabilidade Estrutural de Cabos Umbilicais. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.
- YOON, J.W., PARK, T.W. e YIM, H.J. Fatigue life prediction of a cable harness in an industrial robot using dynamic simulation. *Journal of mechanical science and technology*. ISSN 1738-494X, Vol.22, n° 3, pp. 484-489, 2008.
- BUCKAM, B., DRISCOLL, F.R. and MEYER, N. Development of a Finite Element Cable Model for Use in Low-Tension Dynamics Simulation. *J. Appl. Mech.* -Volume 71, Issue 4, 476 (10 pages), July, 2004.
- ZHU, K.-Q., ZHU, H.-Y., ZHANG,Y.-S. and GAO, J. A multi-body space-coupled motion simulation for a deep-sea tethered remotely operated vehicle. *Journal of Hydrodynamic*, 20(2):210-215, 2008.
- RAMAN-NAIR, W. and WILLIAMS, C.D. Vortex-Induced Response of a Long Flexible Marine Riser in a Shear Current. *International Symposium on Technology of Ultra Deep Ocean Engineering*. Feb 1-2, Tokyo, Japan, 2005.
- Bonev, I. A. and Gousselin, C. M. Singularity loci of spherical parallel mechanisms. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Barcelona, Spain, April, 2005.
- Breukels, J. and Ockels, W. J. A multi-body dynamics approach to a cable simulation for kites. *IATED Asian Conference on Modelling and Simulation*, Beijing, China, October, 2007.

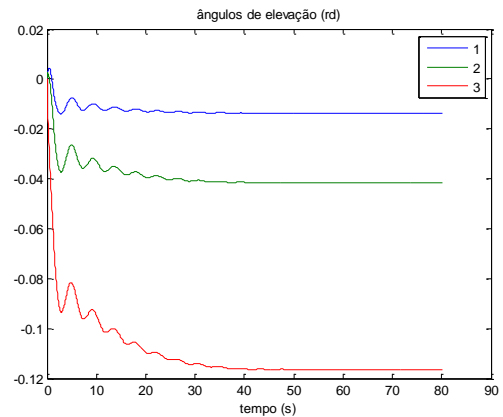


Fig. 10. Ângulos de elevação (empuxos diferentes nos dois atuadores frontais).

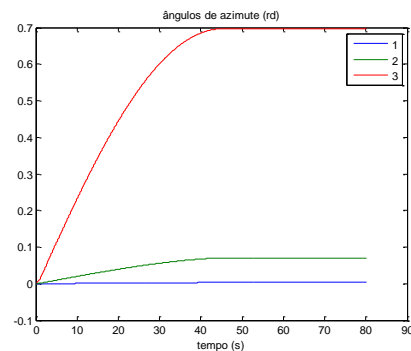


Fig. 11. Ângulos de azimute (empuxos diferentes nos dois atuadores frontais).

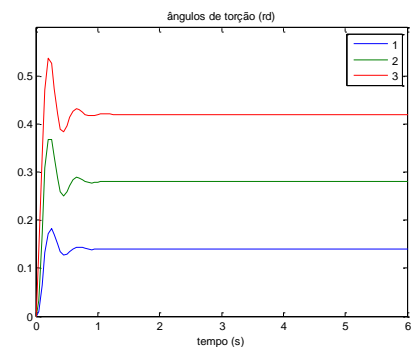


Fig. 12. Ângulos de torção (empuxos diferentes nos dois atuadores frontais).

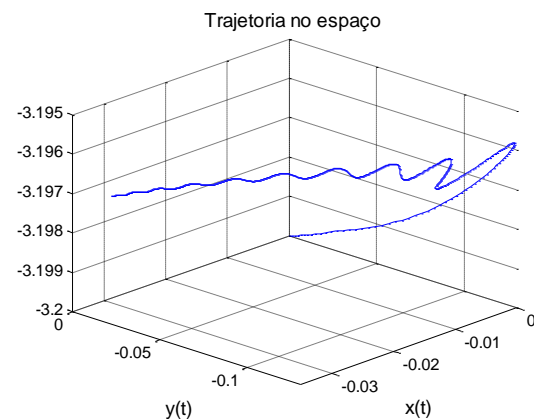


Fig. 13. Trajetória espacial do ROV (empuxos diferentes nos dois atuadores frontais).