

DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA EM EXPERIMENTOS DE SONOLUMINESCÊNCIA UTILIZANDO UM ALGORITMO DE CONTROLE EMBARCADO EM FPGA

DÉCIO RIBEIRO DE CASTRO*, ANA LUCIA FERREIRA DE BARROS*, ALESSANDRO ROSA LOPES ZACHI*, RAFAEL DE OLIVEIRA GARCIA*

**Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ
Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica - PPEEL
Avenida Maracanã 229, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*

Emails: drcastro@ibest.com.br, abarros@pq.cnpq.br, zachi@cefet-rj.br,
rafgarcia@gmail.com

Abstract— Single Bubble Sonoluminescence (SBSL) is a phenomenon in which short light pulses are produced by acoustically trapping an air bubble in a liquid filled resonance chamber. Sonic pressure places a large force on the bubble produced by ultrasonic piezoelectric crystals (PZTs), causing it to collapse and expand at an accelerated rate. When the bubble trapped in the middle of the resonator container collapses, it emits ultra fast pulses of photons mainly in the blue region of the visible spectrum, along with a large amount of ultra-violet. The objective of this study is to apply control systems technique to both the detection and the maintenance of the resonance frequency as the excitation mode of the resonator. The resonance frequency is determined by comparing the signal applied to the resonator in trapping the bubble to the response signal measured by the hydrophone. The idea is to gain knowledge about the system frequency response function and use it as a basis for a control technique. The desired automation for this process is then achieved by developing control based algorithms, with guaranteed stability and convergence properties.

Keywords— Theory Modern Control, Automation, Sonoluminescence, Cavitation.

Resumo— Sonoluminescência de uma única bolha (SBSL) é um fenômeno no qual pulsos de luz de curta duração são emitidos quando uma bolha de ar é aprisionada dentro de uma câmara de ressonância acústica preenchida por um líquido. As pressões geradas pelas ondas sonoras são aplicadas na bolha pelo ultra-som do cristal piezoelétrico (PZTs), fazendo-a encolher e expandir a um ritmo acelerado. Quando a bolha é aprisionada no meio do recipiente ressonante esta emite pulsos ultra-rápidos de fótons principalmente na região azul do espectro visível, assim como uma grande quantidade no espectro do ultra-violeta. O objetivo deste estudo é aplicar a técnica de controle de sistemas tanto para a detecção como a manutenção da excitação do ressonador, nesta frequência. A ressonância frequência é determinada pela comparação entre o sinal aplicado por meio dos PZTs ao ressonador e o sinal medido por meio do hidrofone. A ideia inicial é conhecer a resposta em frequência do ressonador a fim de utilizá-la como base para a técnica de controle. A automação necessária para este processo será alcançada por meio de algoritmos observando os critérios de convergência e estabilidade.

Palavras-chave— Teoria de Controle Moderno, Automação, Sonoluminescência, Cavitação.

1 Introdução

Sonoluminescência (SL) é um fenômeno físico onde uma quantidade de energia sonora é transformada em energia luminosa através da oscilação de uma bolha em um meio aquoso, quando a mesma é aprisionada no centro de um ressonador. A onda acústica ultrassônica produzida por transdutores piezoelétricos (PZTs) fixados ao ressonador gera uma grande pressão sobre a bolha. A partir do campo sonoro gerado, a bolha entra em movimento oscilatório, alternando entre estágios de contração e expansão. Dependendo da excitação aplicada, isto é, da amplitude e da frequência do campo sonoro, a bolha pode apresentar comportamento estável durante vários ciclos ou comportamento caótico. Este último pode resultar no colapso da bolha, antes mesmo de completar o primeiro ciclo de oscilação (M. P. Brenner and Lohse, 2002; D. Schanz and Lauterborn, 2012). A bolha se comporta como um oscilador não-linear, concentrando uma grande quantidade de energia acústica emitindo fótons (Yu and Wen-

Juan, 2012; D. Dellavale and Bonetto, 2010).

Este fenômeno foi primeiramente descoberto em 1934, mas somente no final dos anos 90 que tecnologicamente se tornou possível analisar o fenômeno com eficácia e realizar o estudo da SL (S. Hilgenfeldt and Lohse, 1998; D. F. Gaitan and Church, 1992). Até hoje, este fenômeno tem sido estudado extensivamente porque sua causa é desconhecida. Existem várias especulações sobre as temperaturas que podem ser alcançadas no interior da bolha no instante do colapso. A implosão da bolha consiste em um fenômeno que pode ser considerado uma "micro-reação", uma vez que gera um alto campo de temperatura (da ordem da temperatura na superfície do Sol), onde reações químicas simples são possíveis de ocorrer. É sabido que a intensidade da luz emitida a partir da bolha é diretamente dependente do tipo de líquido utilizado e do gás dissolvido neste (W. B. McNamara III and S.Suslick, 1999; Crum, 1994).

Para produzir este fenômeno em meio aquoso, é necessário gerar uma onda mecânica estacionária no interior de frascos de vidro conhecidos

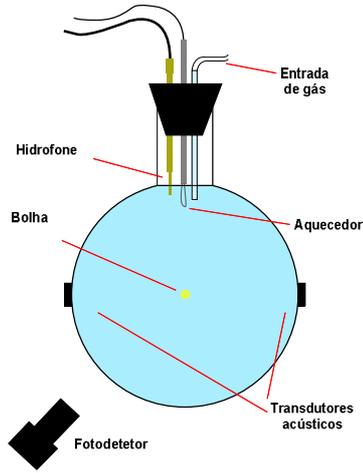


Figura 1: Esquema experimental do ressonador esférico de 100 ml.

como ressonadores (Fig. 1). O fenômeno é observado quando a frequência elétrica de excitação dos PZTs é exatamente igual à frequência de ressonância do ressonador, que é determinada pela sua geometria (S. Hilgenfeldt and Lohse, 1998; D. F. Gaitan and Church, 1992). No caso de um ressonador esférico, como o ilustrado na Fig. 1, a frequência de ressonância nominal pode ser obtida pela Eq. (1):

$$f_N [Hz] = \frac{v [m/s]}{D [m]}, \quad (1)$$

sendo $v = 1500$ a velocidade do som na água e D o diâmetro do ressonador. Na prática, entretanto, o valor de f_N pode diferir do valor real da frequência de ressonância f_R . Esta diferença pode ser causada por uma série de fatores tais como: a espessura da parede do ressonador, o material do ressonador, a temperatura da água e o alinhamento dos PZTs.

Como dito anteriormente, nesta situação uma bolha produzida artificialmente no interior do frasco pode ser capturada e permanecer em um estado de oscilação, variando o seu volume entre estados de expansão e colapso, quando então ocorre a emissão de luz (Brennen, 1995). A determinação exata da frequência de ressonância é de extrema importância para o sucesso experimental, observação e manutenção deste fenômeno, sendo o objetivo principal deste trabalho.

2 O Procedimento Experimental

A montagem experimental clássica é formada basicamente por (Putterman, 1998): um ressonador que pode ser um frasco esférico de pyrex ou, preferencialmente de quartzo por causa da transparência ao ultravioleta; um par de transdutores piezoelétricos (atuadores); um microfone piezoelétrico ou um hidrofone (sensor); um gerador de funções preciso (sinal elétrico de entrada); um amplifica-

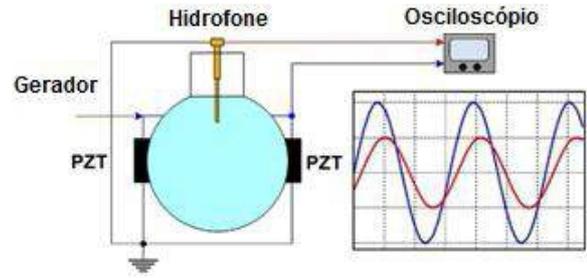


Figura 2: Gráfico ilustrativo da diferença de fase entre os sinais de interesse.

dor de potência (tipicamente de 250 W); dois osciloscópios digitais. Como os atuadores piezoelétricos apresentam comportamento capacitivo e operam em frequências na faixa do ultrassom, em geral, é necessário utilizar componentes de circuito adicionais como resistores e indutores variáveis a fim de promover a maior transferência de potência dos PZTs para o ressonador. Uma bomba de vácuo deve ser utilizada no processo de degaseificação da água, permitindo a manipulação de diferentes gases nobres (Putterman, 1998), (Yu and Wen-Juan, 2012) e (D. Dellavale and Bonetto, 2010). Além disso um importante fator para a observação do fenômeno é que a temperatura do líquido (neste caso - água) deva se manter em cerca de 10 - 15°C para que a emissão de luz possa ser observada por algumas horas (W. B. McNamara III and S. Suslick, 1999).

Inicialmente, ajusta-se o gerador para produzir uma onda senoidal com frequência inicial calculada pela Eq.(1). Este é o sinal elétrico a ser aplicado aos atuadores (PZTs) via amplificador de potência. Utilizando-se dois canais do osciloscópio, monitora-se a diferença de fase entre o sinal elétrico aplicado aos PZTs e o sinal elétrico proveniente do hidrofone (Fig. 2). Varia-se o valor da frequência do gerador até que esta diferença de fase seja nula. Com este valor de frequência (ressonância), tem-se a formação de uma onda estacionária no interior do ressonador, ou seja, o comprimento da onda mecânica resultante é igual ao diâmetro do ressonador. Nesta condição, uma bolha de ar produzida/injetada artificialmente pode ficar aprisionada de maneira estável no interior do ressonador. Se as condições operacionais citadas anteriormente forem mantidas então o fenômeno de emissão de luz ocorre continuamente.

3 Circuito Proposto

A proposta deste trabalho é controlar a frequência de excitação do ressonador de forma dinâmica, a partir da medida da diferença de fase entre o sinal aplicado aos PZTs e o sinal medido pelo hidrofone. A ideia principal é gerar o sinal de excitação, na frequência de ressonância real, via algoritmo de

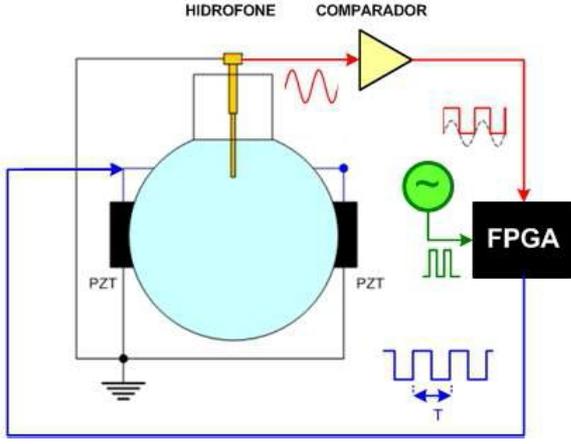


Figura 3: Esquema proposto.

controle. Neste trabalho, o algoritmo será embarcado em um dispositivo de lógica programável tipo FPGA (D. Dellavale and Bonetto, 2010). O diagrama em blocos do circuito proposto segue na Fig. 3.

O sinal captado pelo hidrofone passa por um circuito comparador que fornece em sua saída um sinal tipo onda quadrada, com nível de tensão adequado, perfeitamente em fase em relação ao seu sinal de entrada. Este sinal é então fornecido ao FPGA que realizará o cálculo da diferença de fase utilizando uma rotina de contagem de tempo. A contagem de tempo é sincronizada com uma *clock* externo de referência. Com base na contagem de tempo, realiza-se o cálculo do período da onda quadrada de saída que excitará os PZTs. O cálculo é realizado pela versão discreta de uma lei de controle desenvolvida para o caso contínuo teórico. O projeto da lei de controle para o caso contínuo, por sua vez, é realizado utilizando critérios rigorosos de estabilidade e convergência, e será discutido na Seção 4.

4 Formulação do problema de controle associado

Para aplicar uma técnica de controle e obter uma solução para a determinação da frequência de ressonância f_R , é necessário descrever, inicialmente, o modelo matemático do sistema. O ponto de partida para a obtenção deste modelo é a análise qualitativa das curvas de resposta em frequência do ressonador. De acordo com vários resultados de pesquisa (Putterman, 1998), (Yu and Wen-Juan, 2012), (D. Dellavale and Bonetto, 2010), as curvas de magnitude e fase do ressonador esférico, em torno da frequência de ressonância, são similares às curvas de um circuito RLC com alto fator de qualidade Q . Isto significa que é possível observar um valor máximo na curva de magnitude em uma frequência próxima a f_R e a ocorrência de fase nula neste mesmo ponto.

Considerando como referência o sinal elétrico

aplicado aos PZTs, a diferença de fase $\Delta\phi$ então será dada pela própria fase ϕ_H do sinal elétrico captado pelo hidrofone:

$$\Delta\phi = \phi_H - \phi_{PZT} = \phi_H, \quad (2)$$

que é uma função contínua na frequência f aplicada aos PZTs:

$$\phi_H = \Lambda(f). \quad (3)$$

A evolução da fase ϕ_H no tempo, pode ser estudada a partir de sua taxa de variação $\dot{\phi}_H$:

$$\dot{\phi}_H = \frac{\partial\Lambda}{\partial f} \dot{f}, \quad (4)$$

A Eq. (4) obtida, que representa o comportamento da diferença de fase ϕ_H no tempo, corresponde a um modelo matemático analítico para o sistema de controle real que tem como entrada o sinal \dot{f} e como saída o sinal ϕ_H . Observe-se ainda, a partir da Eq. 4, que o termo $\partial\Lambda/\partial f$ corresponde à inclinação da curva de fase em cada valor de frequência f de entrada. Este termo está relacionado ao formato da curva de resposta em fase que é uma característica intrínseca do sistema, e que não pode ser manipulada externamente. Note-se ainda que a única variável que pode ser manipulada externamente é \dot{f} , e, por este motivo, será considerada como sinal de controle. Sendo assim, o objetivo de controle passa a ser o de fechar a malha do sistema Eq.(4), pelo projeto de \dot{f} , a fim de forçar a fase ϕ_H para zero.

4.1 Mudança de variável

Uma vez que se pretende codificar o algoritmo de controle no *firmware* do FPGA/CPLD, convém redefinir o sinal de entrada do modelo, em Eq.(4), em termos da taxa de variação do período T do sinal aplicado:

$$f = 1/T, \quad (5)$$

$$\dot{f} = -f^2 \dot{T}, \quad (6)$$

$$\dot{\phi}_H = -\frac{\partial\Lambda}{\partial f} f^2 \dot{T}, \quad (7)$$

4.2 Projeto da lei de controle

A lei de controle \dot{T} escolhida neste trabalho para atingir o objetivo mencionado na subseção 4.1 é dada por:

$$\dot{T} = \text{sign}\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial f}\right) K \phi_H, \quad (8)$$

sendo $K > 0 \in \Re$ um ganho de projeto. Para verificar o efeito desta ação proporcional (i.e., proporcional à diferença de fase) sobre a dinâmica em malha fechada, basta substituir a lei definida em Eq.8 na Eq.7, ou seja,

$$\dot{\phi}_H = -\left(K f^2 \left|\frac{\partial\Lambda}{\partial f}\right|\right) \phi_H. \quad (9)$$

4.3 Análise de estabilidade

Para analisar a estabilidade do sistema em malha fechada da Eq.(9), adota-se a seguinte função de Lyapunov candidata:

$$V(\phi_H) = \frac{1}{2}\phi_H^2 > 0. \quad (10)$$

A derivada temporal de $V(\phi_H)$, calculada a partir das Eqs. (9) e (10), resulta em:

$$\dot{V}(\phi_H) = \phi_H \dot{\phi}_H = -Kf^2 \left| \frac{\partial \Delta}{\partial f} \right| \phi_H^2 < |0|. \quad (11)$$

Segundo o Teorema de Lyapunov, Eqs. (10) e (11) garantem a convergência de $V(\phi_H)$ para zero e, conseqüentemente, a de ϕ_H .

5 Descrição do algoritmo

A forma detalhada da lei de controle escolhida na Eq.(8) será descrita nesta Seção como parte da lógica do *firmware* a ser embarcado no FPGA. Para a elaboração do *firmware*, a ideia principal é utilizar funções lógicas básicas e funções matemáticas simples, tanto para o cálculo da diferença de fase quanto para a implementação da lei de controle (gerador de frequência). Isto representa uma vantagem em relação ao *Amplificador de Lock-in* (Sonnaillon and Bonetto, 2005) que também executa algumas das funções citadas anteriormente mas necessita de um núcleo (*Core*) que possua estruturas internas especiais. Os diagramas da estrutura do *firmware* e da lógica propostos neste trabalho seguem ilustrados nas Figs. 4 e 5.

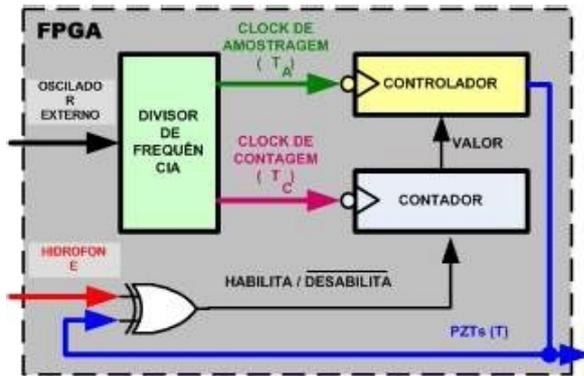


Figura 4: Diagrama ilustrativo do *firmware*.

Nas Figs. 4 e 5, T_A denota o período do *clock* de amostragem que excita o bloco do controlador e T_C o período do *clock* de referência que excita o bloco do contador, ambos gerados por um divisor de frequência. O divisor de frequência recebe um *clock* externo de referência de 10 MHz. A função da lógica "ou-exclusivo" é gerar um sinal digital de habilitação/inibição para o contador que registra a quantidade de pulsos do *clock* de referência relacionada a diferença de fase entre o sinal dos PZTs e

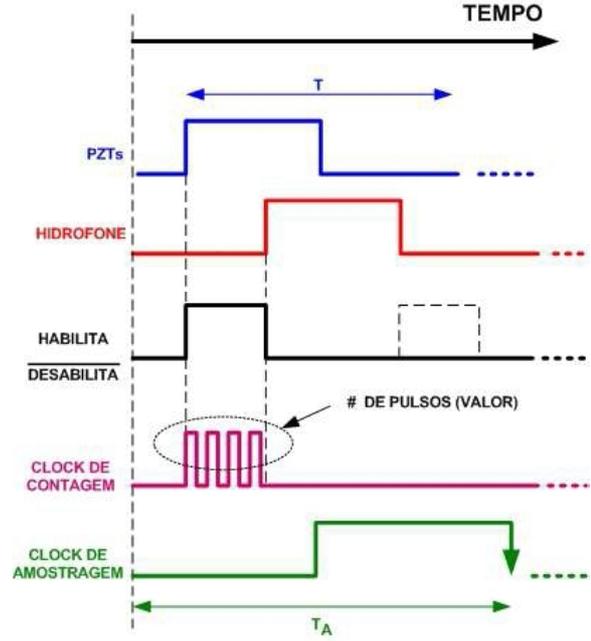


Figura 5: Diagrama ilustrativo da lógica proposta.

o sinal do hidrofone. Para reforçar o entendimento acerca da medida da diferença de fase, considere o seguinte exemplo:

$$y(t) = A \text{sen}(2\pi ft + \phi), \quad (12)$$

Se a fase for descrita por $\phi = 2\pi f \Delta t$, tem-se:

$$y(t) = A \text{sen}[2\pi f(t + \Delta t)], \quad (13)$$

o que demonstra que seu valor pode ser inferido pela diferença de tempo Δt . No caso do atual algoritmo, esta diferença de tempo é determinada pela quantidade de pulsos registrada no contador.

A lei de controle em Eq.(8) é então implementada pela seguinte sequência de instruções:

Se $DIR = -1 \rightarrow$ então faça

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} - (\text{valor do contador}), \quad (14)$$

Senão \rightarrow então faça

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} + (\text{valor do contador}), \quad (15)$$

A variável DIR indica as situações de *atraso/avanço* e assume os valores $-1; 1$, respectivamente.

Observação 5.1 O circuito digital do contador implementado dentro da FPGA é do tipo sequencial e depende de um sinal de relógio (*clock*) para realizar a contagem. Em geral, o valor do contador é atualizado nas transições de subida ou descida deste sinal de relógio. Na ausência de transições, o valor do contador permanece constante, ou seja, o valor futuro fica igual ao valor anterior. Na atual proposta, a atualização ocorre

na descida do pulso de relógio. Observe na Fig. 6 que se a diferença de tempo Δt for menor que a metade do período do *clock* de contagem ($T_C/2$), o valor do contador permanecerá no valor zero, resultando em uma lei de formação T constante. Isto acarreta um erro na medida de fase que, segundo o exemplo em Eq.(13), tem seu valor máximo dado por $\phi_{max} = \pi f T_C$. Este erro de medida será tão menor quanto maior for a frequência do *clock* de contagem (quanto menor for o valor de T_C !). Na prática, isto pode ser conseguido com a utilização de uma frequência de *clock* com valor suficientemente maior do que a frequência nominal do ressonador apresentada em Eq.(1).

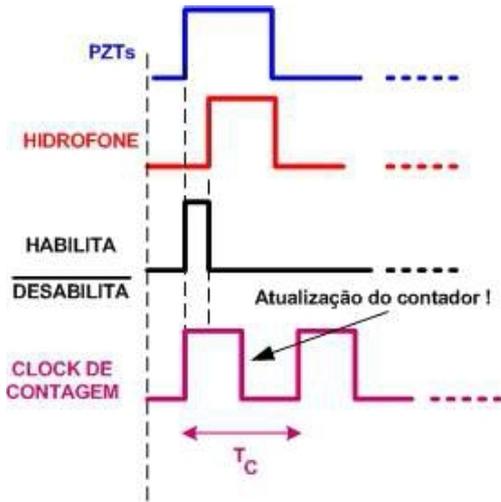


Figura 6: Diferença de fase. Erro de medida.

6 Revisão da Análise de Estabilidade

O objetivo desta Seção é demonstrar que: (i) as leis de controle definidas nas Equações (14) e (15) são, juntas, uma versão discreta da lei apresentada em (8) e; (ii) as propriedades de estabilidade e convergência do sistema em malha fechada descrito pela Equação (9) permanecem inalteradas.

Se o período de amostragem T_A do controlador for escolhido suficientemente pequeno, então uma versão discreta para a lei de controle (8) pode ser definida utilizando a formulação de *Euler* :

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} + T_A * \left[\text{sign} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial f} \right) K \phi_H \right], \quad (16)$$

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} \pm T_A * (K \phi_H). \quad (17)$$

Observe que a partir da Fig. 5 e do exemplo em (13), o valor de ϕ_H é igual a:

$$\phi_H = 2\pi f \Delta t = \frac{2\pi f T_C}{T} * (\text{valor do contador}). \quad (18)$$

Substituindo esta última expressão Eq.(18) em (17), obtém-se:

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} \pm \alpha * (\text{valor do contador}), \quad (19)$$

com α sendo representado por:

$$\alpha = \frac{2K\pi T_A T_C}{T}. \quad (20)$$

Assim, se o ganho de projeto K originalmente definida em (8) for escolhida como sendo:

$$K = \frac{T}{2\pi T_A T_C}, \quad (21)$$

a Equação (19) reduz-se a:

$$T_{\text{atual}} = T_{\text{anterior}} \pm (\text{valor do contador}), \quad (22)$$

que são exatamente as definições apontadas em (14) e (15).

Com relação às propriedades de estabilidade e convergência, estas serão mantidas inalteradas porque uma das características da formulação de *Euler* adotada aqui é que os sistemas estáveis no domínio do tempo contínuo, permanecem estáveis no domínio do tempo discreto (relação entre os pólos nos planos s - z).

7 Simulação numérica

Para avaliar a estabilidade e convergência do algoritmo proposto, foi realizada uma simulação utilizando o *software Quartus II® Web Design* da Altera e o *ModelSim® Altera Start Edition*. Para emular o comportamento dinâmico do sistema de sonoluminescência durante as simulações, foi adotada a equação da resposta em frequência teórica de um circuito RLC. A equação de resposta em fase, inserida no código do arquivo *testbench* da simulação, foi calculada escolhendo-se os seguintes valores; $R = 100 \Omega$, $L = 7,6 \text{ mH}$ e $C = 6 \text{ nF}$. A taxa de amostragem do algoritmo de controle foi 50 Hz e o tempo total de simulação foi de 15 segundos .

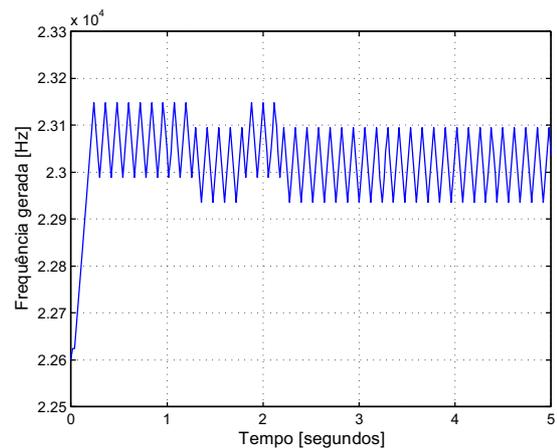


Figura 7: Simulação. Resultado obtido com a aplicação do algoritmo proposto. Determinação da frequência de ressonância.

Os resultados seguem ilustrados nos gráficos das Figuras 7 e 8. A Figura 7 mostra que o

valor da frequência de saída do algoritmo está em torno de $f_r = 23 \text{ KHz}$, sendo que o valor verdadeiro (teórico) foi calculado como sendo $f_R = 23,569 \text{ KHz}$. Esta diferença de valores pode ser explicada pelo gráfico da Figura 7 onde se observa uma diferença de fase não-nula. Note-se que, este valor converge para uma região em torno do zero, oscilando entre $\pm 0,5 \text{ rad}$. Acredita-se que o tamanho desta região pode ser reduzido pelo ajuste dos parâmetros do controlador embutido no algoritmo.

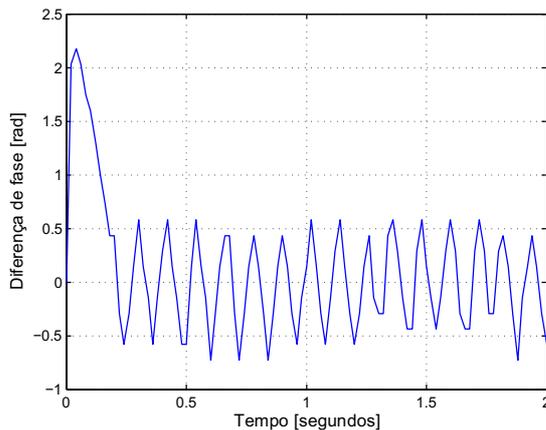


Figura 8: Simulação. Resultado obtido com a aplicação do algoritmo proposto. Medida da diferença de fase.

8 Conclusões

Neste trabalho apresentamos uma proposta para a automatização de um sistema para a verificação do fenômeno de sonoluminescência de única bolha (SBSL). A partir da aquisição dos dois sinais de entrada e saída do sistema, foi possível efetuar, dentro da FPGA/CPLD, medidas da diferença de fase entre os mesmos e assim determinar de forma dinâmica e automática uma frequência de operação a ser aplicada aos transdutores. A eficiência do algoritmo proposto foi validada via simulação numérica utilizando os softwares *Quartus II® Web Design* e *ModelSim® Altera Start Edition*. Em paralelo a este trabalho, estão sendo realizadas diversas simulações numéricas que permitirão caracterizar de certa forma a dinâmica da bolha. A técnica de controle desenvolvida para a obtenção de uma solução para a determinação da frequência de ressonância f_R também foi descrita através de um modelo matemático do sistema.

Como trabalho futuro, pretende-se incluir um algoritmo de controle embarcado para medida da temperatura da água no ressonador durante as experiências. Este controle contribuirá de certa forma para a manutenção da bolha de luz no centro do ressonador por muito tempo, impossibilitando assim o uso de uma fotomultiplicadora

para a detecção do fenômeno luminoso. Além destas medidas, pretende-se repetir estes procedimentos para os ressonadores cilíndricos e retangulares, além da utilização de gases nobres ao invés de ar no sistema, intensificando a emissão de luz de um fator de até 100 vezes.

9 Agradecimentos

Ao CEFET-RJ pelo apoio e ao CNPq, CAPES e FAPERJ pelo auxílio financeiro sem o qual seria impossível desenvolver o presente projeto.

Referências

- Brennen, C. E. (1995). *Sonoluminescence and bubble dynamics for a single, stable, cavitation bubble*, Oxford University Press.
- Crum, L. A. (1994). Sonoluminescence, *Phys Today* (47(9)): 22.
- D. Dellavale, R. U. and Bonetto, J. F. (2010). Analytical study of the acoustic field in a spherical resonator for single bubble sonoluminescence, *J Acoust Soc Am.* (127(1)): 186.
- D. F. Gaitan, L. A. Crum, R. A. R. and Church, C. (1992). Sonoluminescence and bubble dynamics for a single, stable, cavitation bubble, *J Acoust Soc Am* (91): 3166.
- D. Schanz, B. Metten, T. K. and Lauterborn, W. (2012). Molecular dynamics simulations of cavitation bubble collapse and sonoluminescence, *New Journal of Physics* (14): 113019.
- M. P. Brenner, S. H. and Lohse, D. (2002). Single-bubble sonoluminescence, *Rev Mod Phys* (74(2)): 425–484.
- Putterman, S. J. (1998). Sonoluminescence: star in a jar, *Phys World* p. 38.
- S. Hilgenfeldt, M. P. Brenner, S. G. and Lohse, D. (1998). Analysis of rayleigh-plesset dynamics for sonoluminescing bubbles, *Journal of Fluid Mechanics* (365): 171.
- Sonnaillon, M. O. and Bonetto, F. J. (2005). A low-cost, high-performance, digital signal processor-based lock-in amplifier capable of measuring multiple frequency sweeps simultaneously, *Review of Scientific Instruments* **76**.
- W. B. McNamara III, Y. T. D. and S. Suslick, K. (1999). Sonoluminescence temperatures during multi-bubble cavitation, *Nature* (401): 772.
- Yu, A. and Wen-Juan, Z. (2012). The characteristics of sonoluminescence, *Chin Phys B* (21(1)): 017806.